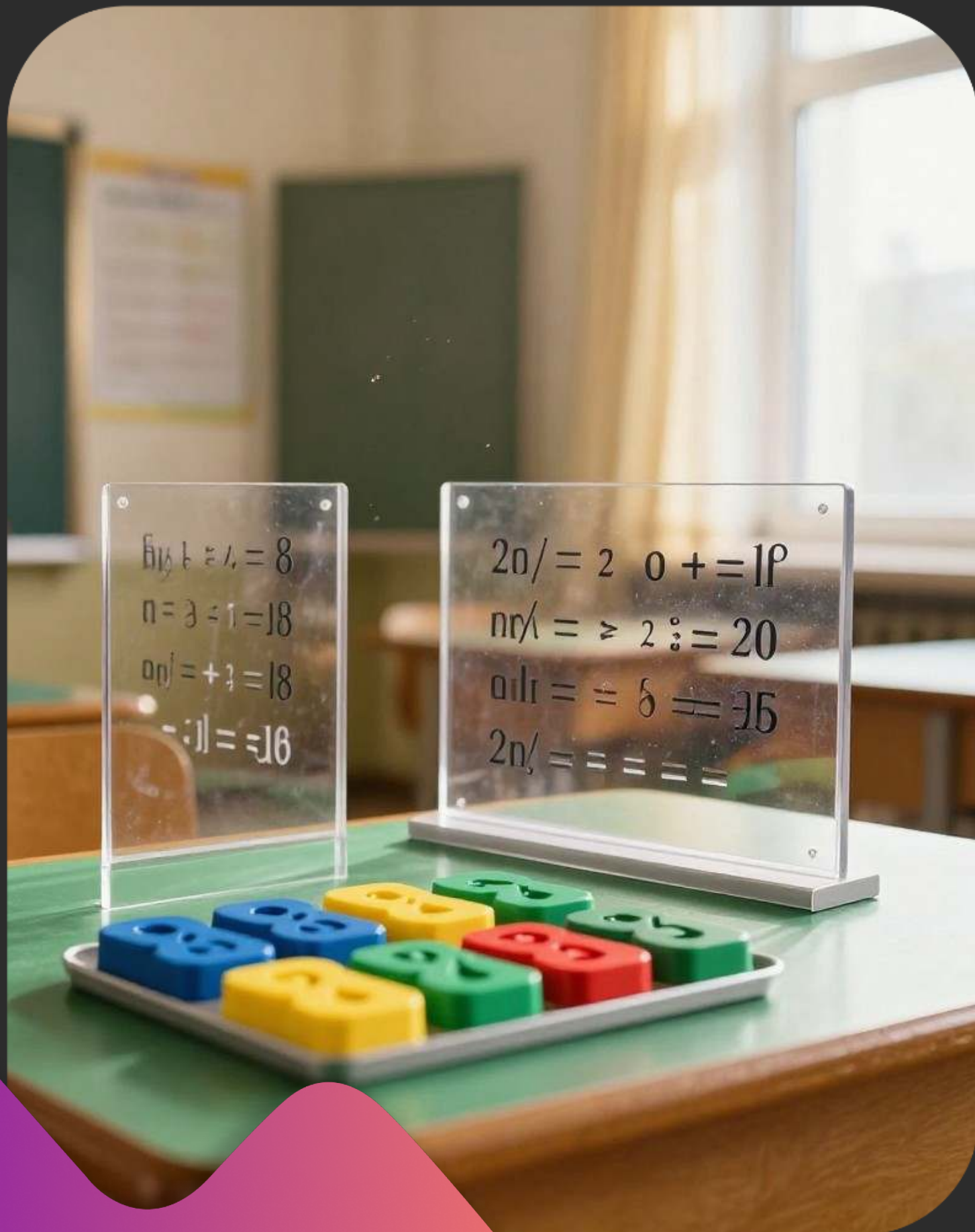


Метод подстановки в системах уравнений

Как найти одну пару чисел для двух уравнений?



Где используют подстановку

Этот способ помогает быстро решать системы там, где одну переменную легко выразить через другую и заменить её в следующем уравнении.



Что такое система уравнений

Несколько условий сразу Ищем пару чисел

Система уравнений — это набор уравнений, которые должны быть верными одновременно. Чтобы решение подошло, оно обязано удовлетворять каждому из них.

Решением системы обычно считают пару значений x и y . Именно эта пара должна сделать верными оба равенства, а не только одно.

