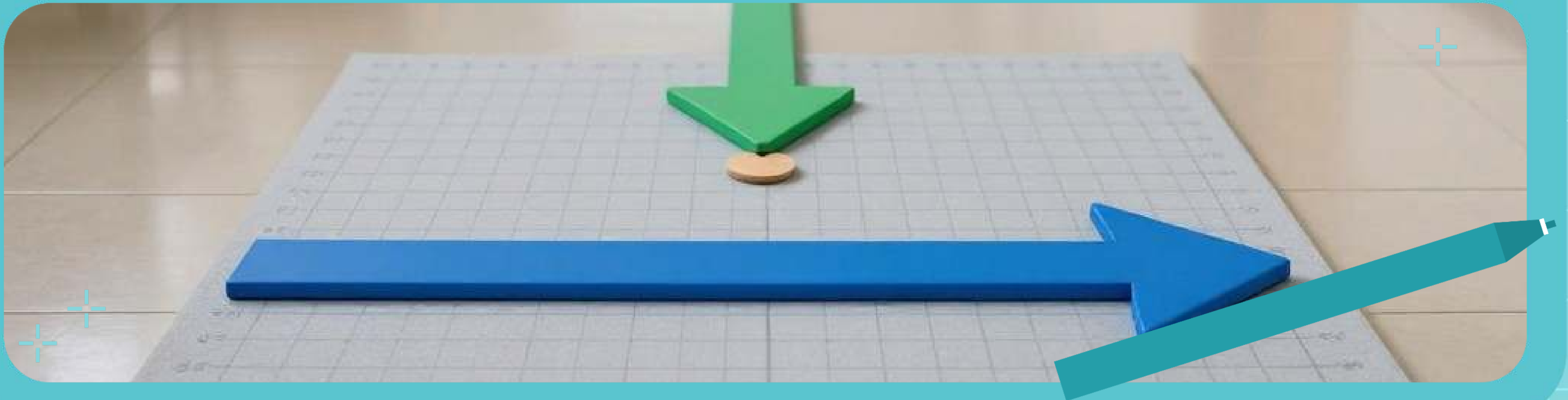


Координаты вектора: основа работы с направлениями и перемещениями на плоскости

Координаты вектора показывают, как и куда смещается точка по осям x и y .



Зачем это изучают в 9 классе?

Координаты вектора изучают в 9 классе в разделе о векторах и координатах на плоскости. Тема связывает построения на координатной сетке, вычисления и проверку по смыслу. Эти координаты нужны в задачах на движение, черчении, физике и компьютерной графике.



Что называют координатами вектора

Если вектор AB задан точками $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, то его координаты равны $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$. Это разности координат конца и начала.

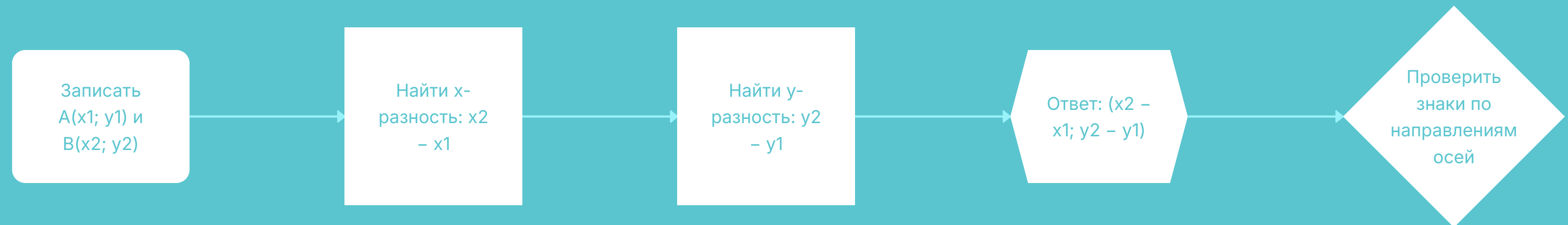
Первая координата показывает изменение по горизонтали, вторая — по вертикали. По ним можно понять, как меняется положение при движении слева направо или снизу вверх.

Положительный знак означает движение вправо или вверх, отрицательный — влево или вниз. Важно: координаты вектора описывают перемещение, а не положение точки.



Алгоритм нахождения координат вектора по двум точкам

Шаги работают напрямую с координатами точек начала и конца.



