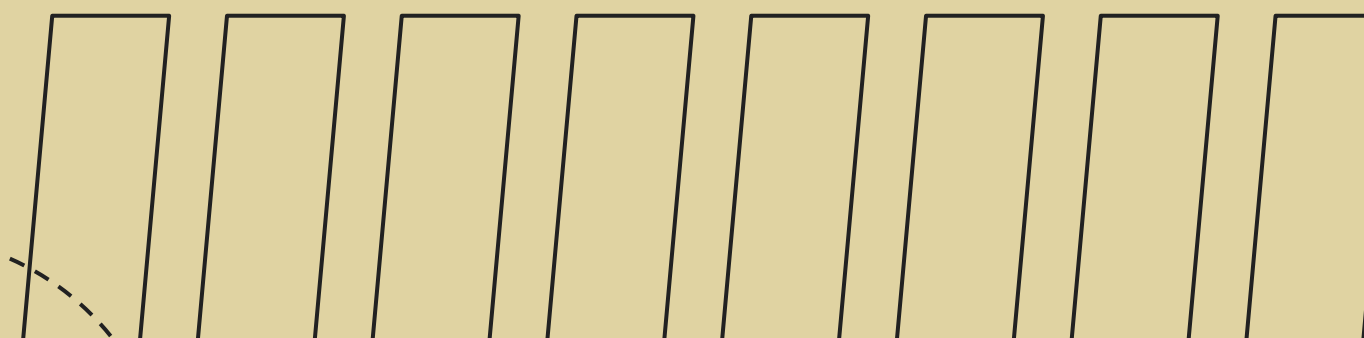
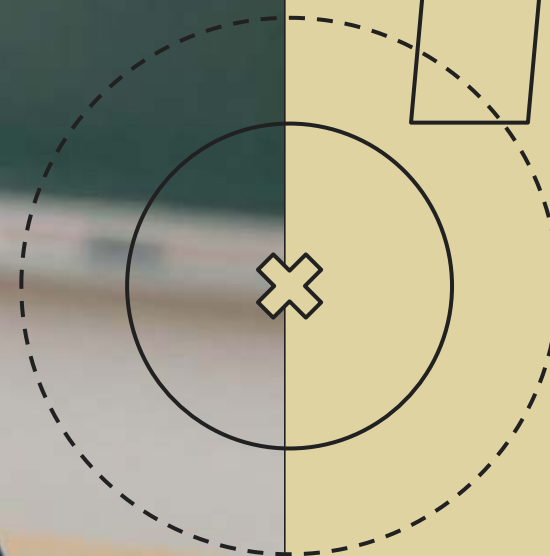
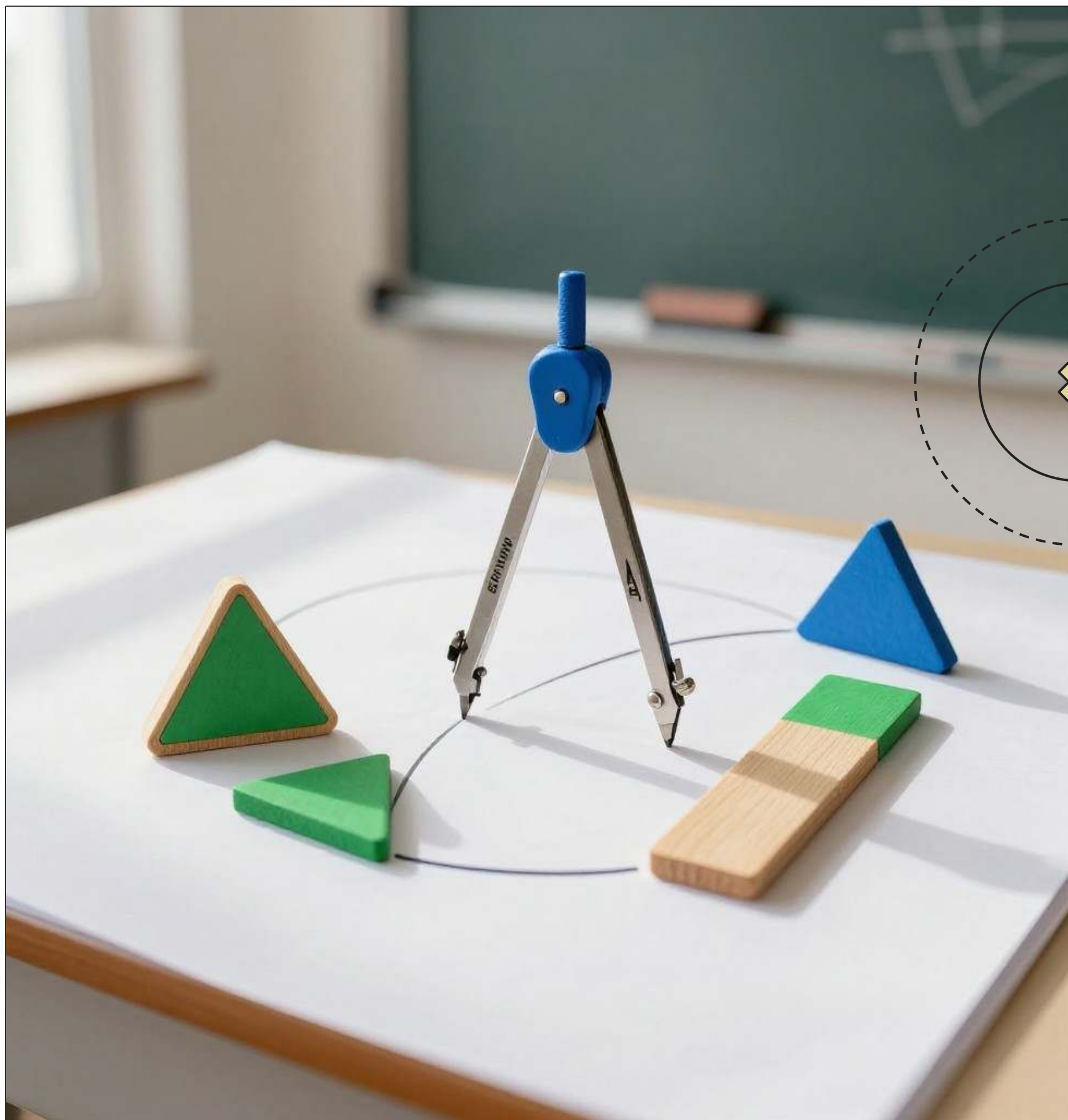


Поворот фигур вокруг точки

Поворот фигуры вокруг точки: от рисунка
к формулам и задачам.





