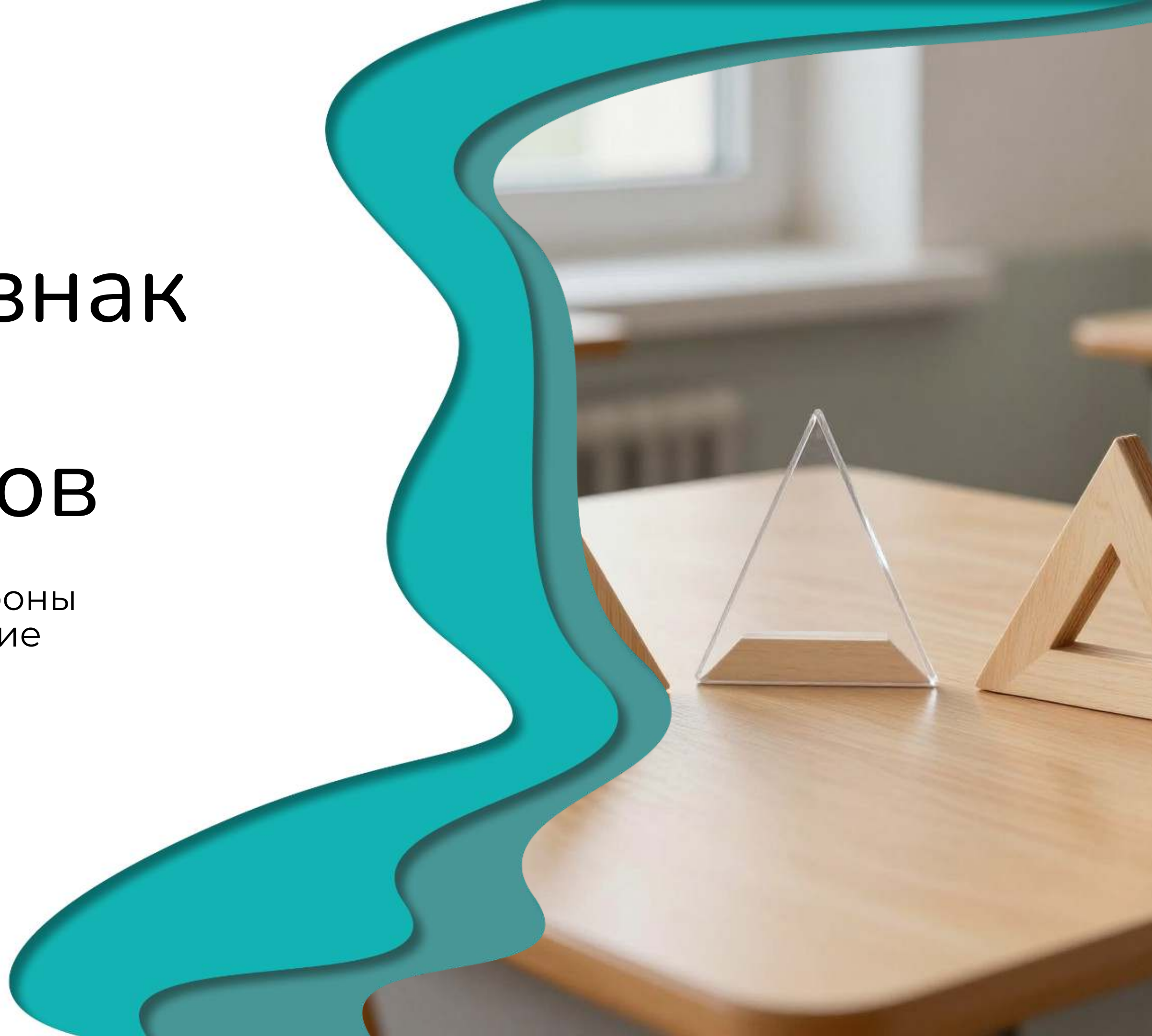


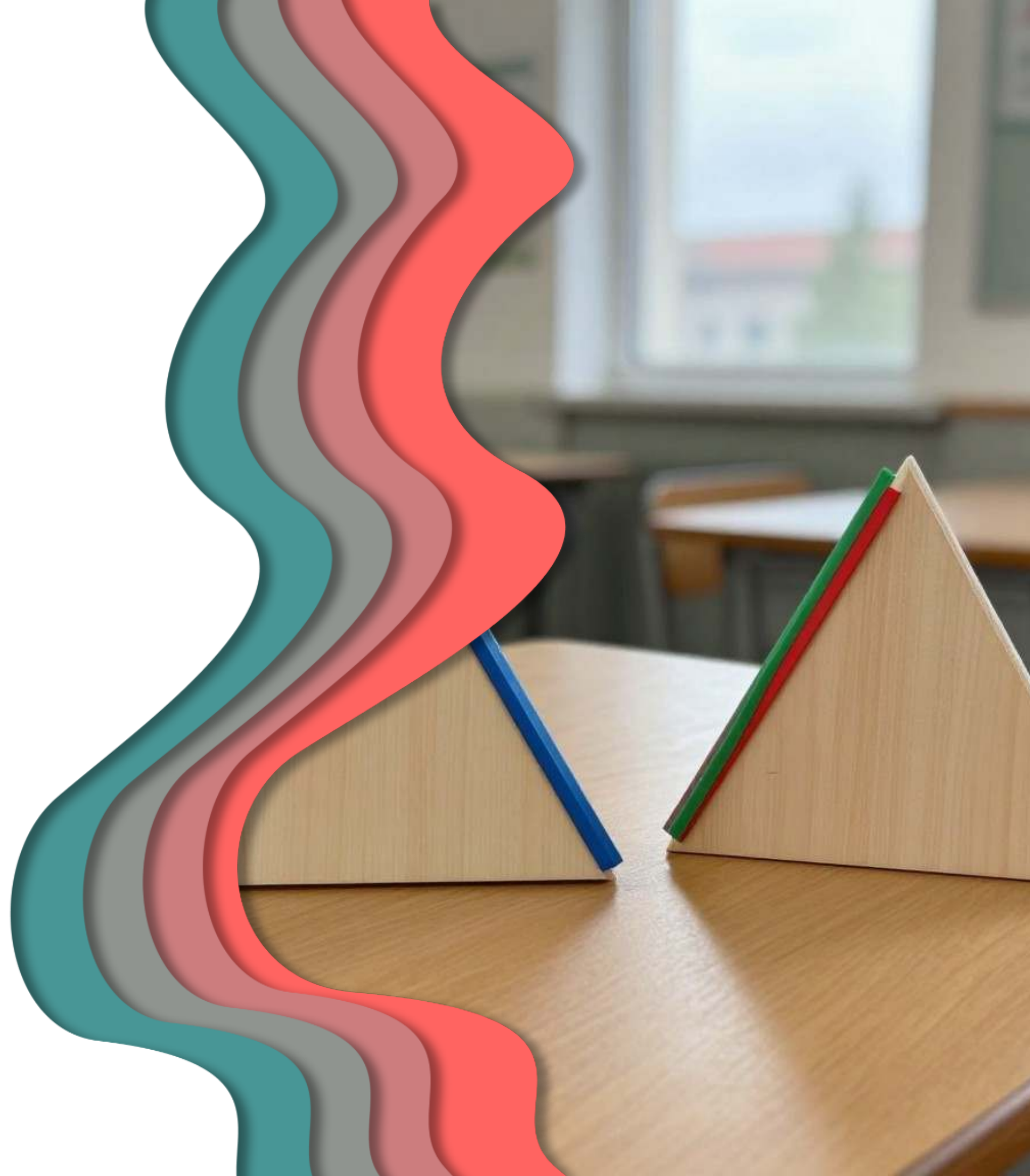
Первый признак равенства треугольников

Разберём, как три равные стороны гарантируют полное совпадение треугольников.



Зачем нужен этот признак в школьной геометрии

На уроках 7 класса доказательства строятся из точных связей между элементами фигур. Первый признак равенства помогает устанавливать равенство треугольников, не измеряя все углы. Он применяется в задачах на неизвестные стороны и углы, а также в построениях и проверке симметрии.



Что называют равными треугольниками

- Равные треугольники имеют одинаковую форму и одинаковый размер: они выглядят «одинаково», потому что их геометрические параметры совпадают. При сравнении важны не только стороны, но и углы.
- Если наложить один треугольник на другой, то они полностью совпадут: все точки и элементы окажутся на своих местах. Такое совпадение и называют равенством треугольников.
- У равных треугольников равны все соответствующие стороны и все соответствующие углы. Поэтому и периметры равных треугольников тоже равны, что сразу следует из равенства сторон.