Вектор на координатной плоскости



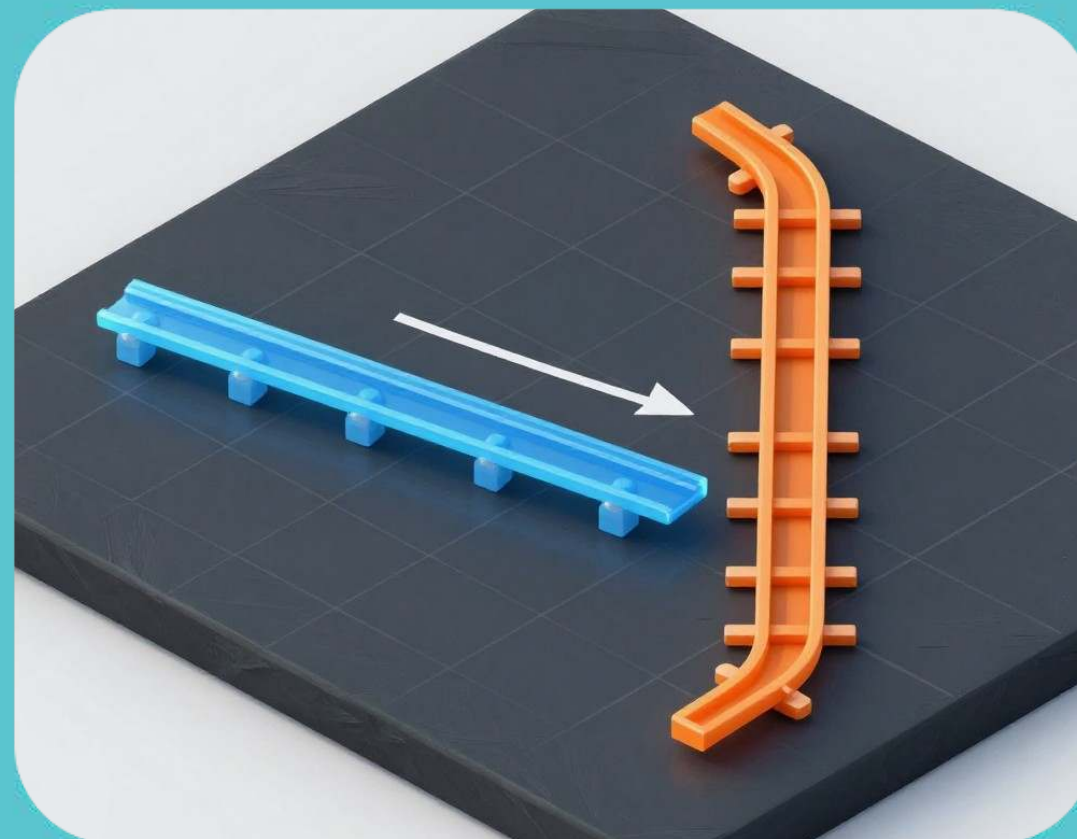
Стрелка между точками

На координатной плоскости вектор изображают стрелкой, которая начинается в точке А и заканчивается в точке В. Тогда всем сразу видно: это не просто линия, а перемещение с направлением.



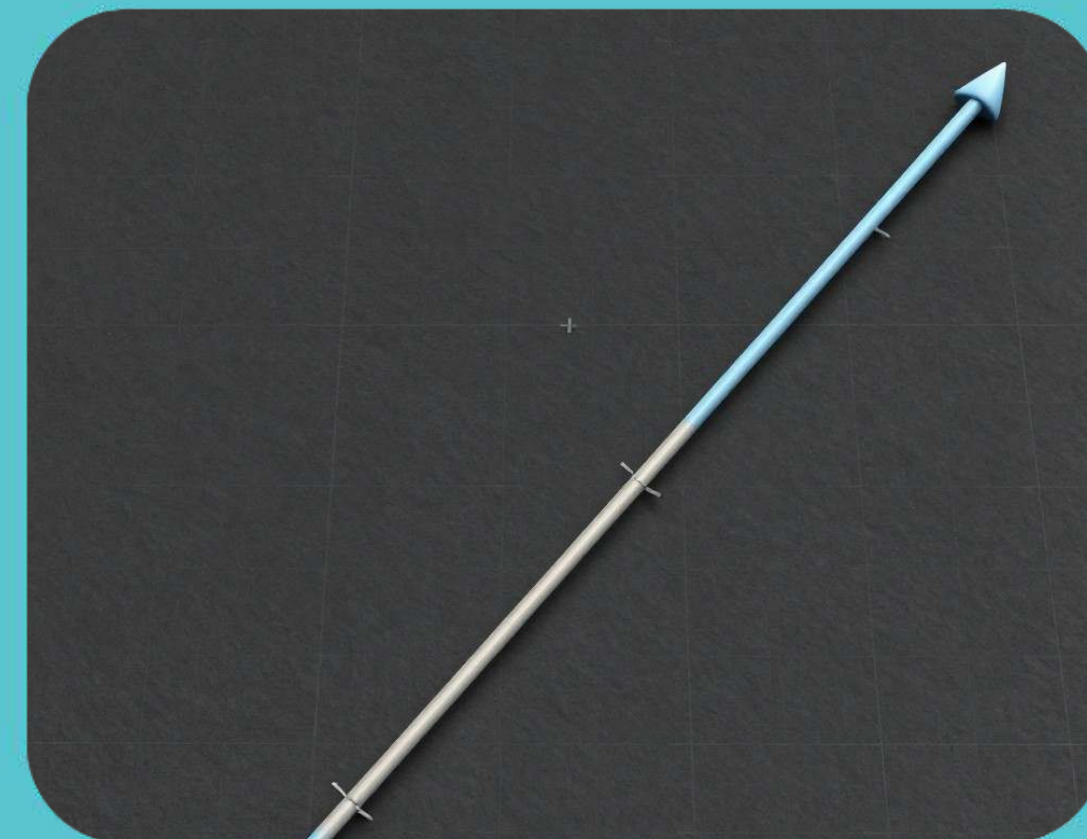
Горизонтальный и вертикальный шаги

Если мысленно разложить путь по осям, горизонтальная часть соответствует первой координате, а вертикальная — второй. Даже без вычислений по рисунку становится понятно, в какую сторону «уходит» вектор.



Что стоит показать на рисунке

Для наглядности удобно подписывать оси с делениями, отмечать точки А и В и проводить стрелку АВ. Так направление и величины перемещений читаются однозначно и легко проверяются.



Как знак координат связан с направлением вектора



По первой координате видно, идёт ли вектор вправо или влево, а по второй — вверх или вниз.

Разные сочетания знаков дают четыре направления на плоскости, при этом координаты отделяют горизонтальный и вертикальный вклад.