Где мы видим поворот вокруг точки

Поворот легко узнать в часах, колесе, дверной ручке и орнаментах. Здесь важны центр, угол и направление, а также свойства фигуры, которые не меняются.

Основные понятия поворота



Центр поворота

Центр поворота — это неподвижная точка, вокруг которой строится преобразование. Все остальные точки фигуры меняют положение, но сохраняют расстояние до этого центра.



Угол поворота

Угол поворота показывает, на сколько градусов фигура сместилась вокруг центра. Чем больше угол, тем дальше новая позиция от исходной по направлению вращения.



Направление

Поворот бывает по часовой стрелке и против часовой стрелки. Направление обязательно указывают, потому что от него зависит положение образа фигуры.



Прообраз и образ

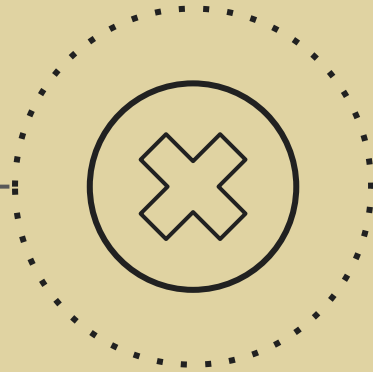
Прообраз — это исходная фигура или точка, а образ — результат поворота. Эти термины помогают точно описывать построение и проверять ответ.

Как поворачивается одна точка



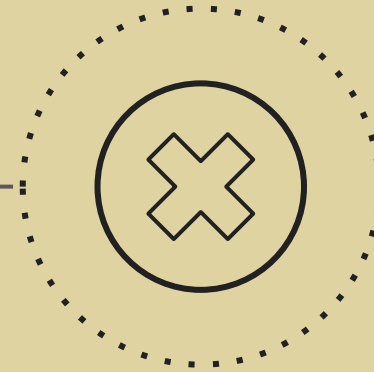
Расстояние сохраняется

Точка A вращается вокруг центра O так, что отрезок OA не меняет длину. Меняется только его направление, поэтому точка A' всегда находится на окружности радиуса OA.