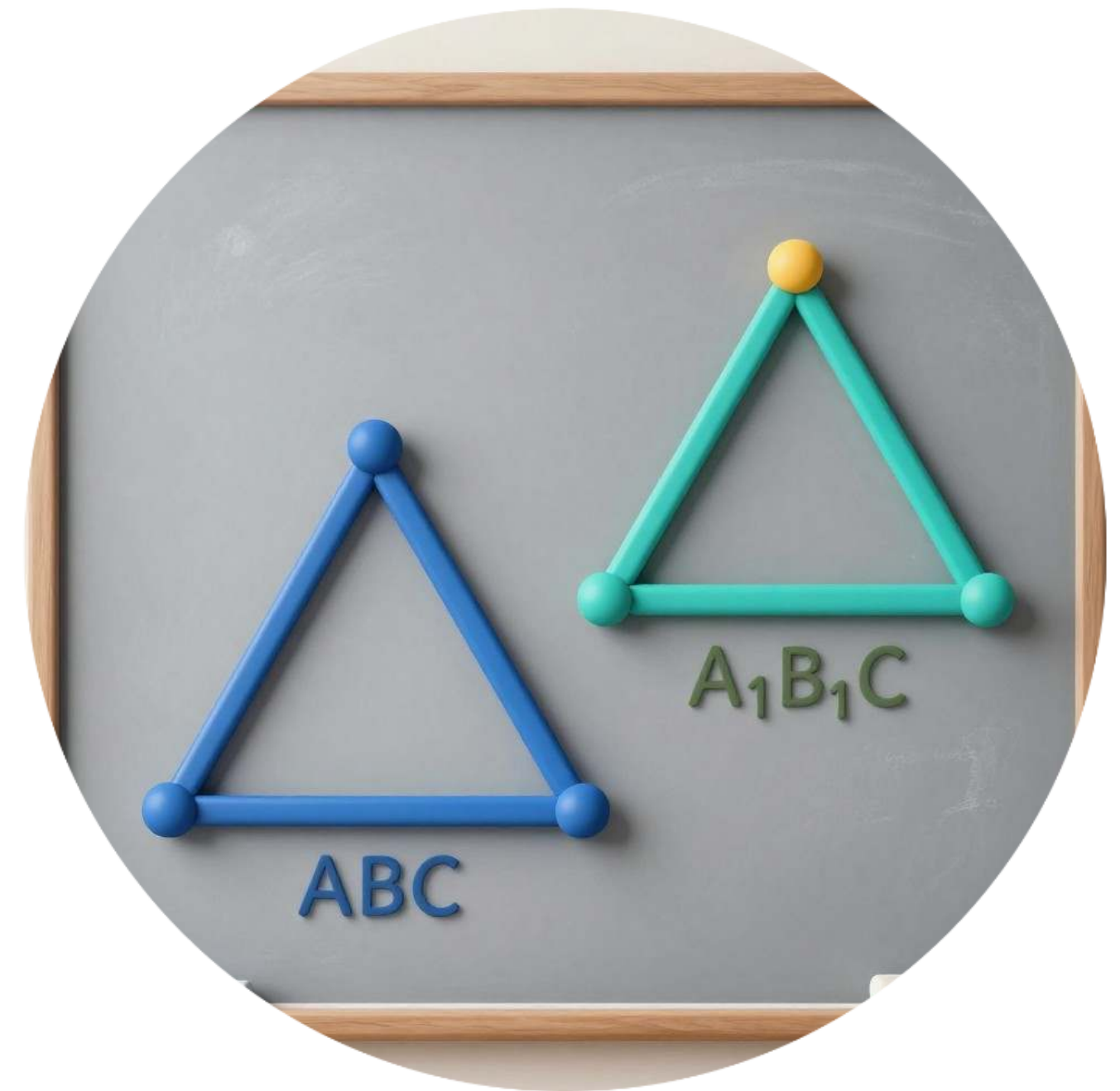
Соответствующие вершины, стороны и углы

Соответствие вершин в треугольниках

Рассмотрим треугольники ABC и $A_1B_1C_1$. В них соответствующие вершины обозначают так: A соответствует A_1 , B — B_1 , C — C_1 . Благодаря этому мы точно понимаем, какие элементы сравниваются.

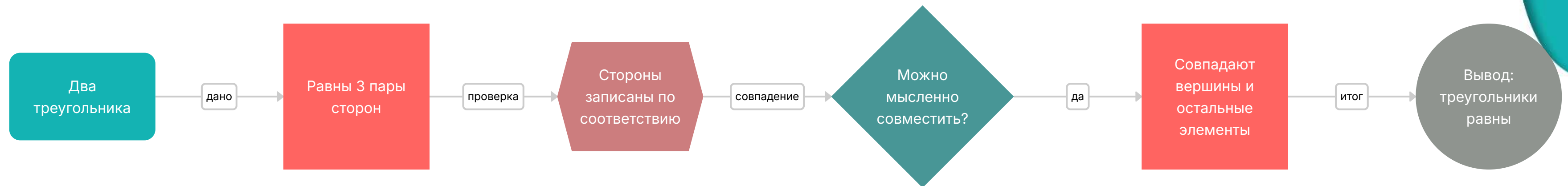
Соответствие сторон и углов по отметкам

Соответствующие стороны тоже сопоставляются однозначно: AB соответствует A_1B_1 , BC — B_1C_1 , AC — A_1C_1 . На рисунках это часто показывают одинаковыми отметками на сторонах и дугами на углах, чтобы увидеть пары соответствующих элементов.