Частый школьный случай

В 7 классе чаще всего рассматривают две линейные зависимости с переменными x и y . Такие системы удобно записывать и проверять по шагам.

Простой пример записи

Например, можно встретить систему $x + y = 12$ и $x - y = 4$. Здесь оба уравнения связаны одной и той же парой неизвестных.

Основная идея подстановки

Выражаем переменную

Сначала в одном уравнении находят удобное выражение, например $y = 12 - x$. Так одна переменная уже записана через другую.

Заменяем в другом уравнении

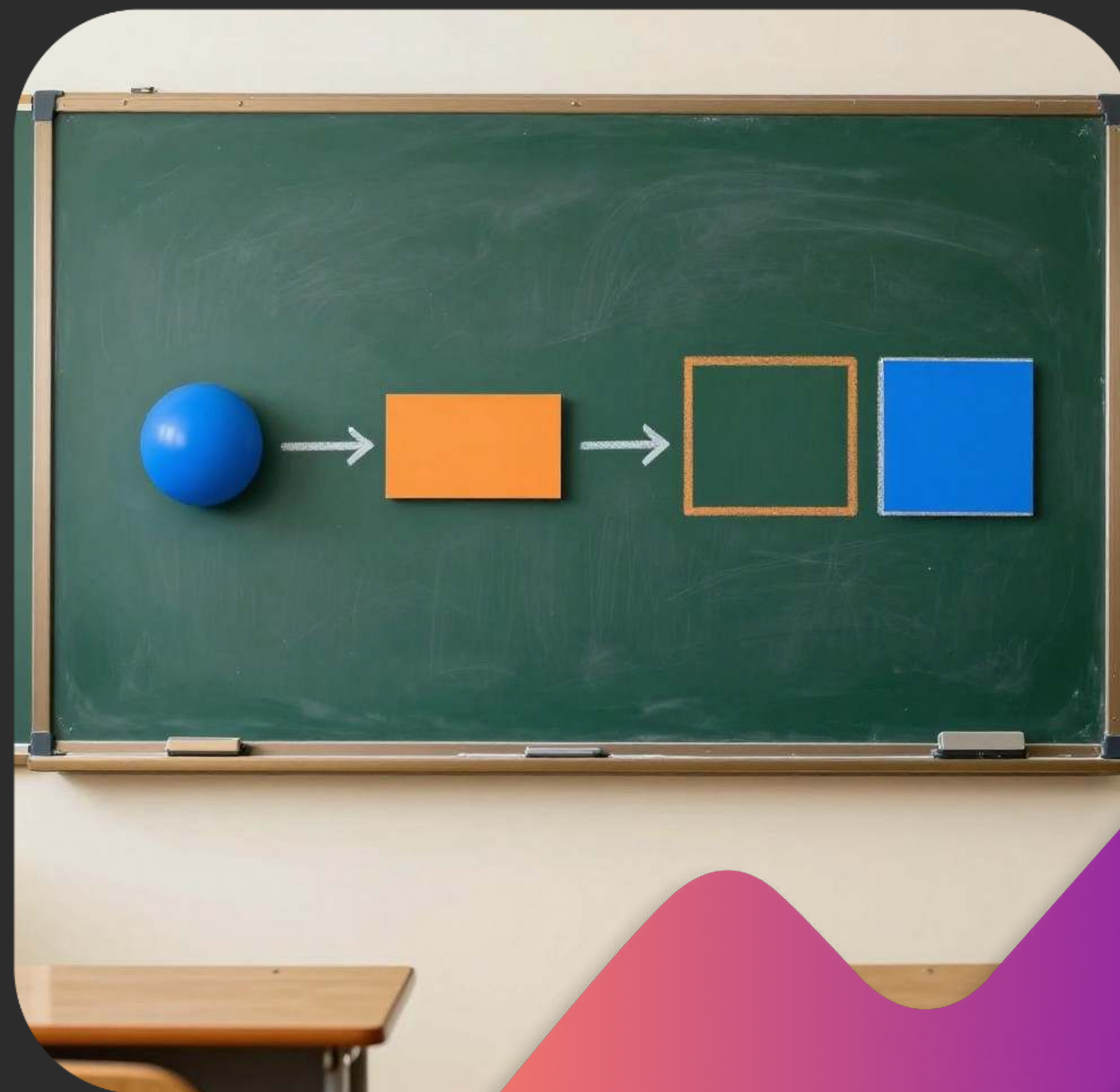
Затем вместо y подставляют найденное выражение во второе уравнение. В результате система превращается в одно уравнение с одной переменной.