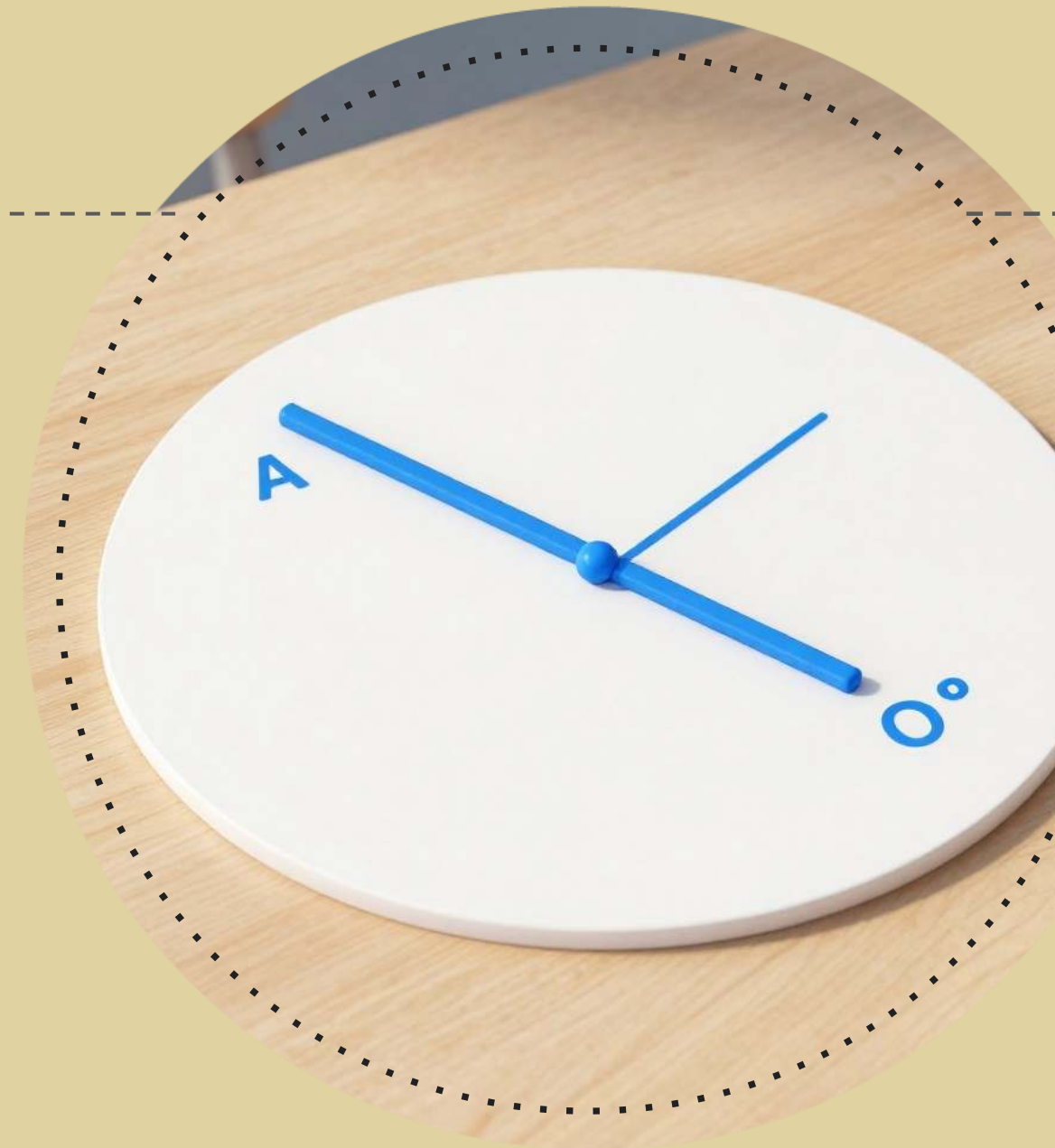
Угол между лучами

Если соединить O, A и A', получится угол AOA', равный заданному углу поворота. Именно по этому углу определяют новое положение точки.



Как построить образ

При построении удобно сначала отметить окружность с центром O и радиусом OA. Затем находят на ней точку, которая соответствует нужному направлению и углу.



Поворот отрезка, треугольника и многоугольника

01

Отрезок

Сначала поворачивают оба конца отрезка на один и тот же угол вокруг одного центра. Каждый конец сохраняет расстояние до центра, поэтому новый отрезок получается равным исходному.

02

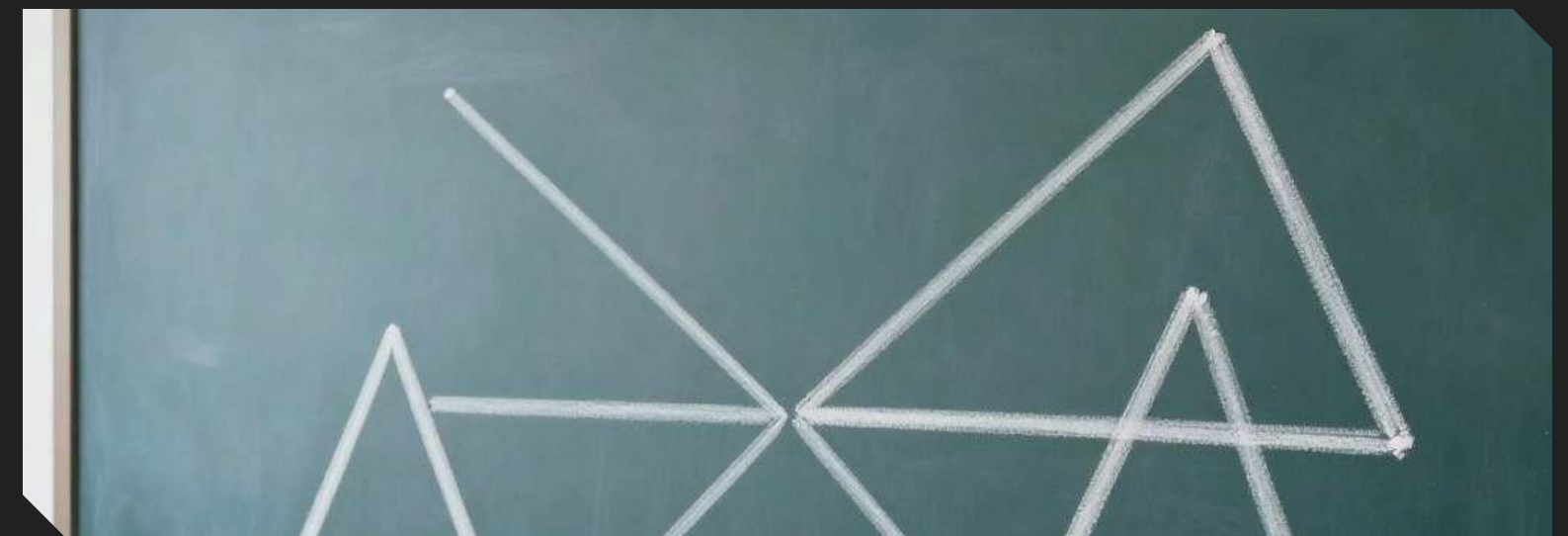
Вершины фигуры

Затем поворачивают все вершины треугольника или многоугольника. Важно не менять порядок вершин, иначе фигура может исказиться и перестать совпадать по форме.

03

Соединение по порядку

После поворота соответствующие точки соединяют так же, как в исходной фигуре. Если построение выполнено точно, длины сторон и углы совпадут с исходными.



Что сохраняется при повороте

Длины не меняются

При повороте сохраняются длины всех отрезков, а значит, фигура не растягивается и не сжимается. Размер изображения остается таким же, как у исходной фигуры.