Логика первого признака: три стороны — три пары совпадений

Шаги доказательства равенства при заданных равенствах трёх сторон

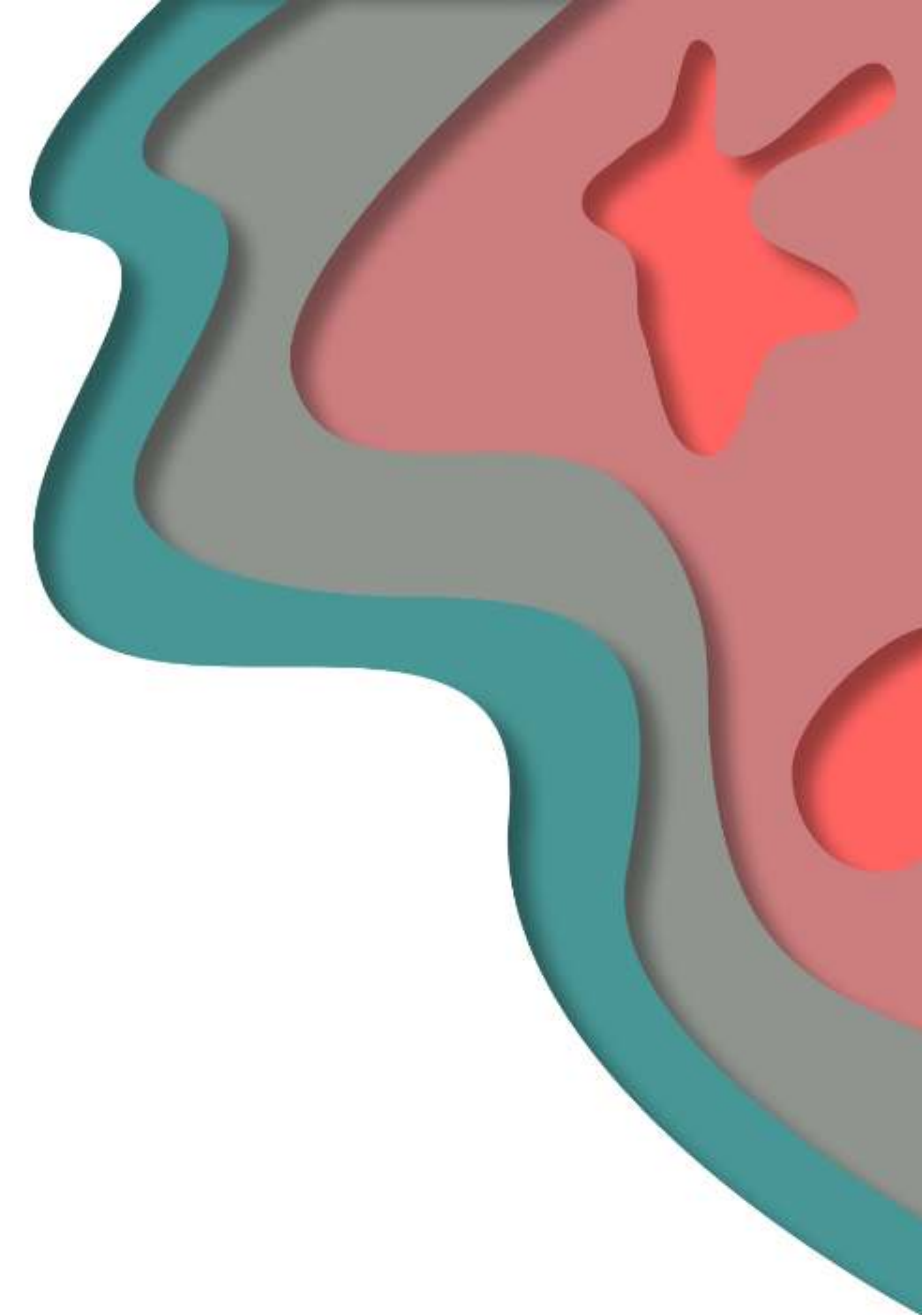


Формулировка первого признака

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
«Соответственно» означает: сравниваем одинаково расположенные стороны.

Обычно запись выглядит так: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Порядок букв важен, потому что он показывает, какие вершины соединены и где именно совпадение.

Когда три пары сторон равны по соответствию, треугольники можно совместить без искажения формы. Это даёт право в решении задач делать строгий вывод о равенстве фигур.



Как сопоставляются стороны в записи треугольников

В таблице показано, какие стороны считаются соответствующими при сравнении треугольников ABC и $A_1B_1C_1$. Вывод: соответствие задаёт порядок вершин.

Соответствие определяется порядком вершин, а не только внешним сходством рисунка: неверный порядок приведёт к ошибочному сопоставлению.

Обозначения в записи равенств и соответствие вершин

Треугольник ABC	Соответствующая сторона	Треугольник $A_1B_1C_1$
AB	$\rightarrow$	A_1B_1
BC	$\rightarrow$	B_1C_1
AC	$\rightarrow$	A_1C_1



Почему трёх сторон достаточно

Три стороны задают треугольник достаточно точно: по ним можно восстановить форму и размер без «сюрпризов». Поэтому треугольник нельзя получить другим способом при тех же трёх длинах.

Если у двух треугольников три пары равных соответствующих сторон, их можно совместить так, чтобы фигуры не расходились. Это означает, что ни одна сторона не «перескочила» на другую позицию.

