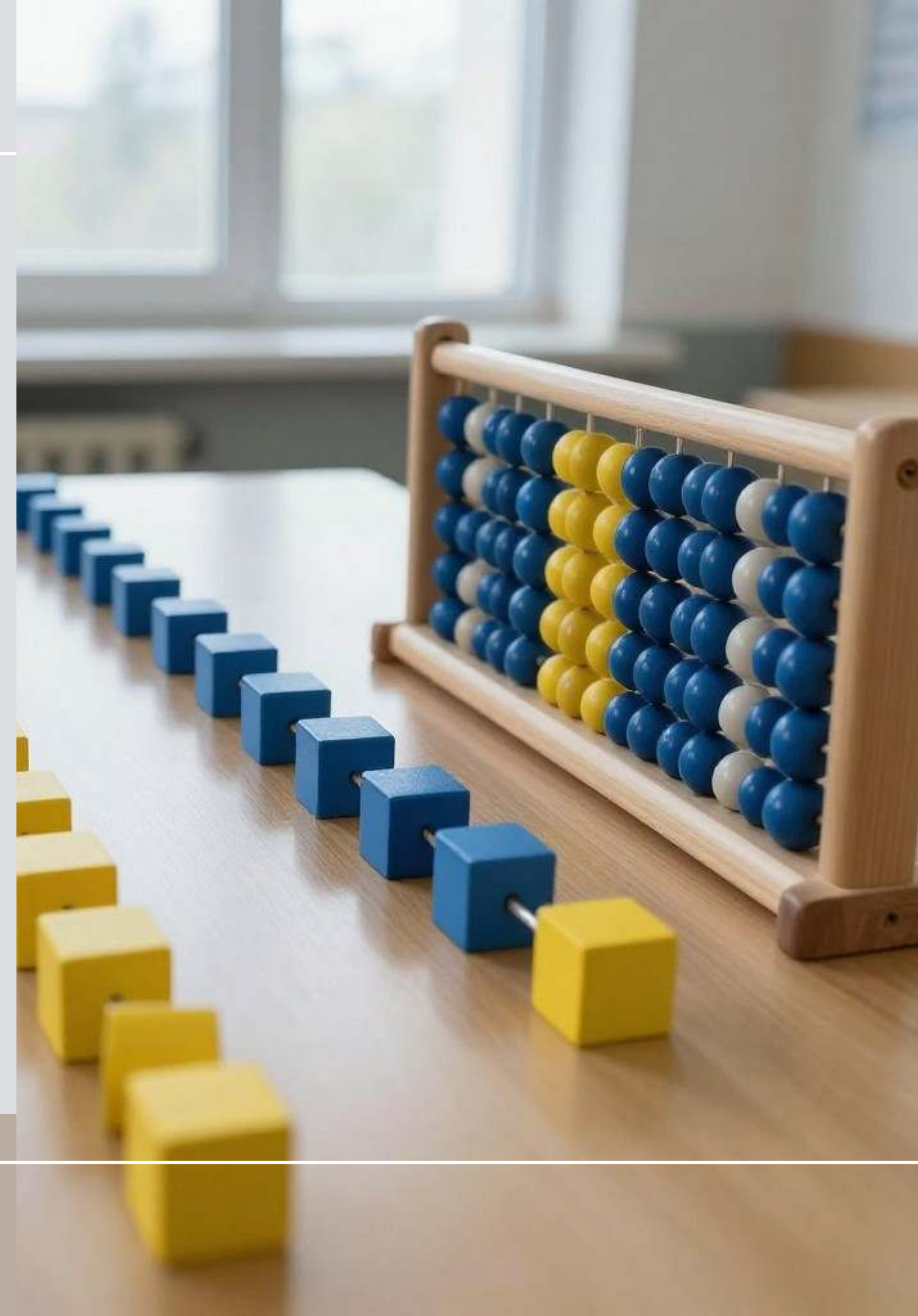


Числовые последовательности

Правило, шаг, формула: разберём последовательности на простых примерах.