Находим обе переменные

После решения полученного уравнения находят значение первой переменной, а потом вычисляют вторую. Так получается готовая пара чисел.

Проверяем ответ

Последний шаг — подставить найденные значения обратно в оба уравнения. Это помогает убедиться, что решение действительно подходит системе.



Алгоритм решения методом подстановки

Последовательность шагов показывает, как из двух уравнений получить одну проверенную пару чисел.



Когда подстановка особенно удобна



Коэффициент 1 или -1

Если перед переменной стоит 1 или -1, выражение получается коротким. Тогда подстановка проходит быстро и без лишних дробей.



Переменная уже выражена

Когда в уравнении уже записано $y = 5 - x$ или $x = 2y + 1$, остаётся только подставить выражение во второе равенство.



Меньше вычислений

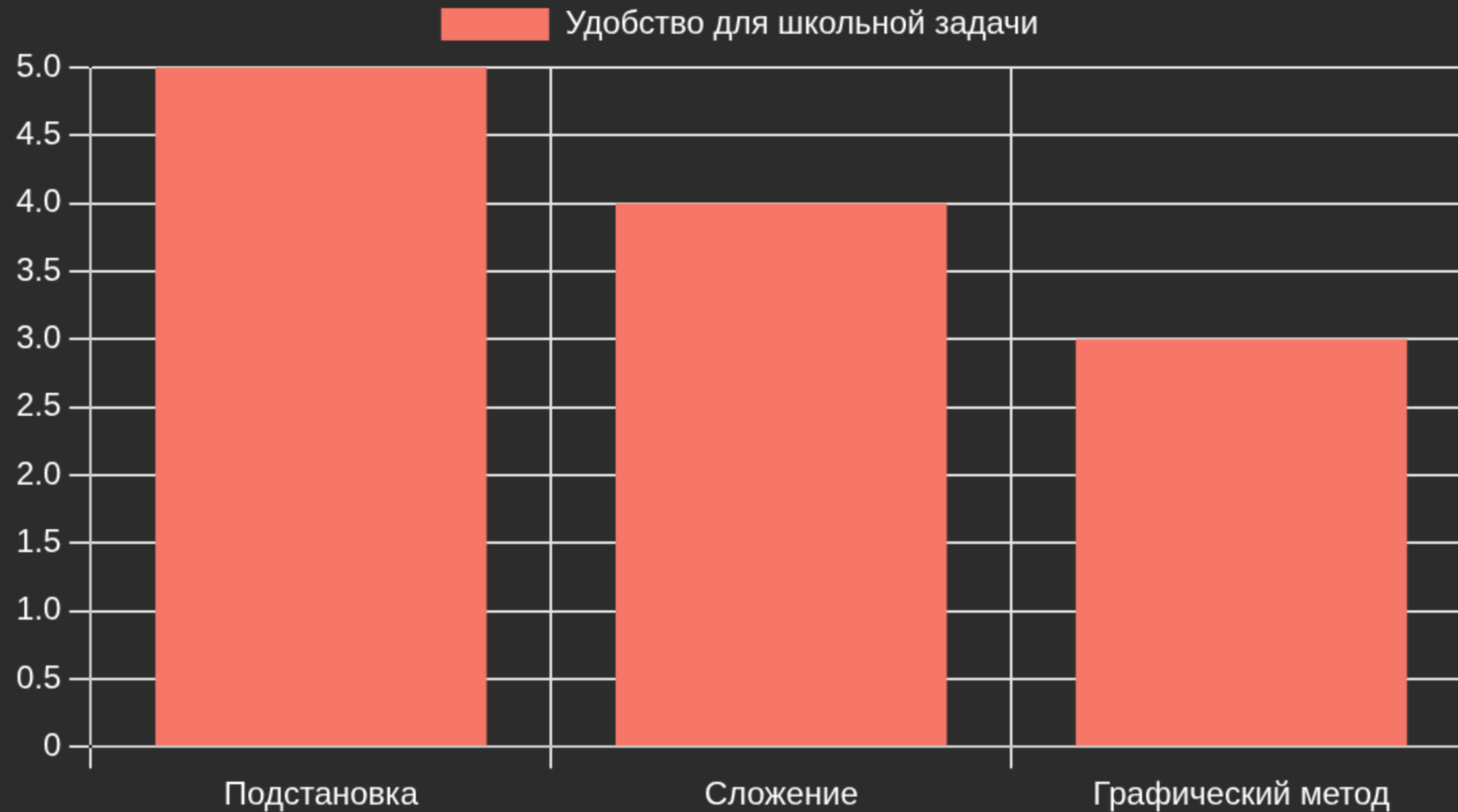
Удобный вид записи сокращает число промежуточных шагов. Это особенно полезно в школьных задачах, где важно не запутаться в вычислениях.