Данные для примеров: $(3; 2)$, $(3; -2)$, $(-3; 2)$, $(-3; -2)$.



Равные и противоположные векторы



Равные векторы

Равные векторы имеют одинаковые координаты и одинаковую длину, даже если расположены в разных местах плоскости. По сути, они задают одно и то же перемещение.



Противоположные векторы

Противоположные векторы имеют координаты противоположных знаков: если один равен $(a; b)$, то другой — $(-a; -b)$. Направления при этом строго противоположны.



Длины и направления

У противоположных векторов длины равны, потому что меняется только знак. А вот направление меняется так, будто вы возвращаетесь обратно по тому же пути.



Примеры координат векторов и их направлений



Вектор	Координаты	Направление
AB	(2; 3)	вправо, вверх
CD	(-2; 3)	влево, вверх
EF	(2; -3)	вправо, вниз
GH	(-2; -3)	влево, вниз

Правила нахождения координат вектора в школьной геометрии.

В таблице показаны примеры векторов, их координаты и направление движения по осям.

У одинаковых по модулю координат направление различается из-за знаков: одна координата задаёт горизонталь, другая — вертикаль.



Сложение векторов по координатам

Пусть $a = (a_1; a_2)$ и $b = (b_1; b_2)$. Тогда сумма векторов определяется по формуле $a + b = (a_1 + b_1; a_2 + b_2)$.

Важно, что сложение происходит отдельно: сначала объединяются первые координаты, затем — вторые. Такой подход экономит время и не требует построений на плоскости.

Когда векторы заданы числами, сложение по координатам удобно тем, что ответ получается сразу как пара чисел. По смыслу это соответствует «склеиванию» двух перемещений.



Вычитание векторов и умножение на число

Разность векторов вычисляется так: $a - b = (a_1 - b_1; a_2 - b_2)$. Координаты вычитаются по отдельности, как в обычных действиях с числами.

Если умножить вектор на число k , то его координаты станут $(ka_1; ka_2)$. При $k > 0$ направление сохраняется, потому что знаки остаются прежними.

При $k < 0$ направление меняется на противоположное: вектор «поворачивается» и начинает идти по обратному пути. Это соответствует замене координат на противоположные.

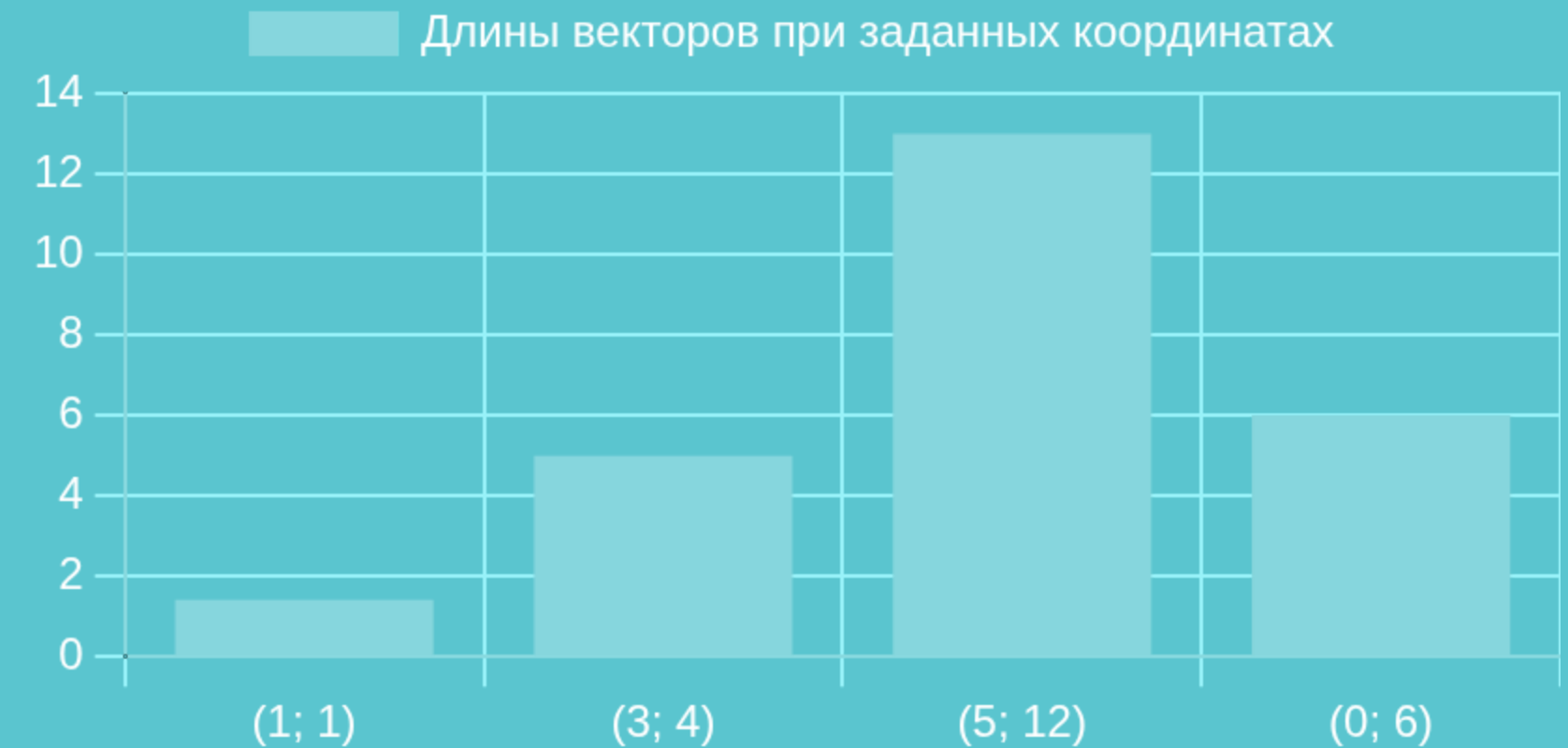
Если $k = 0$, получаем нулевой вектор $(0; 0)$. Его длина равна 0, то есть никакого перемещения не происходит.