Где скрыты последовательности

Последовательности окружают нас в ценах, таблицах, ритмах и кодах. На уроке важно увидеть правило, отличить АП от ГП, найти следующий член и записать формулу.



Ключевые признаки последовательности



Порядок важен

Последовательность — это числа, расположенные в строго заданном порядке. Если поменять порядок, получится уже другой ряд, даже при тех же числах и значениях.



Члены ряда

Каждое число в ряду называют членом последовательности. Первый, второй и третий члены можно записывать по номерам, чтобы не путаться в ходе решения.



Ищем правило

Чтобы понять правило, сравнивают соседние члены и ищут изменение: прибавление, умножение или чередование. Проверка на нескольких шагах помогает избежать случайной догадки.



Проверяем ответ

Полезно сразу проверить гипотезу на двух-трёх следующих членах. Если правило работает дальше, его можно использовать для поиска следующего элемента и формулы.

Способы записи последовательности

Способ	Пример	Что показывает
Список	2, 4, 6	готовый ряд
Правило	прибавлять 2	изменение
Формула	$a_n = 2n$	зависимость от n

Один и тот же ряд можно представить по-разному: как список чисел, словесное правило или формулу.

Разные записи описывают одну последовательность, но помогают решать разные задачи.

Пример учебного ряда

Алгоритм поиска закономерности

Пример: 3, 6, 9, 12, 15 — поиск общего изменения по шагам.



В ряду 5, 8, 11, 14 легко ошибиться, если проверить только первые шаги.
Надёжная проверка показывает одинаковую разность на каждом переходе.

3

— именно столько нужно прибавлять каждый раз в этом ряду.

Арифметическая последовательность

1

Постоянный шаг

В арифметической последовательности каждый следующий член получают прибавлением одного и того же числа. Это постоянное число называют разностью и обозначают d .

2

Любой знак d

Разность может быть положительной, отрицательной или равной нулю. Поэтому арифметическая последовательность может расти, убывать или оставаться неизменной.

3

Проверка на примерах

Примеры помогают увидеть правило сразу: 4, 7, 10, 13 и -2, 1, 4, 7. В обоих рядах изменение между соседними членами одинаковое.

4

Как распознать

Чтобы не ошибиться, сравнивают соседние члены и считают разность несколько раз подряд. Если она не меняется, ряд относится к арифметической последовательности.

Определяем разность и следующий член

Член	Сравнение	Результат
12→9	9−12	−3
9→6	6−9	−3
0→?	0−3	−3

Для ряда 12, 9, 6, 3, 0 нужно определить постоянное изменение и продолжить цепочку.

Разность постоянна и равна −3, значит следующий член после 0 — −3.

Пример учебного ряда

Формула n-го члена АП

Общая запись

Формула арифметической прогрессии связывает любой член с его номером. Она позволяет не выписывать весь ряд, а сразу находить нужное значение по известным данным.

Что означают буквы

В формуле $a_n = a_1 + (n-1)d$ первый член задаёт начало ряда, а d показывает шаг изменения. Номер n отвечает, какой именно член нужен.

Пример применения

Для ряда 5, 8, 11, 14 получаем $a_n = 5 + 3(n-1)$. Такая запись удобна, когда нужно найти, например, десятый или двадцатый член.

В геометрической прогрессии важен не прирост, а постоянное умножение.

2

показывает, во сколько раз каждый следующий член больше предыдущего.

Находим q и следующий член

Член	Действие	Результат
3	$\times 2$	6
6	$\times 2$	12
48	$\times 2$	96

Для геометрической последовательности важно увидеть одинаковый множитель между соседними членами.

Во всех переходах множитель один и тот же: $q = 2$. Значит, следующий член после 48 равен 96.