Типичные задания 7 класса

Такой вид уравнений часто встречается в упражнениях по алгебре. Подстановка помогает уверенно решать задания на числа, покупки и движение.

Способы решения систем уравнений



Сравнение по учебному описанию способов решения систем уравнений

Три способа решают одну и ту же задачу, но подходят для разных видов записей и разных уровней наглядности.

Для простых линейных систем подстановка чаще всего оказывается самым быстрым и понятным способом.

Пример 1: простая линейная система

1. Подставляем выражение

Во втором уравнении заменяем y выражением $2x + 1$.
Получаем $x + 2x + 1 = 10$, где теперь только одна переменная.

2. Решаем уравнение

Собираем подобные слагаемые и находим $3x = 9$.
Отсюда $x = 3$, потому что девять делится на три без остатка.

3. Находим y

Подставляем $x = 3$ в выражение $y = 2x + 1$. Получаем $y = 7$, то есть вторая переменная тоже найдена.

4. Проверяем пару

Проверка показывает, что $3 + 7 = 10$ и $7 = 2 \cdot 3 + 1$. Значит, пара $(3; 7)$ подходит обоим уравнениям.

Пример 2: система с дробью

1.

Подстановка

Используем первое уравнение $y = x/2 + 4$ и подставляем его во второе. После этого остаётся уравнение $2x - (x/2 + 4) = 5$.

2.

Аккуратные преобразования

Важно раскрыть скобки и не потерять минус перед ними. Затем приводим подобные слагаемые и получаем уравнение, которое уже легко решить.

3.

Находим x

После упрощения выходит $x = 6$. Это значение получается благодаря правильной работе с дробью и внимательному переносу чисел.

4.

Находим y

Подставляем $x = 6$ в формулу $y = x/2 + 4$ и получаем $y = 7$. Пара $(6; 7)$ удовлетворяет обоим уравнениям.

Частые ошибки и как их избежать

Ошибка	Почему	Как исправить
Неверный знак	Невнимательность	Проверять замену
Забыты скобки	Спешка	Всегда ставить скобки
Ошибка переноса	Смещение знаков	Переписывать по шагам
Нет проверки	Пропущен этап	Подставить ответ в оба

Учебные ошибки при решении систем уравнений методом подстановки

В таблице собраны самые распространённые ошибки при решении систем методом подстановки и короткие способы их предупредить.

Большинство ошибок связано не с самим методом, а с аккуратностью вычислений; проверка помогает их быстро заметить.

Метод подстановки в текстовых задачах

Покупка с общей суммой

В задаче про тетради и ручки сначала известно, сколько предметов купили и сколько заплатили. Одну цену удобно выразить через другую, а затем подставить это выражение во второе уравнение. Так находят стоимость каждого предмета.



Разница в возрасте или числе

Если одно число на b больше другого, можно записать большее через меньшее. После подстановки остается одно уравнение, которое быстро решается. Такой же прием подходит для задач про возраст, когда разница сохраняется постоянно.



Движение и расстояние

В задачах на движение часто связывают скорость, время и расстояние. Если одна величина уже выражена через другую, метод подстановки помогает перейти от описания ситуации к точному ответу. Это особенно удобно в коротких школьных сюжетах.



Проверка показывает, действительно ли найденная пара подходит системе, а не только одному уравнению.

2

ПОДСТАНОВКИ В ОБА
УРАВНЕНИЯ ДОСТАТОЧНО,
ЧТОБЫ ПОДТВЕРДИТЬ ОТВЕТ.