Сравнение длин векторов с разными координатами

Длины посчитаны по формуле $|a| = \sqrt{x^2 + y^2}$: поэтому каждое изменение и по x , и по y отражается в результате.

Самый длинный вектор имеет наибольшую сумму квадратов координат ($25 + 144 = 169$), а нулевое x не мешает длине расти из-за y .



Составлено по данным примеров: (1; 1), (3; 4), (5; 12), (0; 6).



По этой формуле длина — неотрицательное число, которое показывает «размер» вектора без привязки к его месту на плоскости.

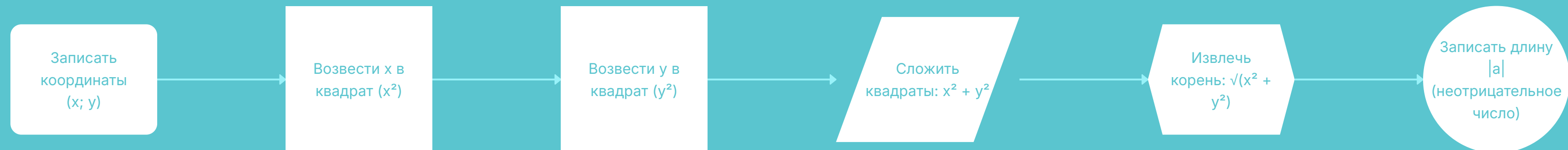
Школьный курс геометрии: длина вектора через теорему Пифагора, пример (3; 4).

5

Для вектора с координатами (3; 4) длина получается ровно 5.

Алгоритм вычисления длины вектора

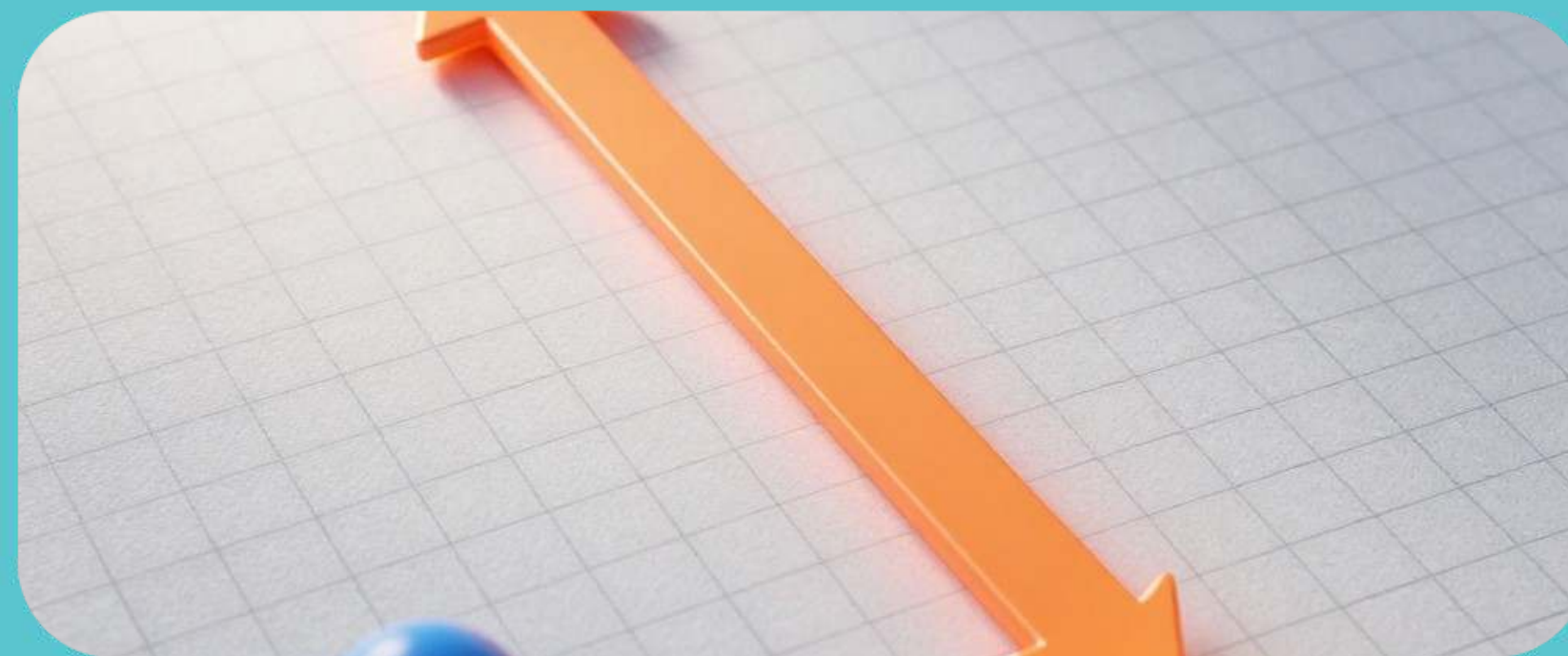
Схема опирается на формулу $|a| = \sqrt{x^2 + y^2}$ и теорему Пифагора.