Углы сохраняются

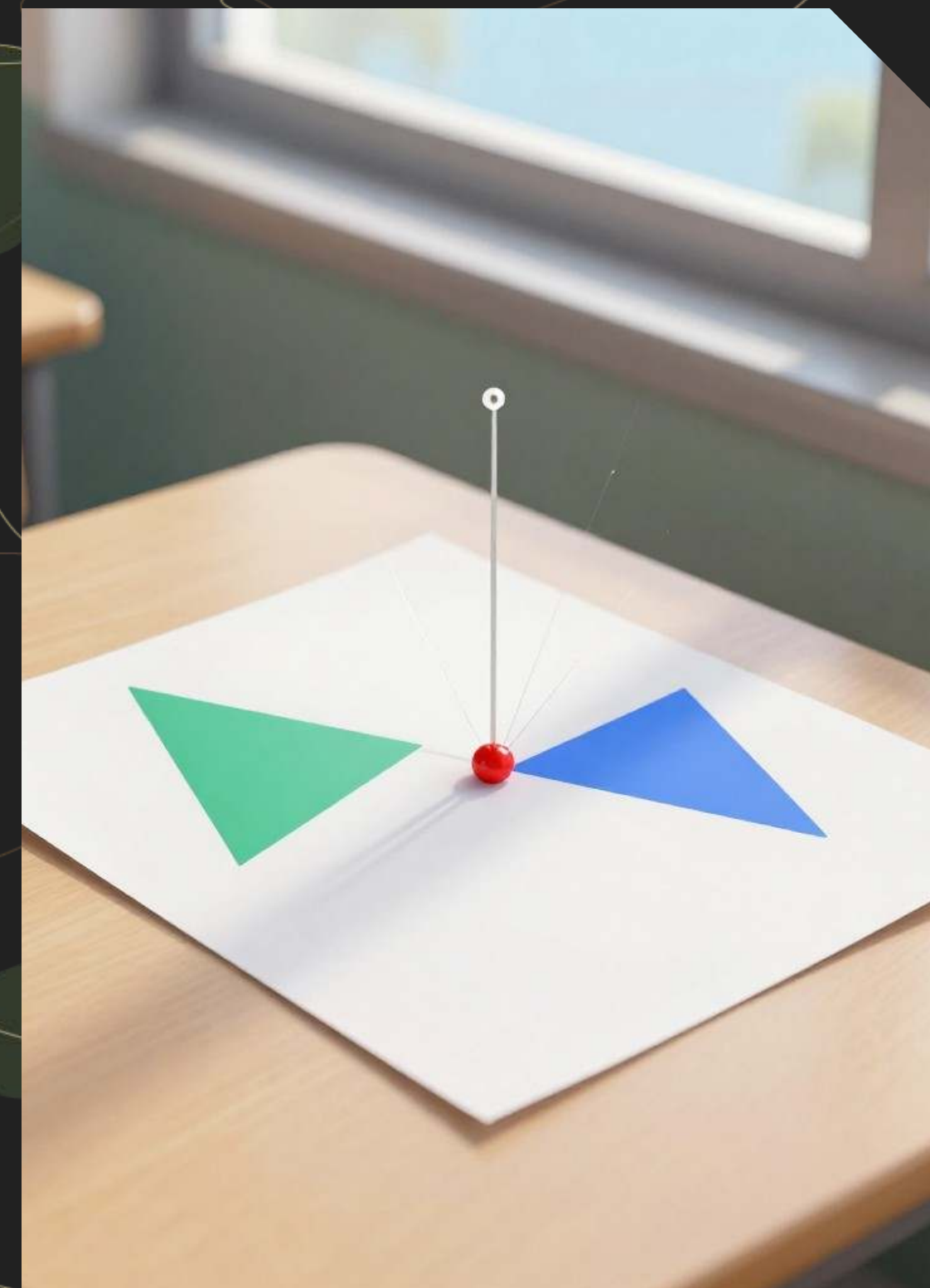
Все углы остаются равными своим исходным значениям. Поэтому треугольник, квадрат или любой другой многоугольник после поворота сохраняет свою форму.

Радиус до центра

Каждая точка остается на том же расстоянии от центра вращения. Это главное правило помогает быстро проверить правильность построения без лишних измерений.

Направление важно

Поворот может изменить ориентацию фигуры: левый и правый поворот дают разные положения. Поэтому знак угла и направление нужно учитывать обязательно.