Какие бывают решения системы

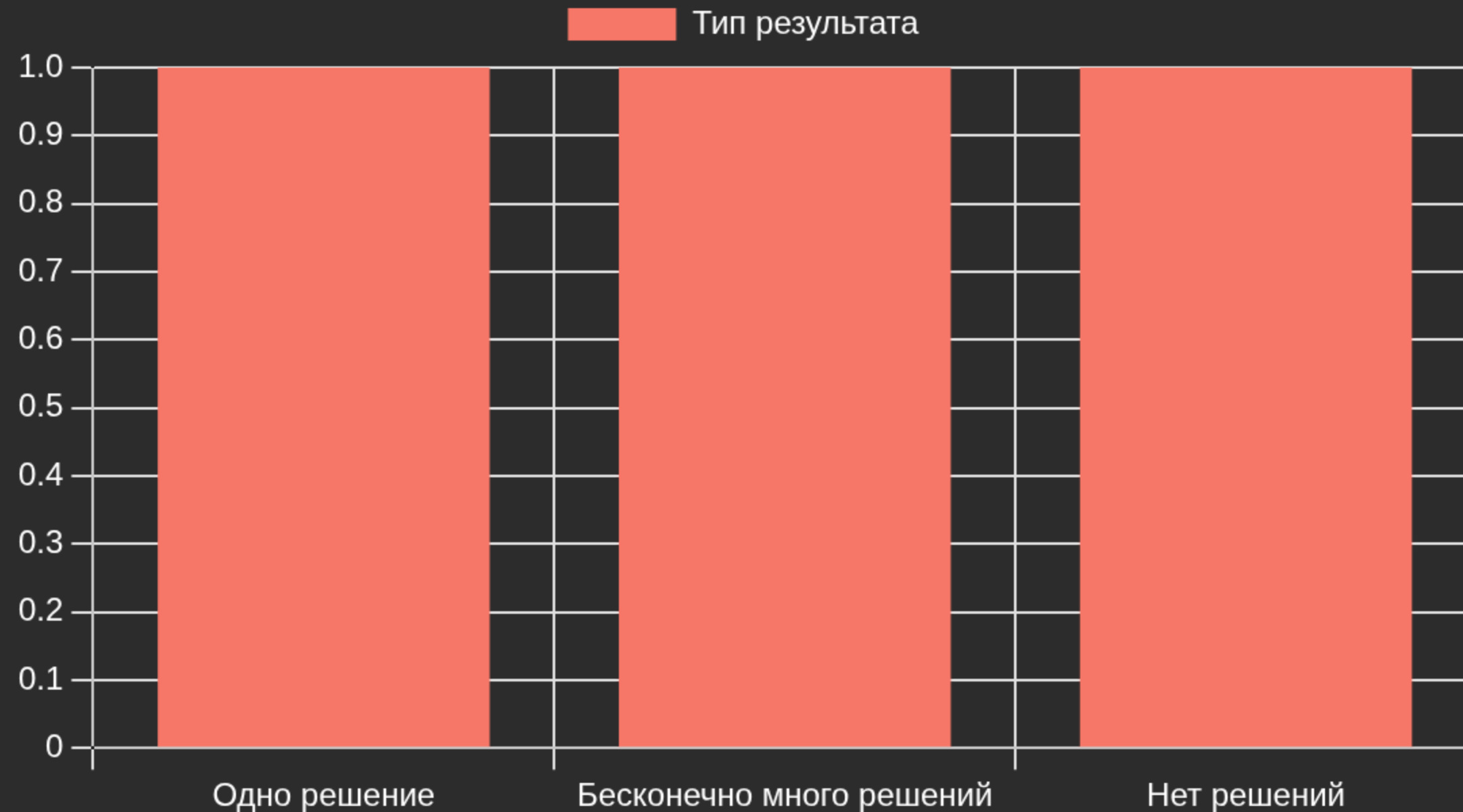


Схема по теме «Линейные уравнения и системы уравнений»

Для линейных систем важен не только ответ, но и его тип: одна точка пересечения, совпадение прямых или их параллельность.

У системы может быть один, бесконечно много или ни одного решения; это зависит от взаимного положения прямых.

Связь метода подстановки с графиками

1. Каждое уравнение — прямая

Линейное уравнение с двумя переменными задает прямую на координатной плоскости. Поэтому система из двух уравнений описывает сразу две линии, которые нужно рассмотреть вместе.

2. Решение — общая точка

Если прямые пересекаются, их общая точка и есть решение системы. Ее координаты должны удовлетворять обоим уравнениям одновременно, иначе ответ неверен.

3. Подстановка находит координаты

Метод подстановки позволяет вычислить координаты точки пересечения алгебраически. Построение графика при этом не требуется, но смысл ответа остается тем же.

4. Два способа должны совпасть

Если систему решить и графически, и методом подстановки, результаты совпадут. Это хороший способ проверить себя и увидеть связь между алгеброй и геометрией.