Координаты вектора в повседневных ситуациях

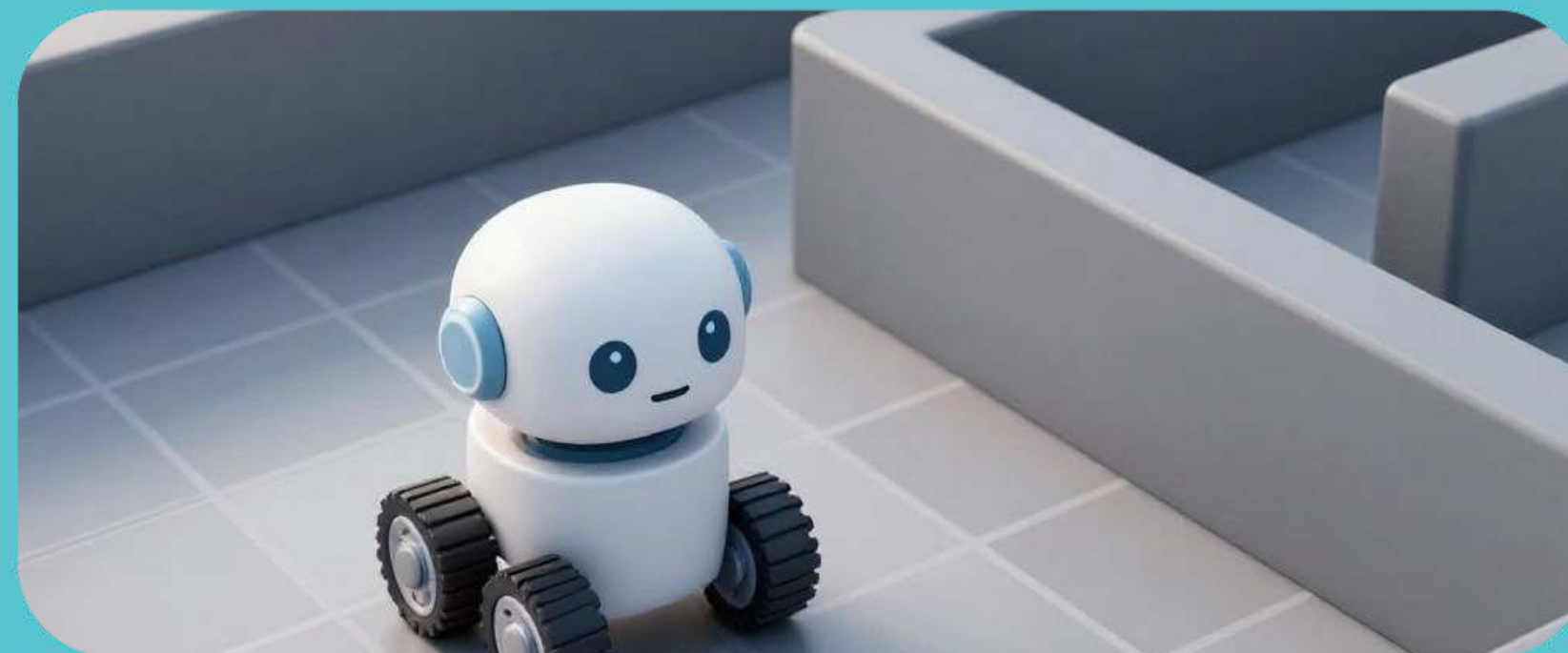
Маршрут на карте: точные шаги

Представь, что на клетчатой карте герой выходит из точки А и делает перемещение, например на 2 клетки вправо и 3 вверх. Вектор описывает это смещение одной стрелкой. По координатам легко проверить, достиг ли он нужного места.



Робот в лабиринте: куда именно повернуть

В игре робот движется по клеткам сетки: сначала он может пройти, например, 1 клетку влево и 4 вниз. Тогда координаты вектора сразу показывают, в каком направлении будет каждое «движение по осям». Длина вектора отвечает, сколько клеток занял маршрут.



Типичные ошибки при работе с координатами вектора

Ошибка	Что перепутали	Последствие	Как правильно
х и у	горизонталь и вертикаль	вектор меняет направление	вычисляй x^2 и y^2 по своим осям
знак минуса	потеряли отрицательное	направление становится противоположным	учитывай $(-a)$ как движение в обратную сторону
разные строки	сложили не те координаты	получили неверный результат	складывай/вычитай пары $(x; y)$
корень	ошиблись с $\sqrt{}$	получили завышенную/заниженную длину	корень берут один раз после сложения $x^2 + y^2$
точка вместо вектора	координаты положения вместо смещения	не та формула	для вектора бери разности: $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

Таблица помогает быстро заметить, где именно произошла ошибка, и увидеть правильное действие: координаты сравнивают и считают по осям отдельно.

Почти все ошибки сводятся к одному: важно не смешивать смысл точки и вектора и соблюдать правило работы с координатами по каждой оси отдельно.

Методические типовые ошибки из школьной практики по теме «координаты вектора».