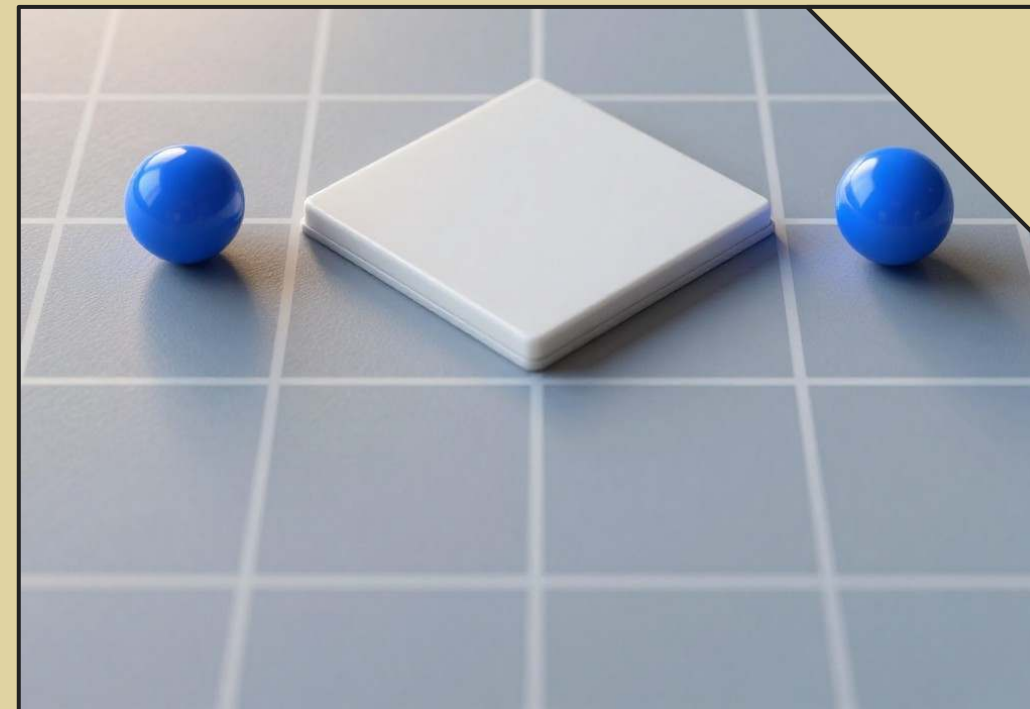


Быстрые случаи: 90° , 180° , 270°



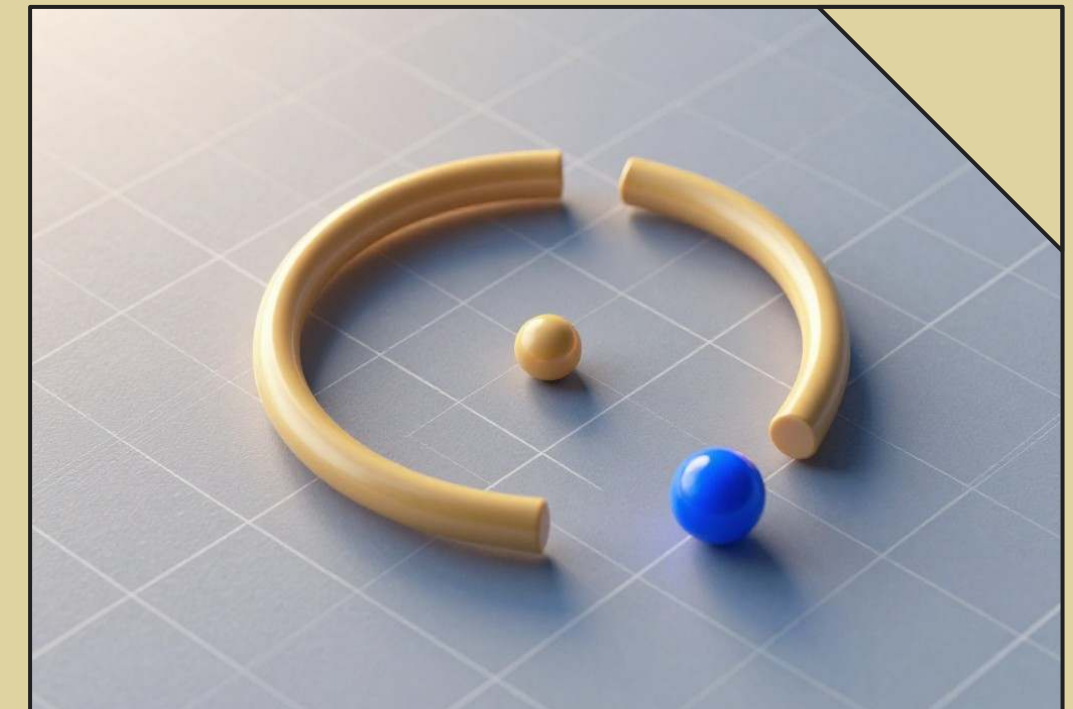
Поворот на 90°

На клетчатой сетке поворот на 90° удобно видеть по точке, стоящей справа от центра. При повороте против часовой стрелки она оказывается сверху, а по часовой — снизу. Такой быстрый прием помогает строить ответ без долгих вычислений.



Поворот на 180°

Поворот на 180° переносит точку на противоположную сторону относительно центра. Расстояние не меняется, но направление луча полностью разворачивается, поэтому новая точка лежит точно напротив исходной.