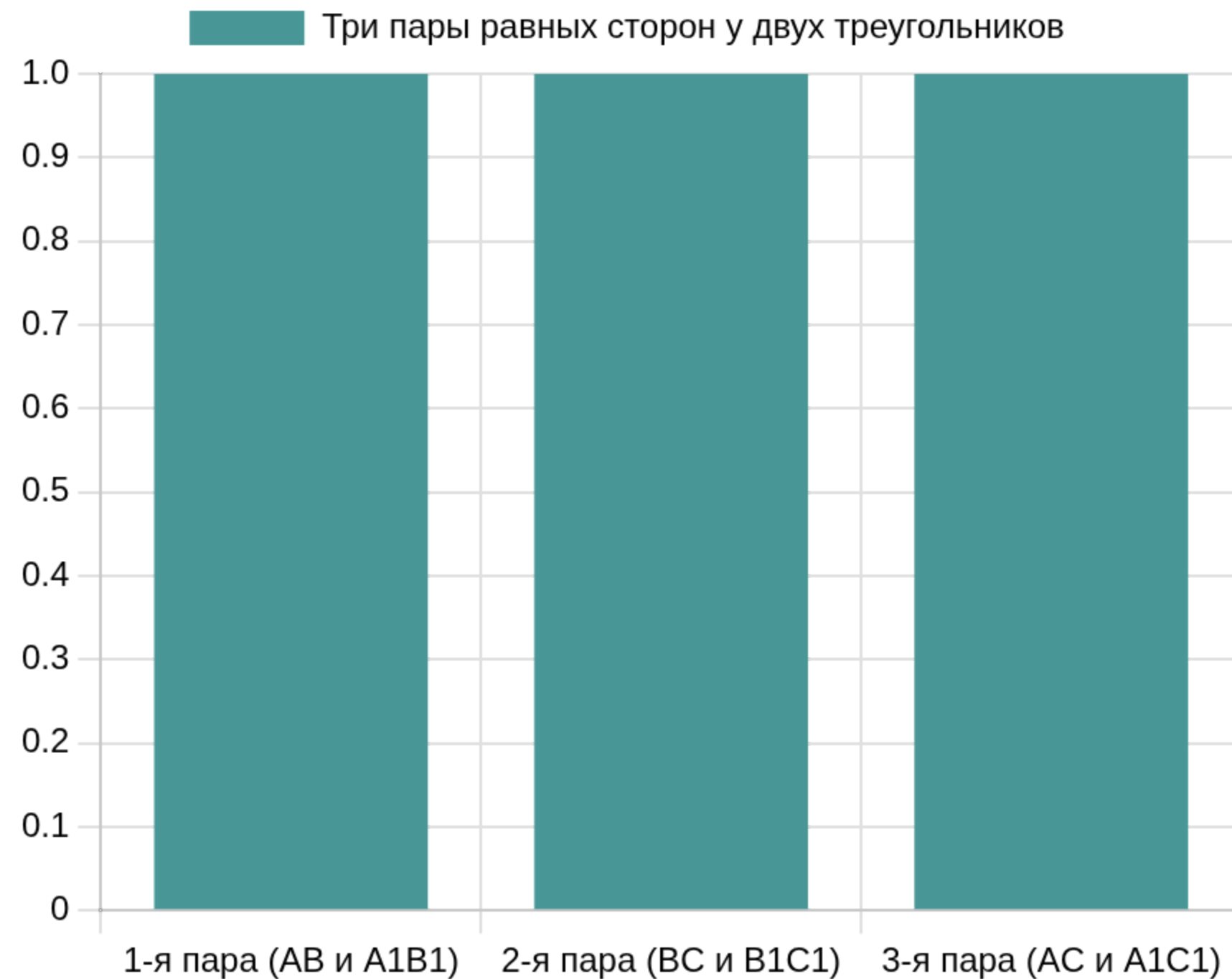
Следовательно, из трёх равных сторон вытекает полное равенство треугольников: совпадают и остальные элементы. Другими словами, равенство по сторонам уже «включает» равенство по форме и размеру.

Сравнение трёх пар сторон

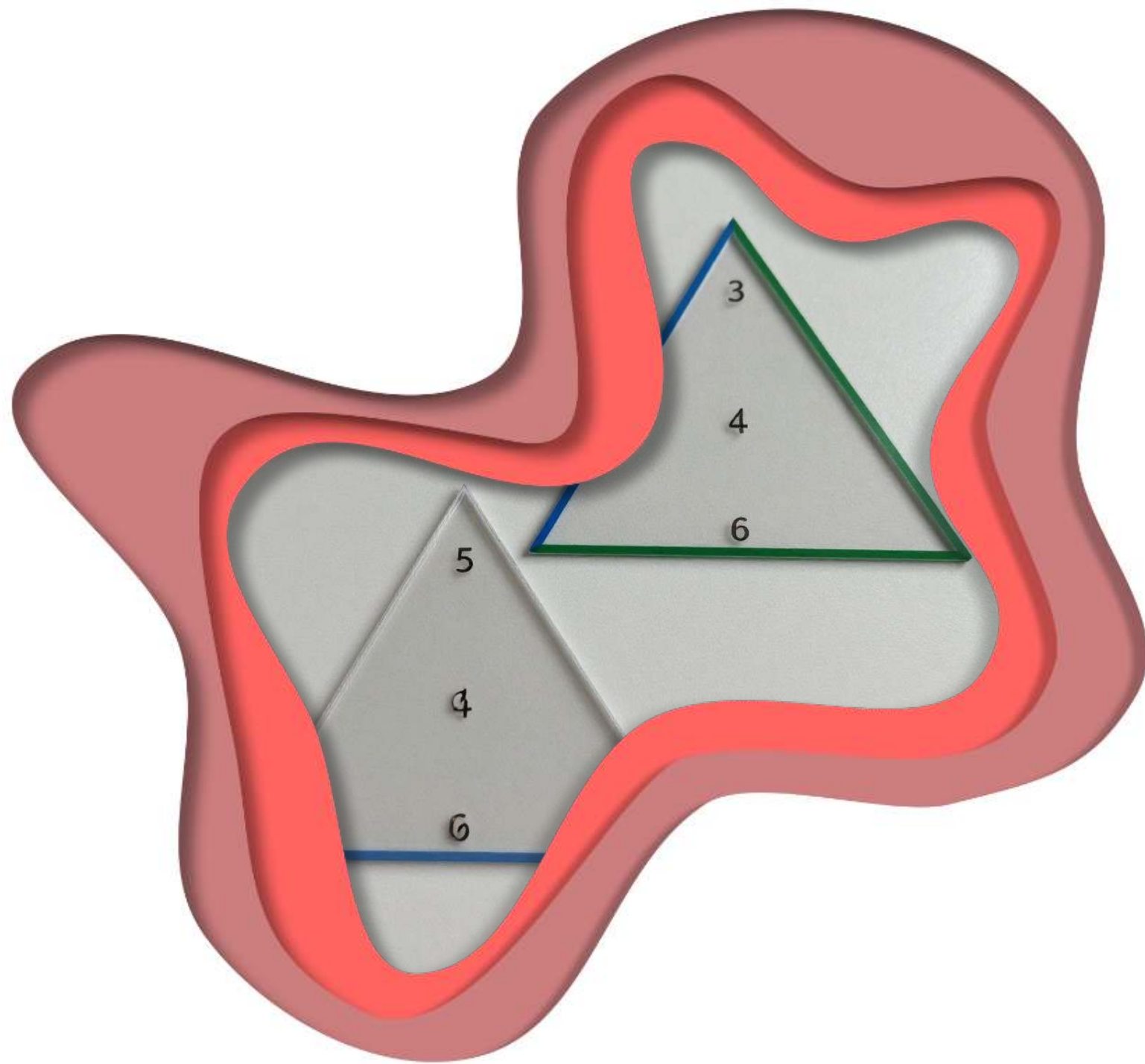
Высота столбцов отражает равенство длин: все три пары совпадают. Поэтому по первому признаку треугольники будут равны.