Памятка по шагам решения

Шаг	Что делается	Что получается
1	Выбор уравнения	Удобное выражение
2	Подстановка	Одно уравнение
3	Решение и проверка	Пара чисел

Короткая схема помогает не пропускать действия и сохранять порядок при решении любой системы методом подстановки.

Если идти по шагам последовательно, решение получается быстрее, а вероятность ошибки заметно снижается.

Типичные трудности семиклассников

Неверный выбор переменной

Иногда учащиеся выражают не ту переменную, из-за чего решение становится длиннее и запутаннее. Проще выбирать ту, которую легче сразу записать через другую.

Скобки и знаки

Частая ошибка — забыть скобки при подстановке или потерять минус перед дробью. Из-за этого меняется знак целого выражения, хотя сам метод остается тем же.

Перенос слагаемых

При переходе к уравнению с одной переменной можно ошибиться в знаках. Чтобы этого избежать, полезно делать преобразования по одному шагу и не пропускать промежуточные записи.

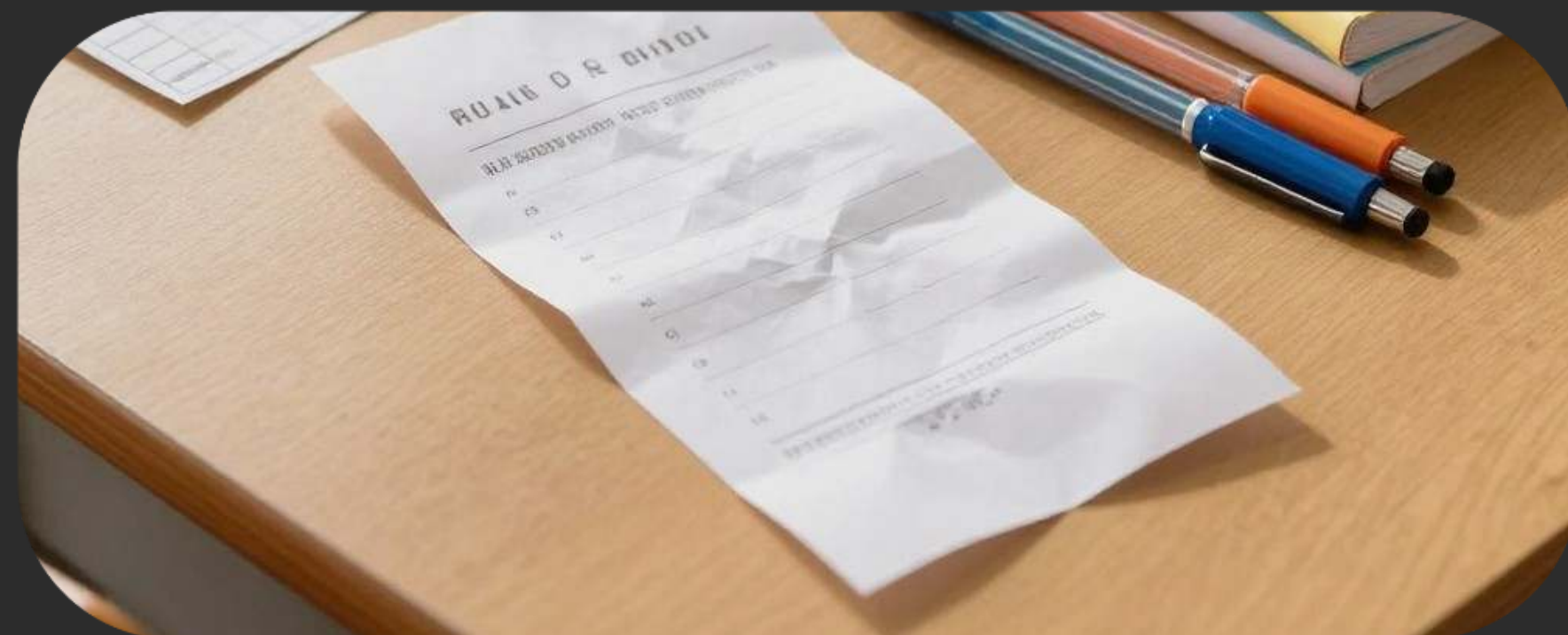
Отсутствие проверки

Некоторые ученики останавливаются после нахождения чисел и не подставляют их обратно. Проверка занимает немного времени, но помогает заметить большинство вычислительных ошибок.