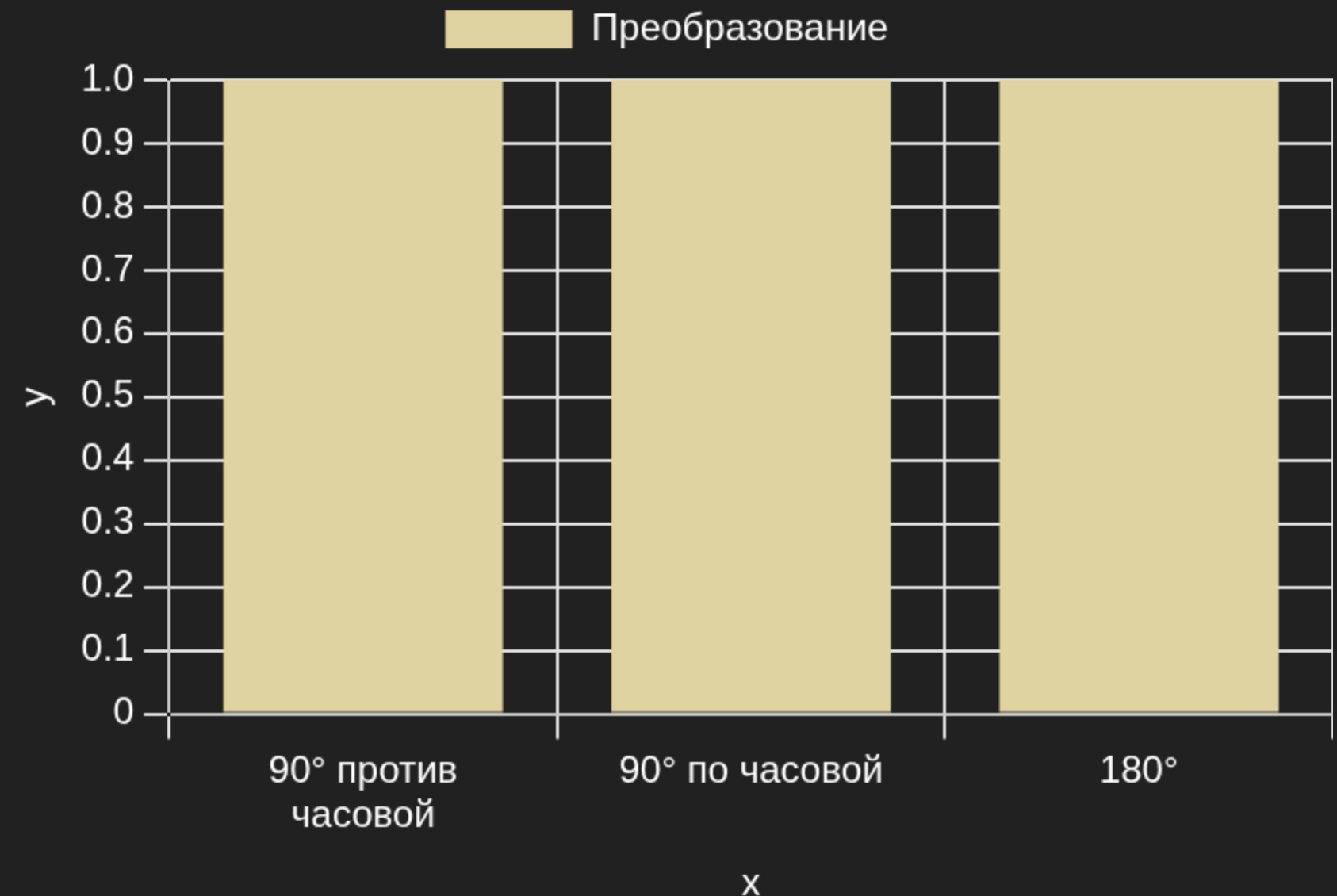
Поворот на 270°

Поворот на 270° можно понимать как поворот на 90° в другую сторону. Этот случай часто используют, когда удобнее работать не с полным поворотом, а с коротким переходом на сетке.

Поворот на координатной плоскости

Формулы удобно проверять на точках, лежащих в разных четвертях. Они показывают, как меняются координаты при вращении вокруг начала координат.

Для поворота вокруг начала координат достаточно запомнить три правила: 90° против часовой, 90° по часовой и 180° .



Правила поворота на координатной плоскости

Примеры преобразования точек

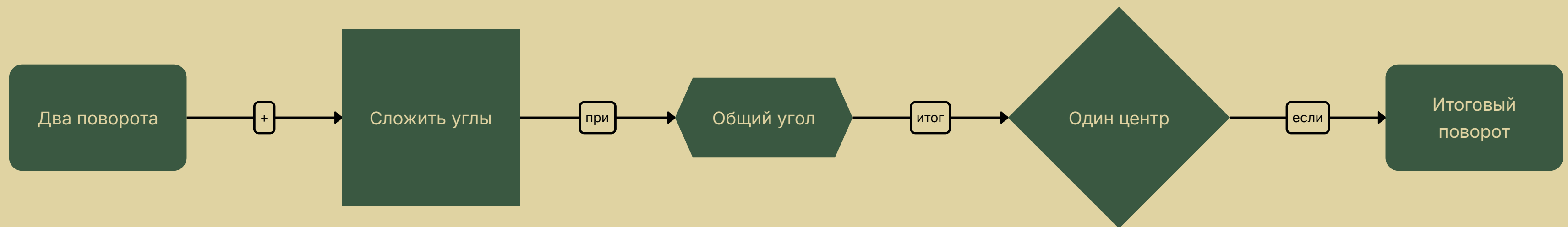
Проверьте, как меняются координаты при повороте на 90° против часовой стрелки. Важно видеть не только новые точки, но и сохранение расстояния до начала координат.

Во всех примерах применяется одна и та же формула. Координаты меняются, но удаленность точки от начала остается прежней.

Точка	Образ	Правило
A(2,1)	A'(-1,2)	$(x, y) \rightarrow (-y, x)$
B(-3,2)	B'(-2, -3)	$(x, y) \rightarrow (-y, x)$
C(1, -4)	C'(4,1)	$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

Композиция поворотов

✗ Схема показывает, как складываются углы и когда сохраняется общий центр.



**ошибки стоит искать
прежде всего именно
в этих местах.**

Три частые ошибки помогают быстро
проверить решение: направление,
центр и сохранение размеров.

3

**первых шага достаточно,
чтобы начать строить
поворот без подсказок.**

Три базовых упражнения помогают
перейти от определения к уверенным
построениям на сетке и без нее.

3

Первые задачи на координаты

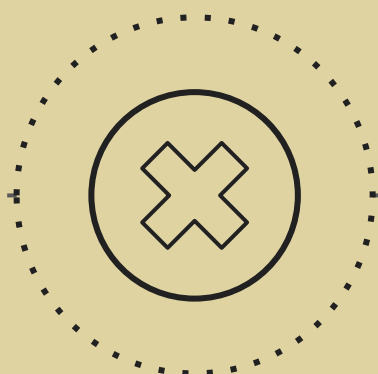
✕ Три типовые задачи показывают, как применять формулы поворота на координатной плоскости.

✕ Во всех случаях полезно сверять результат по координатам и по сохранению расстояния до начала.

Задача	Что найти	Проверка
А, В,С	образы	расстояние
по часовой	формулу	знаки
образ	исходную	обратность

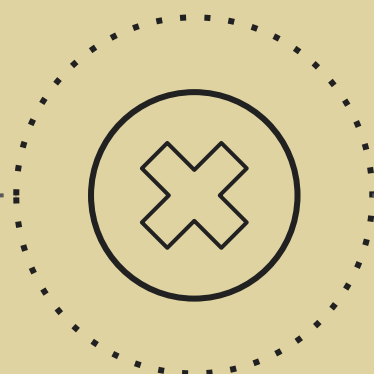
Авторская подборка заданий по теме

Мини-практика: поворот в рисунках



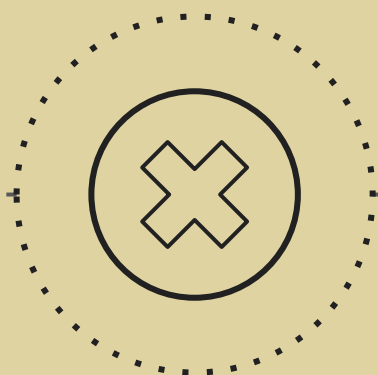
Найти объект

Выберите предмет с четким повторяющимся рисунком: снежинку, колесо или орнамент. Сначала отметьте центр, затем сравните одинаковые элементы по расстоянию и углу поворота.