Когда равными оказываются три соответствующие стороны, это подтверждает возможность точного наложения треугольников без смещения. Значит, равенство трёх сторон ведёт к равенству треугольников.

Схема сравнения по условию первого признака (без числовых значений)

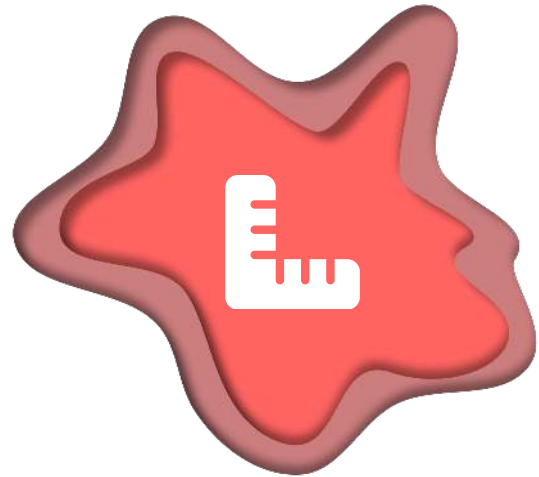


Наложение треугольников при проверке равенства



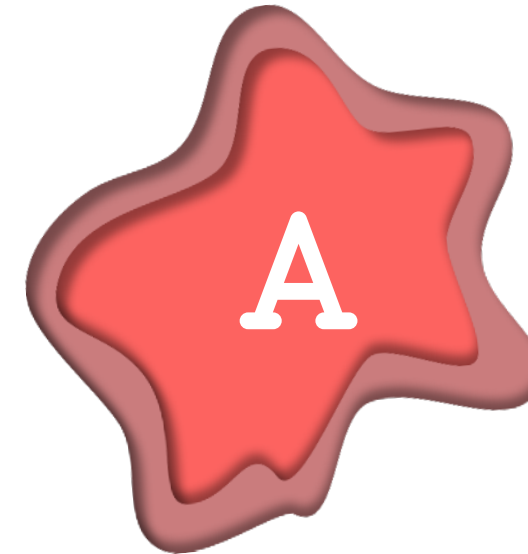
- При наложении один треугольник совмещают с другим так, чтобы совпали все три равные стороны. Если совпадают три стороны, то совпадают и соответствующие вершины, а значит, совпадают и углы.
- На схеме с прозрачным наложением видно, что фигуры не смещаются относительно друг друга. Одинаковые отметки на сторонах и дуги на углах помогают подтвердить равенство всех элементов.

Что проверяют в задачах на первый признак



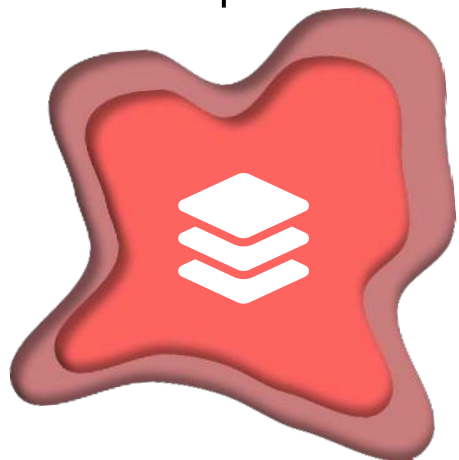
Соответствующие стороны

В условии сравнивают не любые отрезки на чертеже, а именно пары соответствующих сторон треугольников. Для решения важно, чтобы в записи шли равенства именно нужных отрезков.



Порядок букв в названиях

При чтении записи треугольников внимательно смотрят на порядок вершин: как стоят буквы, так и соответствует «первая» сторона «первой». Ошибка в порядке ломает сопоставление элементов.