По условию примера из задания

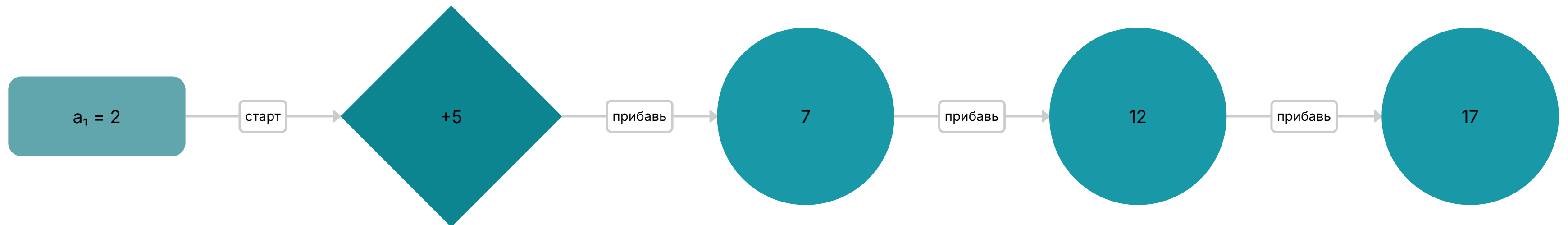
Формула показывает общий вид геометрической прогрессии и позволяет находить любой член без полного перечисления ряда.

2

— это множитель, который каждый раз повторяется в переходе к следующему члену.

Последовательности по правилу

Последовательность строится по правилу: каждый следующий член зависит от предыдущего.



Чтобы продолжить такую последовательность, нужно каждый раз прибавлять одно и то же число и не пропускать шаги.

5

прибавляется к каждому следующему члену последовательности по правилу.

Смешанные задачи: АП или ГП?

Ряд	Переход	Тип
7, 10, 13, 16	+3	АП
2, 6, 18, 54	×3	ГП

Сравнение помогает быстро отличить арифметическую последовательность от геометрической.

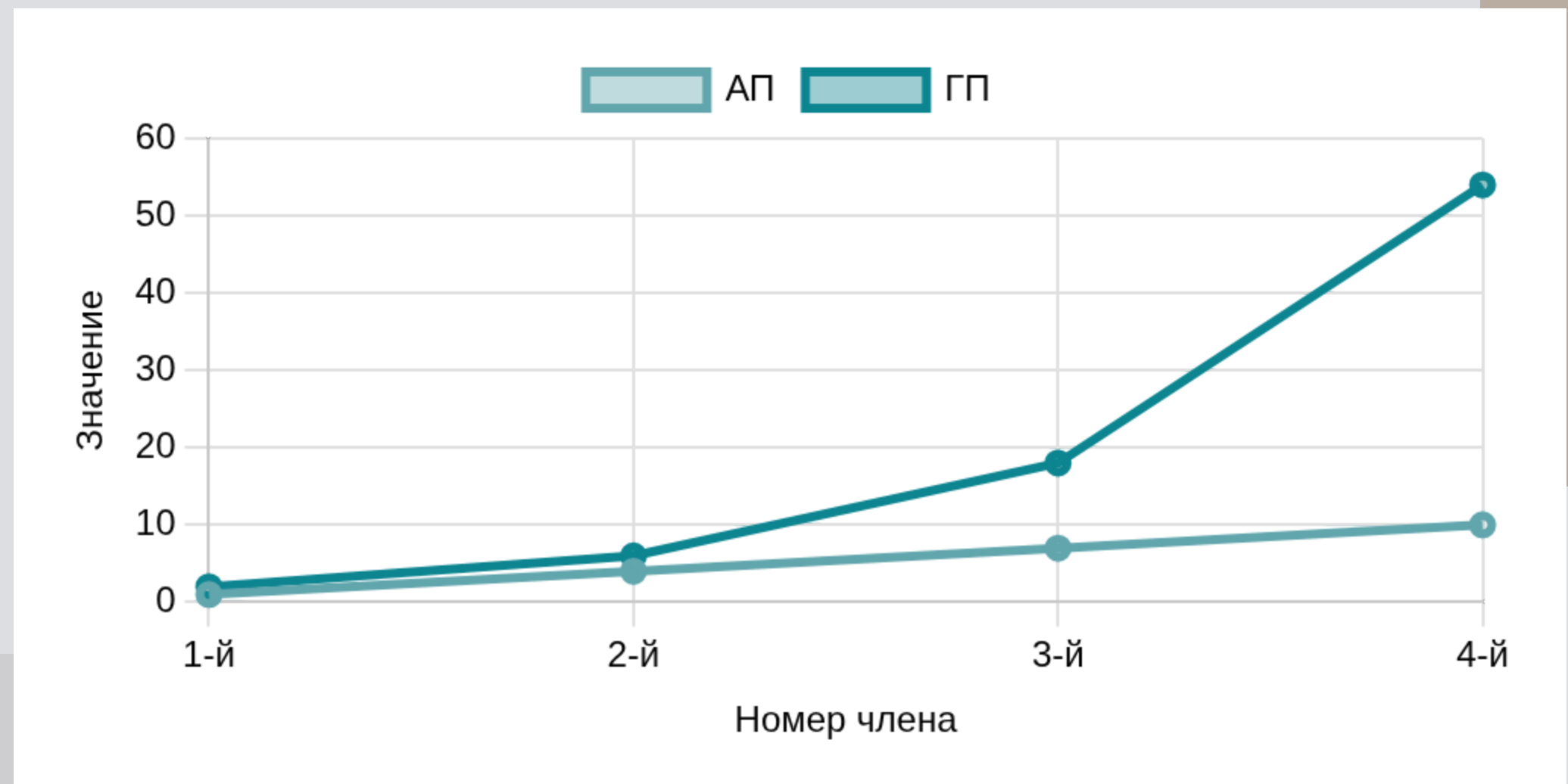
Если между соседними членами постоянно прибавляют одно и то же число, это АП.
Если каждый раз умножают на одно и то же число, это ГП.