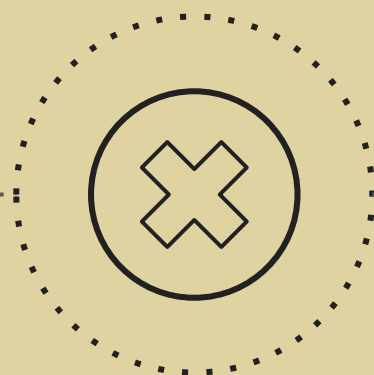
Проверить угол

Определите, на какой угол фигура повторяется сама с собой. Для этого проследите, через сколько одинаковых частей рисунок снова совпадает с исходным видом.



Проверить направление

Установите направление поворота и проверьте его на двух соседних элементах. Если расстояния от центра равны, а форма не меняется, гипотеза верна.



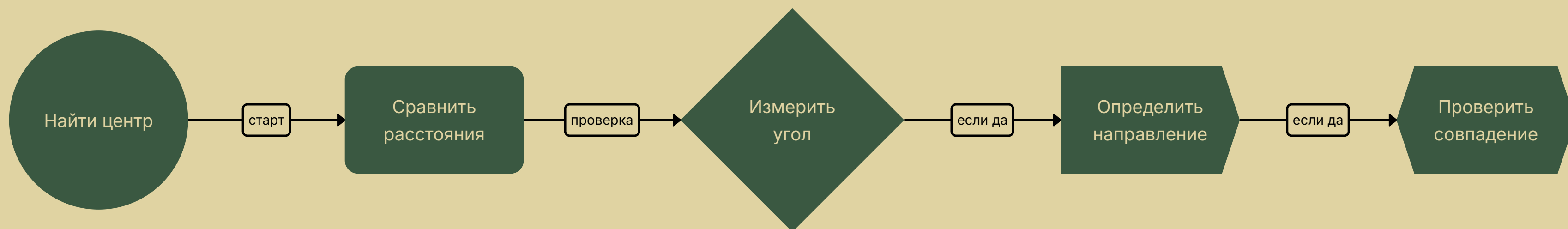
Зафиксировать вывод

Сделайте короткую запись: центр, угол, направление и признак совпадения. Такая мини-таблица помогает объяснить решение и не перепутать видимое вращение с зеркальным отражением.



Проверка поворота по рисунку

✕ Последовательность проверки признаков поворота на рисунке



Интуиция поворота: движение без деформации

01

Образ движения

Представьте стрелку часов: ее конец движется по окружности, но сама стрелка не меняет длину. Так же ведет себя любая фигура при повороте вокруг центра.

02

Что не меняется

Поворот не растягивает и не сжимает фигуру. Все стороны и углы остаются прежними, поэтому меняется только положение на плоскости, а не сама форма.

03

Как представлять поворот

Чтобы не ошибиться, мысленно отметьте центр и проследите, куда уйдет каждая точка. Тогда легко увидеть, как знак угла задает направление вращения.

Поворотная симметрия фигур

Совпадение с собой

Если после поворота фигура полностью совпадает сама с собой, говорят о поворотной симметрии. Это заметно в орнаментах, снежинках и декоративных знаках.

Пример квадрата

Квадрат совпадает сам с собой при поворотах на 90° и 180° , потому что его стороны и углы расположены равномерно относительно центра.



Пример треугольника

У равностороннего треугольника такая симметрия проявляется при повороте на 120° . Все вершины меняются местами, но общий вид остается прежним.

Какие фигуры совпадают сами с собой

01

Половинный оборот

На 180° обычно сохраняют вид прямоугольник и квадрат: противоположные стороны и углы меняются местами, но фигура остается узнаваемой.

02

Нужный угол

Равносторонний треугольник совпадает с собой не при 90° , а при 120° . Значит, важно проверять именно тот угол, который задан в задаче.

03

Четверть оборота

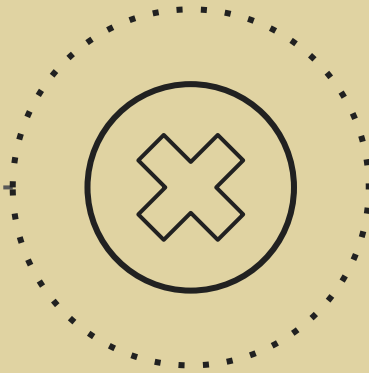
На 90° совпадают только фигуры с более высокой симметрией, например квадрат, снежинка или некоторые буквы. Прямоугольник в этом случае не совпадает.

04

Признак симметрии

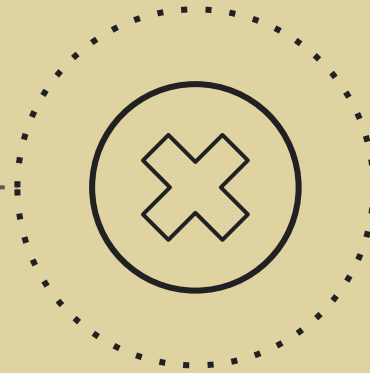
Чтобы не ошибиться, ищите одинаковые части вокруг центра: если они распределены равномерно, фигура может совпасть сама с собой после поворота.

Памятка и мини-викторина



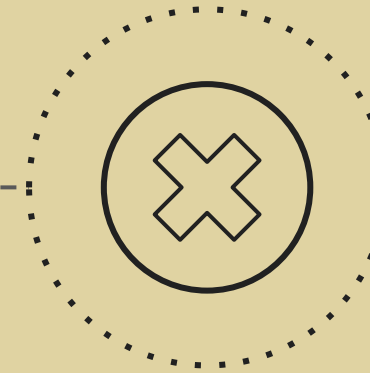
Центр

Начинайте с центра: без него невозможно понять, вокруг какой точки происходит вращение и можно ли вообще говорить о повороте.