Равенство по три пары

Нужно показать три равенства сторон: AB с A_1B_1 , BC с B_1C_1 и AC с A_1C_1 . Если хотя бы одна пара относится к другой стороне, вывод о равенстве становится недоказанным.



Не путать с высотами и медианами

Если в задаче речь только о сторонах, нельзя подменять их высотами, медианами или диагоналями. Высоты и медианы могут появляться в рисунке, но к проверке первого признака они не относятся.

Пример применения признака в задаче

Дано	Соответствие	Итог
$AB = DE$	$A \leftrightarrow D$	$\square ABC = \square DEF$
$BC = EF$	$B \leftrightarrow E$	по первому признаку
$AC = DF$	$C \leftrightarrow F$	три пары сторон
	в одном порядке	без пропусков

Даны равенства трёх сторон: $AB = DE$, $BC = EF$, $AC = DF$. По ним устанавливают соответствие вершин между треугольниками ABC и DEF , после чего делают строгий вывод о равенстве фигур.

Три равенства должны относиться к сторонам, которые идут друг за другом по записи вершин. Тогда треугольники совпадают при мысленном наложении.

Условие задачи из описания слайда

Типичные ошибки семиклассников

Иногда путают признаки и считают, что «две стороны и угол между ними» — это первый признак. На самом деле это другой случай, где важна именно связка угол–сторона в определённом положении.

Другая частая ошибка — перепутать порядок вершин. Если записать треугольники так, что сторона АВ окажется сопоставленной не той стороне, доказательство станет логически неверным.

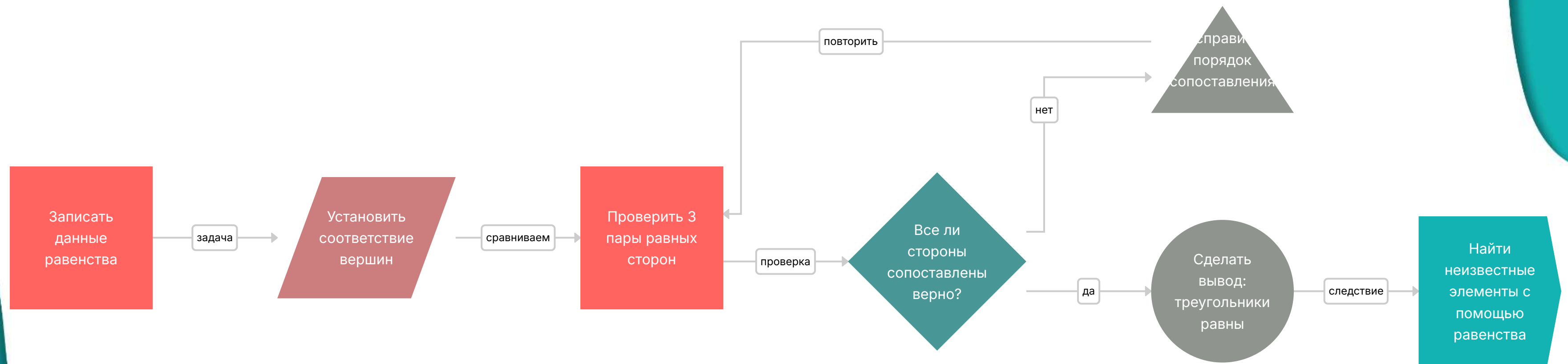
Бывает, что сравнивают равенство трёх отрезков на чертеже без указания, какие именно это стороны треугольников. Для первого признака нужны именно пары соответствующих сторон, а не произвольные длины.

Ещё одна проблема — потерять «соответствие» при выводе. Даже если три длины равны, но их отнесли к неверным сторонам (например, АВ сравнили с EF), равенство треугольников не следует.