Жизненная задача с двумя неизвестными

Тетради и ручки в одном чеке

В магазине школьник купил тетради и ручки, а в чеке указаны только общее количество и сумма. Если цену одной покупки выразить через другую, задача превращается в систему уравнений. Подстановка быстро приводит к цене каждого предмета.



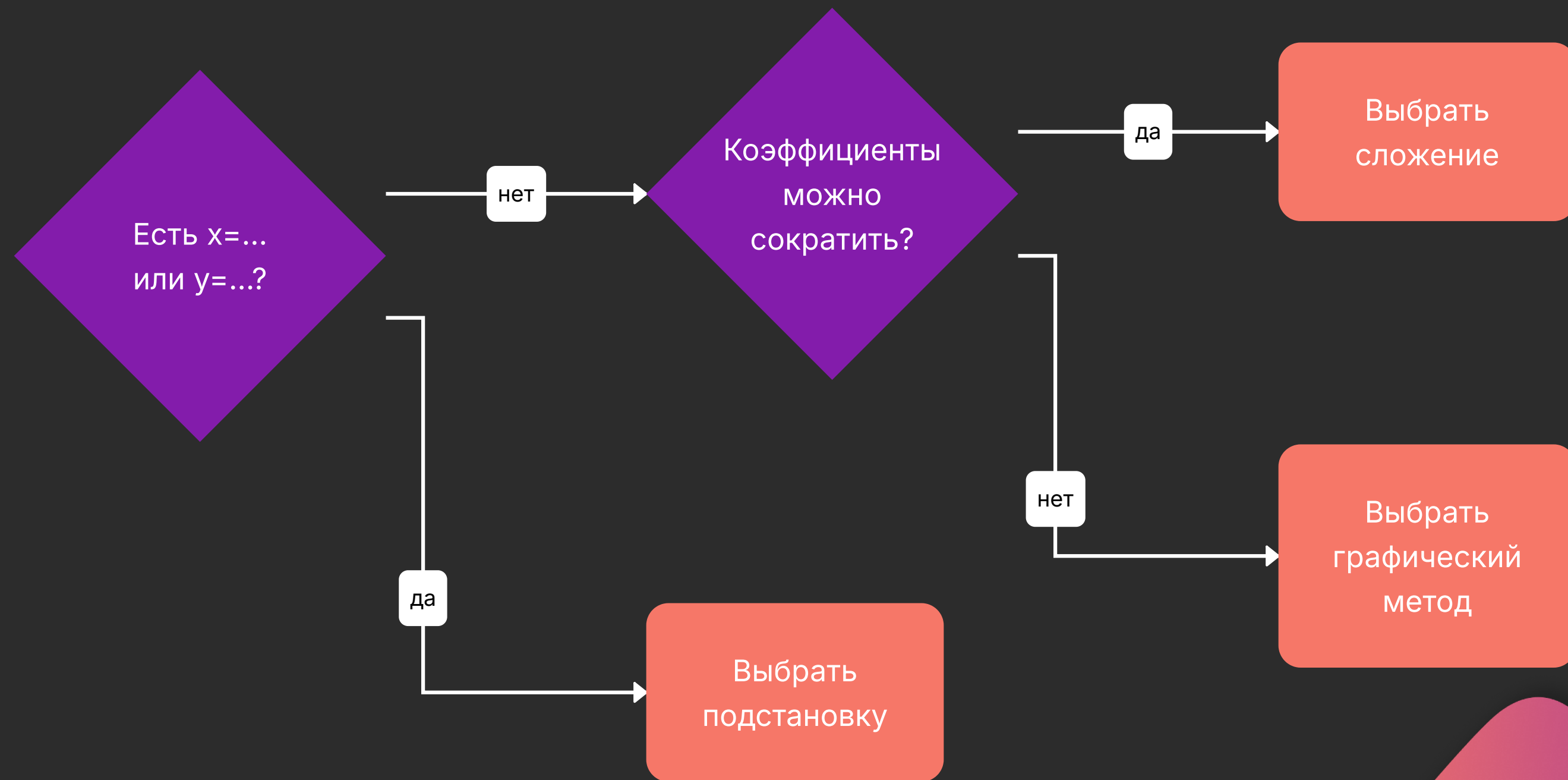
Понятный ответ из обычной ситуации

Такие задачи делают алгебру ближе к жизни: числа связаны с вещами, которые легко представить. Достаточно составить два уравнения по условию и аккуратно заменить одну переменную выражением через другую, чтобы найти искомое значение.