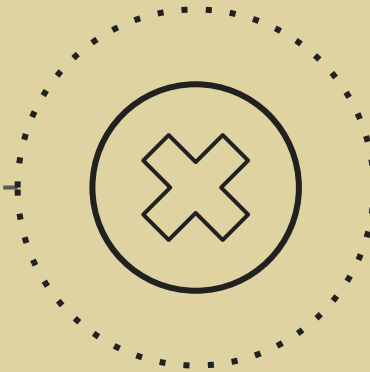
Угол

Затем определите угол поворота. Он показывает, насколько фигура изменила положение, и помогает выбрать правильное правило или построение.



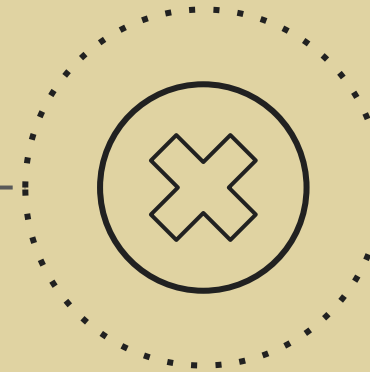
Направление

После этого укажите направление: по часовой стрелке или против нее. Именно оно отличает один поворот от другого.



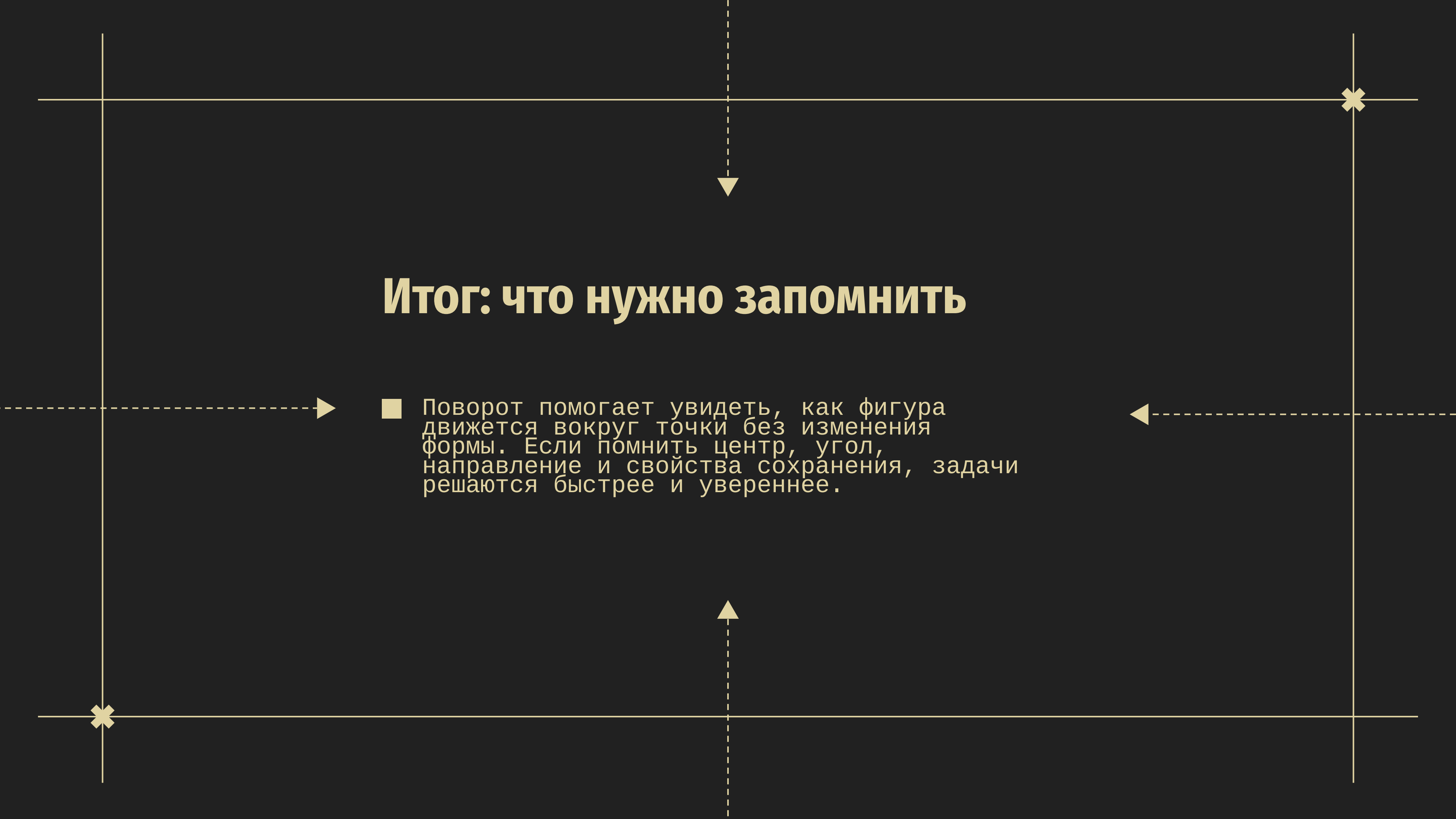
Расстояние

Проверьте расстояния до центра: они должны остаться одинаковыми у соответствующих точек. Это главный способ заметить ошибку в построении.



Проверка

В конце сопоставьте результат по координатам или чертежу. Если форма сохранилась, а точки оказались на верных местах, ответ верен.



Итог: что нужно запомнить

- Поворот помогает увидеть, как фигура движется вокруг точки без изменения формы. Если помнить центр, угол, направление и свойства сохранения, задачи решаются быстрее и увереннее.