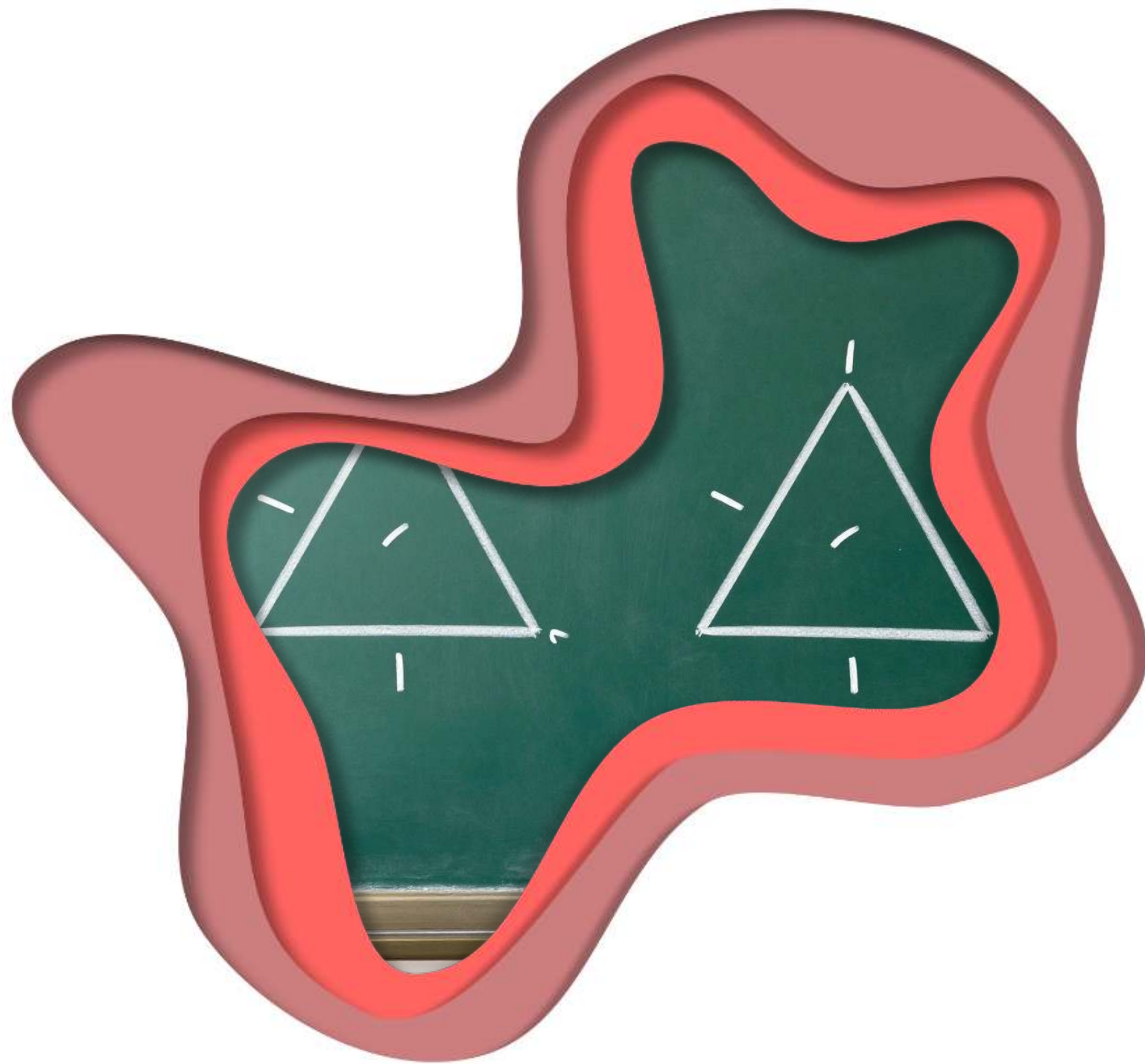


Алгоритм доказательства равенства треугольников

Движение мысли при решении задачи по первому признаку



Что можно получить после доказательства равенства



- После доказательства равенства треугольников автоматически становятся известны равные стороны и равные углы. Это позволяет переходить от «дано» к конкретным значениям неизвестных элементов, не измеряя их на глаз.
- На рисунке удобно отмечать совпадающие элементы одинаковыми штрихами и дугами. Тогда видно, какие равенства уже доказаны, и легче продолжать решение, опираясь на них шаг за шагом.

Три признака равенства треугольников

В школьной геометрии выделяют три способа доказывать равенство. Первый признак опирается на три стороны, а остальные используют сочетания сторон и углов.

Распределение акцентов показывает, что первый признак проще всего проверять в задачах по готовой записи равенств. Он помогает не смешивать логические основания.

Учебная программа по геометрии 7 класса (структура темы)



Историческая и практическая роль признака

Развитие строгой геометрии

Признаки равенства треугольников поддерживают строгие доказательства: позволяют переходить от равенства отдельных элементов к равенству всей фигуры без измерений.

Школьная практика доказательств

В задачах 7 класса признаки помогают строить рассуждения по шагам. Ученик учится правильно фиксировать соответствие вершин и связывать «дано» с выводом.

Точность чертежей и симметрия

В практических схемах треугольники используют для проверки точности деталей: совпадения, симметрии и правильности построений. Равенство фигур служит контролем корректности.

Мини-памятка по первому признаку

Чтобы применить первый признак равенства, сначала формулируют три равенства соответствующих сторон. Затем проверяют совпадение вершин по порядку и получают вывод о равенстве треугольников и всех соответствующих углах.

Главное — не просто равные длины, а равенства именно «с соответствием». Одинаковый порядок вершин делает вывод корректным.

Памятка на основе определения первого признака равенства

Пункт	Формулировка
Условие	$AB=A_1B_1, BC=B_1C_1, AC=A_1C_1$
Проверка	Сопоставление вершин в одном порядке
Результат	$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
Следствие	Равны все соответствующие углы
Правило	Порядок записи должен совпадать

Краткий вывод для решения задач

- Первый признак равенства треугольников позволяет делать строгий вывод о равенстве фигур по трём сторонам, если эти стороны определены как соответствующие. Это ключ к быстрым и аккуратным доказательствам.
- Успех доказательства зависит от правильного сопоставления вершин и сторон: в записи треугольников буквы задают, какая сторона с какой сравнивается. Любая перестановка меняет соответствие и выводить равенство нельзя.
- Точная запись равенств делает решение понятным и логичным для проверки. Когда каждую пару сторон указали явно, учителю легче увидеть соответствие и признать вывод о равенстве обоснованным.

Итоги урока

Первый признак равенства треугольников формулируется через равенство трёх соответствующих сторон. Он является одним из главных инструментов школьной геометрии в 7 классе: доказывает равенство, помогает находить неизвестные элементы и строить чёткие рассуждения.