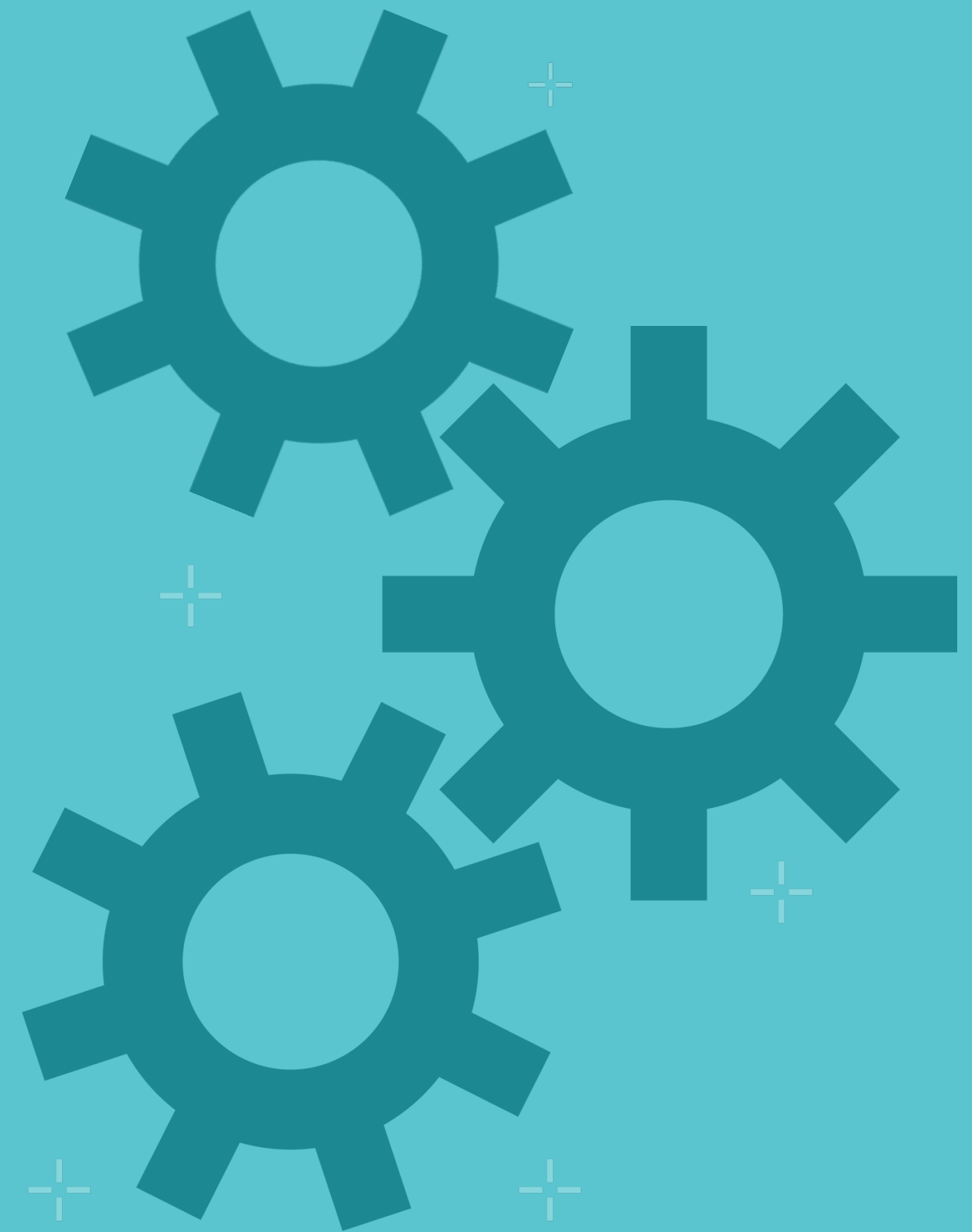
Чем координаты вектора отличаются от координат точки

Координаты точки отвечают на вопрос «где находится объект»: они показывают положение на плоскости относительно начала координат. Точка рассматривается как фиксированное место без направления.

Координаты вектора отвечают на вопрос «на сколько и куда сместился объект»: они описывают перемещение от начала к концу. Поэтому две точки могут задавать одинаковые координаты вектора в разных местах.

Вектор строят по двум точкам А и В, но сам вектор — это не «координаты точки В». Его координаты — это разности координат конца и начала по осям x и y .

Отличить эти объекты помогает смысл: если меняется начальное расположение, координаты точек меняются. А координаты равных векторов одинаковы, потому что описывают одно и то же смещение по осям.