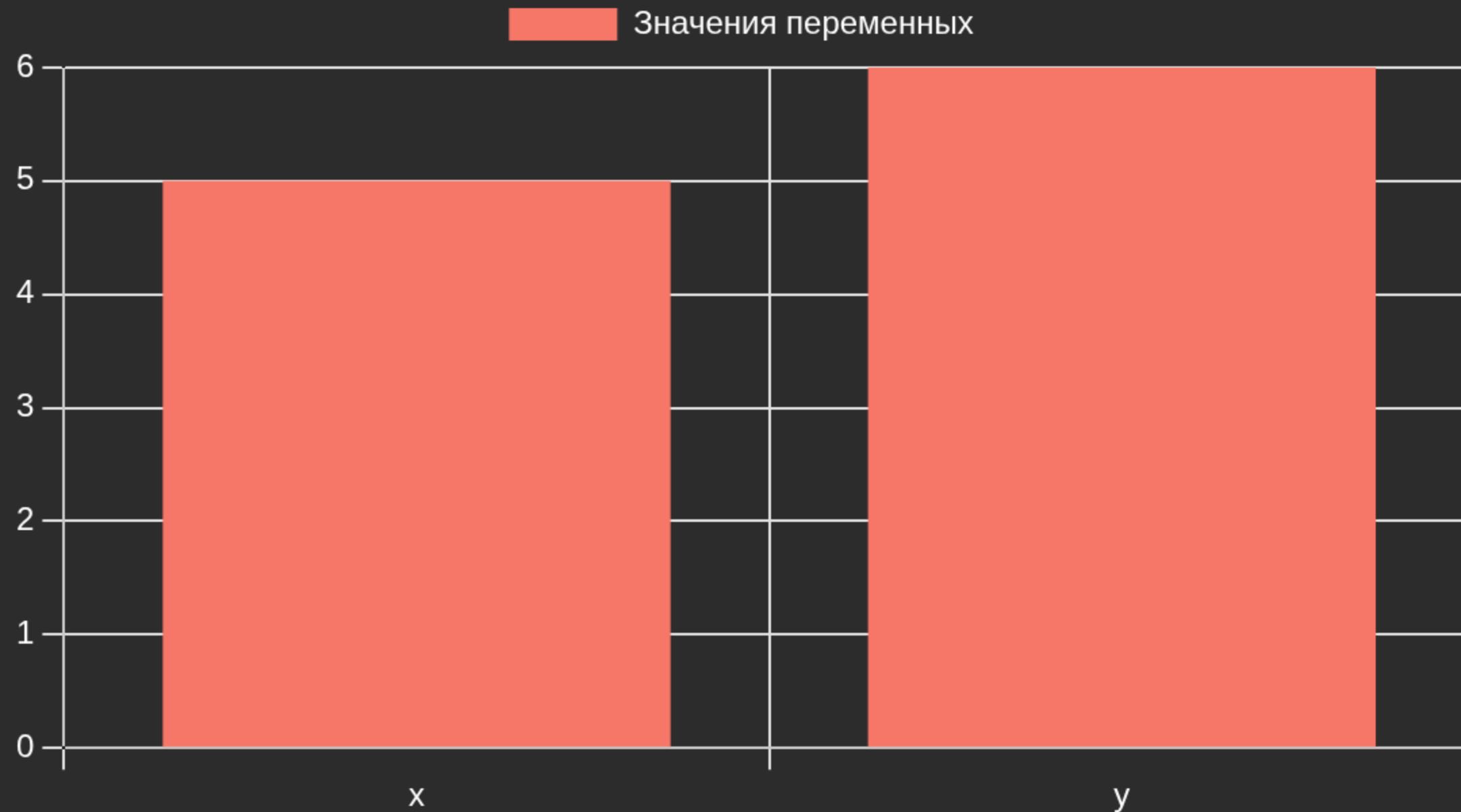


Как выбрать способ решения системы

Схема показывает, как по виду уравнений выбрать наиболее удобный способ решения.



Проверочный пример для закрепления



После подстановки получается короткое уравнение с одной переменной. Затем удобно найти вторую величину и сразу выполнить проверку.

Пара (5; 6) удовлетворяет обоим уравнениям, значит система решена верно.

Метод, который упрощает систему

Метод подстановки помогает превратить две переменные в одну и шаг за шагом прийти к точному ответу. Он удобен, понятен и особенно полезен в школьных задачах с числами, покупками и движением.