По условию примера из задания

Таблица и графический смысл

График помогает увидеть не только число, но и характер изменения: равный шаг даёт ровный подъём, а умножение — всё более крутой рост.

У АП значения растут равномерно, а у ГП — всё быстрее. По графику легко заметить, где используется прибавление, а где умножение.



По условию примера из задания

Самая частая ошибка — остановиться на первых шагах и не проверить правило дальше. Проверка хотя бы на четырёх членах обычно сразу показывает, верно ли найдено решение.

4

члена достаточно, чтобы заметить многие ошибки в правиле последовательности.

Где встречаются последовательности в жизни



Цена в магазине

В магазине цена может меняться по одному и тому же правилу: сегодня наценка, завтра снова наценка, и так несколько дней подряд. Такие ряды удобно записывать как последовательности, чтобы заранее понять, какой будет следующая цена.



Рост в природе

Если число бактерий удваивается, каждый новый шаг отличается от предыдущего не прибавлением, а умножением. Именно поэтому такие процессы часто описывают геометрической последовательностью: рост идёт быстро и становится заметным уже через несколько шагов.



Правило в упражнениях

В заданиях и тренировках тоже встречаются последовательности: число шагов, кругов или примеров увеличивается по заранее заданному правилу. Это помогает распределять нагрузку и видеть, как меняется объём работы от этапа к этапу.

Мини-контрольная

Задание	Правило	Ответ
4, 7, 10, ?	+3	13
2, 6, 18, ?	×3	54
$a_n = 10 + 2(n-1)$	a_4	16

Короткая проверка показывает, насколько уверенно найдено правило и следующий член последовательности.

Во всех трёх примерах правило применяется одинаково: сначала узнаём тип последовательности, затем продолжаем ряд или используем формулу.

По условию примера из задания

Итог: как работать с последовательностями

Последовательности становятся понятными, когда есть чёткий план: заметить изменение, проверить его на нескольких членах и записать формулу. Тогда следующий член и общий член находятся без лишних догадок.