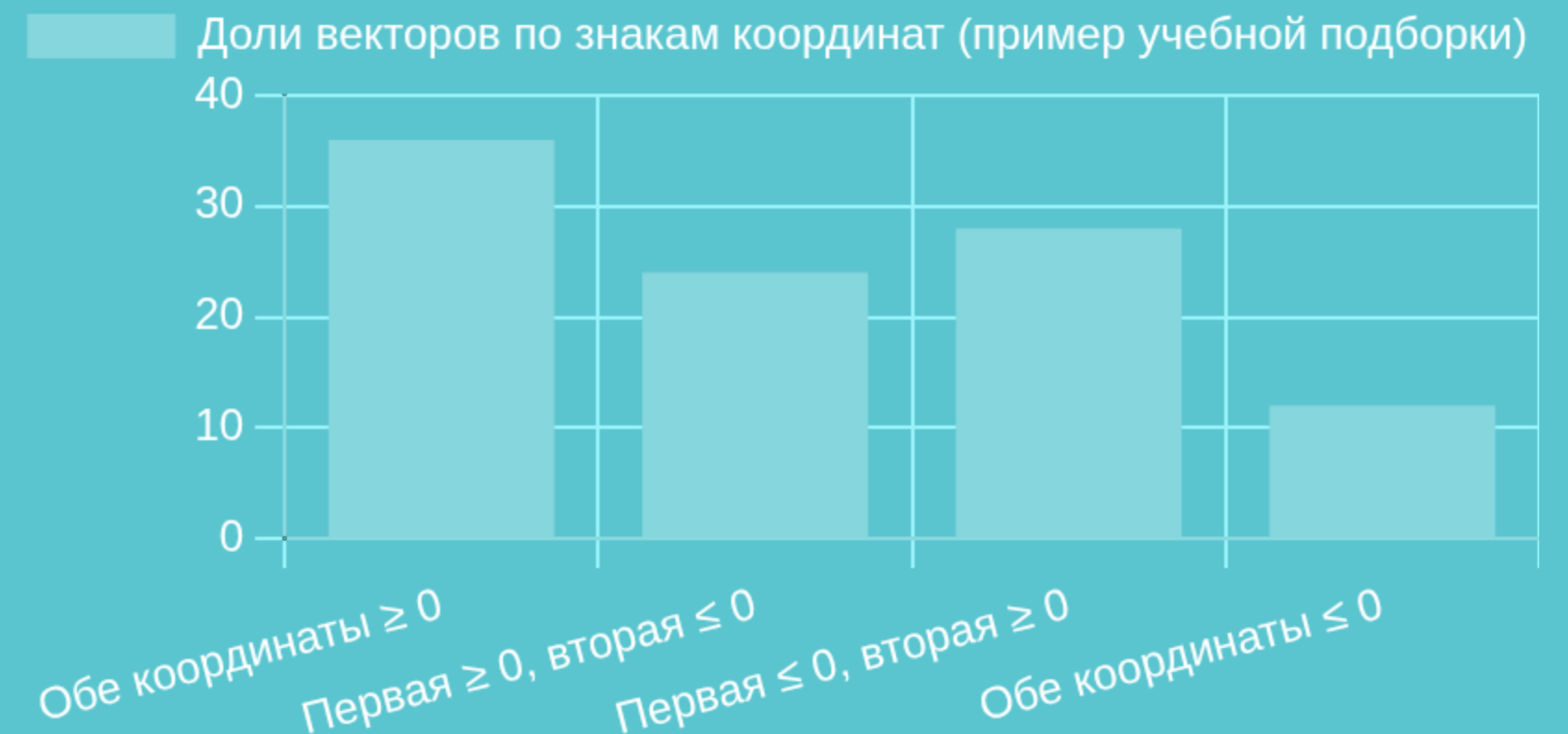


Нулевой вектор и наборы векторов с разными знаками координат



Нулевой вектор $(0; 0)$ отдельно имеет длину 0 и не задаёт направление, поэтому на рисунках его удобно выделять особым цветом или пометкой.

Знаки координат сразу говорят, в каком квадранте окажется направленный вектор (или в каком направлении пойдёт его перемещение).



Учебная подборка примеров, используемая для демонстрации влияния знаков координат (доли в процентах условны).



Какие задачи решаются с помощью координат вектора



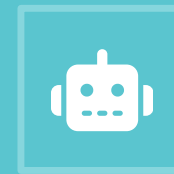
Маршруты и карты

По координатам вектора можно описать перемещение от точки к точке: сколько шагов сделано вправо/влево и вверх/вниз. Это удобно для задач на маршрут по сетке.



Проверка параллельности и направлений

Сравнивая координаты, можно быстро понять, одинаково ли направление у двух векторов или они противоположны. Это помогает при разборе геометрических задач на плоскости.



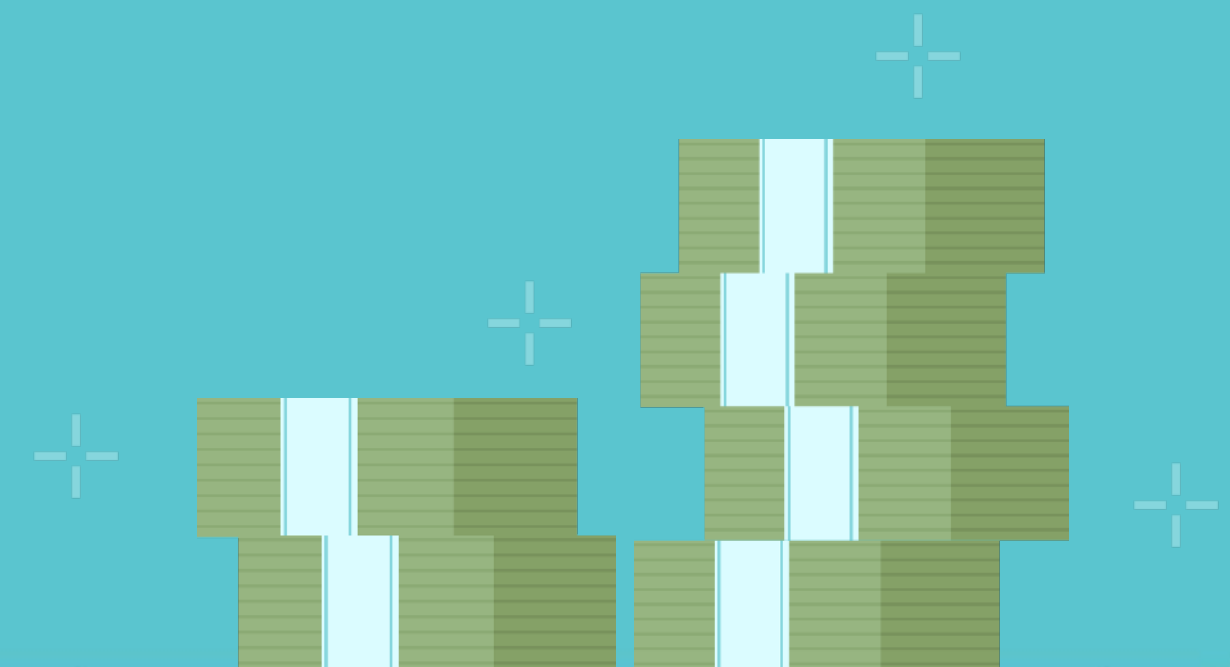
Движение по клеткам

Если робот или персонаж ходит по клетчатому полю, вектор задаёт направление и величину одного хода. По координатам легко находить следующий участок пути и проверять себя.



Середина отрезка и длины

Координаты вектора используют как основу для вычислений в геометрии: находить середину и оценивать перемещения. Формулы связывают числа координат с реальными размерами на плоскости.

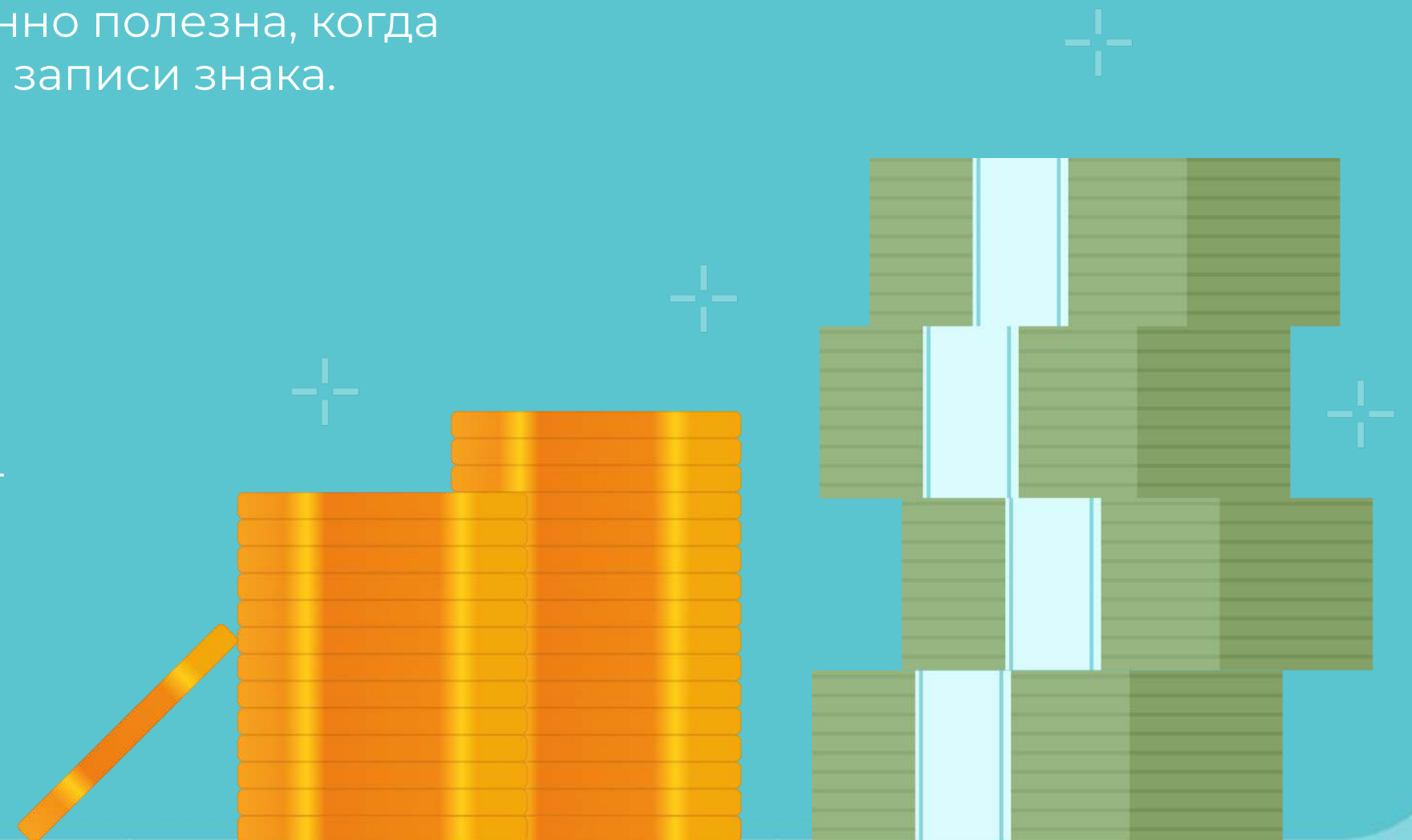


Как проверять правильность ответа

После вычислений сверяй знак первой координаты с взаимным расположением точек А и В: если В правее А, х-координата положительна; если левее — отрицательна.

Проверь вторую координату по вертикали: если В выше А, у-координата положительна; если ниже, она отрицательна. Такая проверка особенно полезна, когда ошибка только в записи знака.

Если знаки совпали, остаётся проверить вычисления: координаты находят разностями, а длину — корнем из суммы квадратов. Несоответствие почти всегда выдаёт ошибку в одной из строк ответа.



Координаты вектора — это язык точных перемещений



Координаты вектора находят как разности координат конца и начала, используют при сложении, вычитании и умножении на число. Длину вычисляют через корень из суммы квадратов по осям, применяя в задачах геометрии 9 класса.