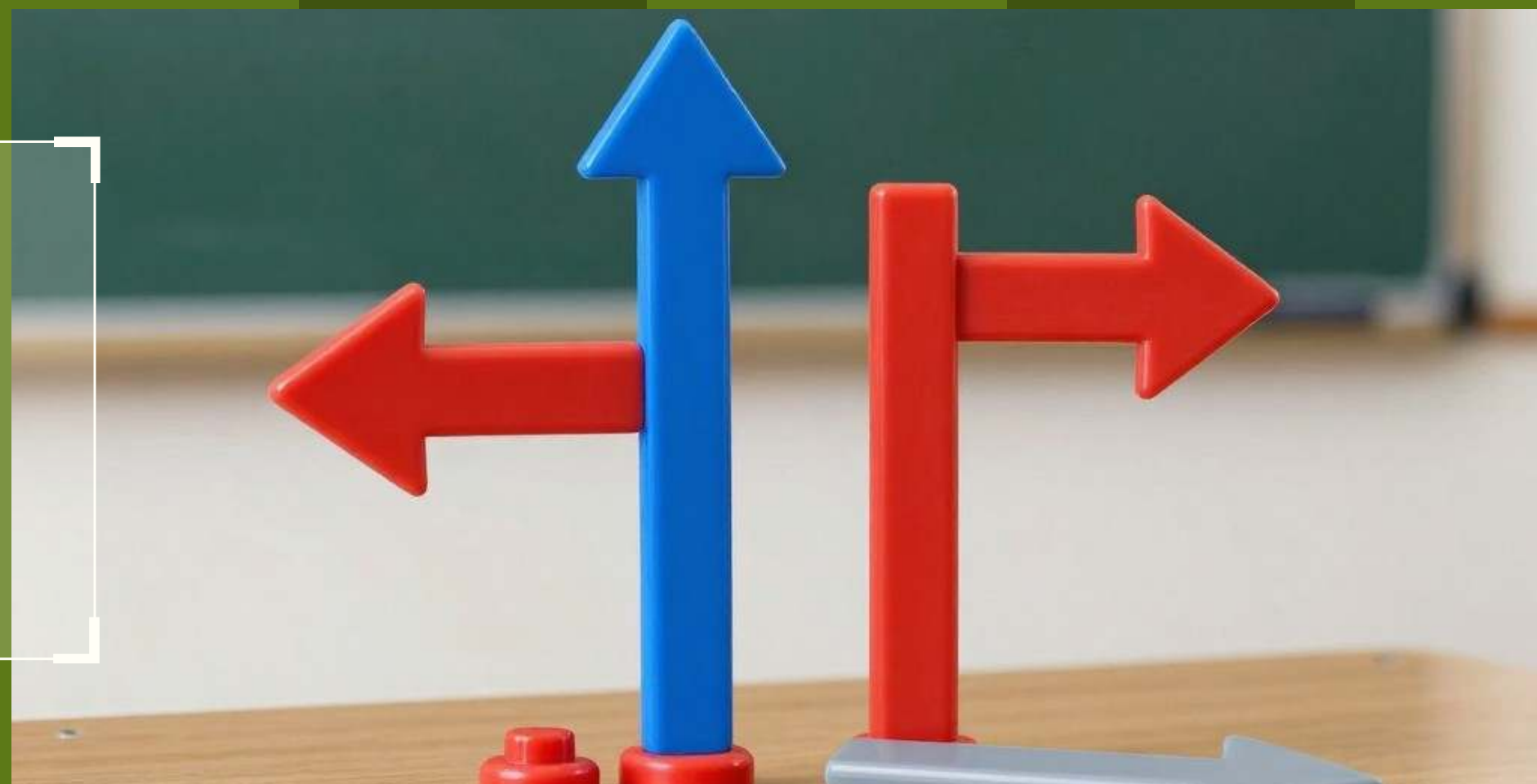


Вычитание векторов и противоположные векторы: основные идеи темы

Разность векторов, их направление
и длина — разберёмся наглядно.



Зачем изучать вычитание векторов в 9 классе

Векторы помогают описывать движение, силу и другие величины с направлением. Тема связывает геометрию с координатами, учит сравнивать перемещения и понимать, как противоположные векторы дают нулевой результат при сложении.



// Что такое вектор в школьной геометрии

Направленный отрезок

Вектор изображают отрезком со стрелкой: у него есть начало, конец, длина и направление. Именно сочетание этих признаков отличает вектор от обычного отрезка.

Модуль вектора

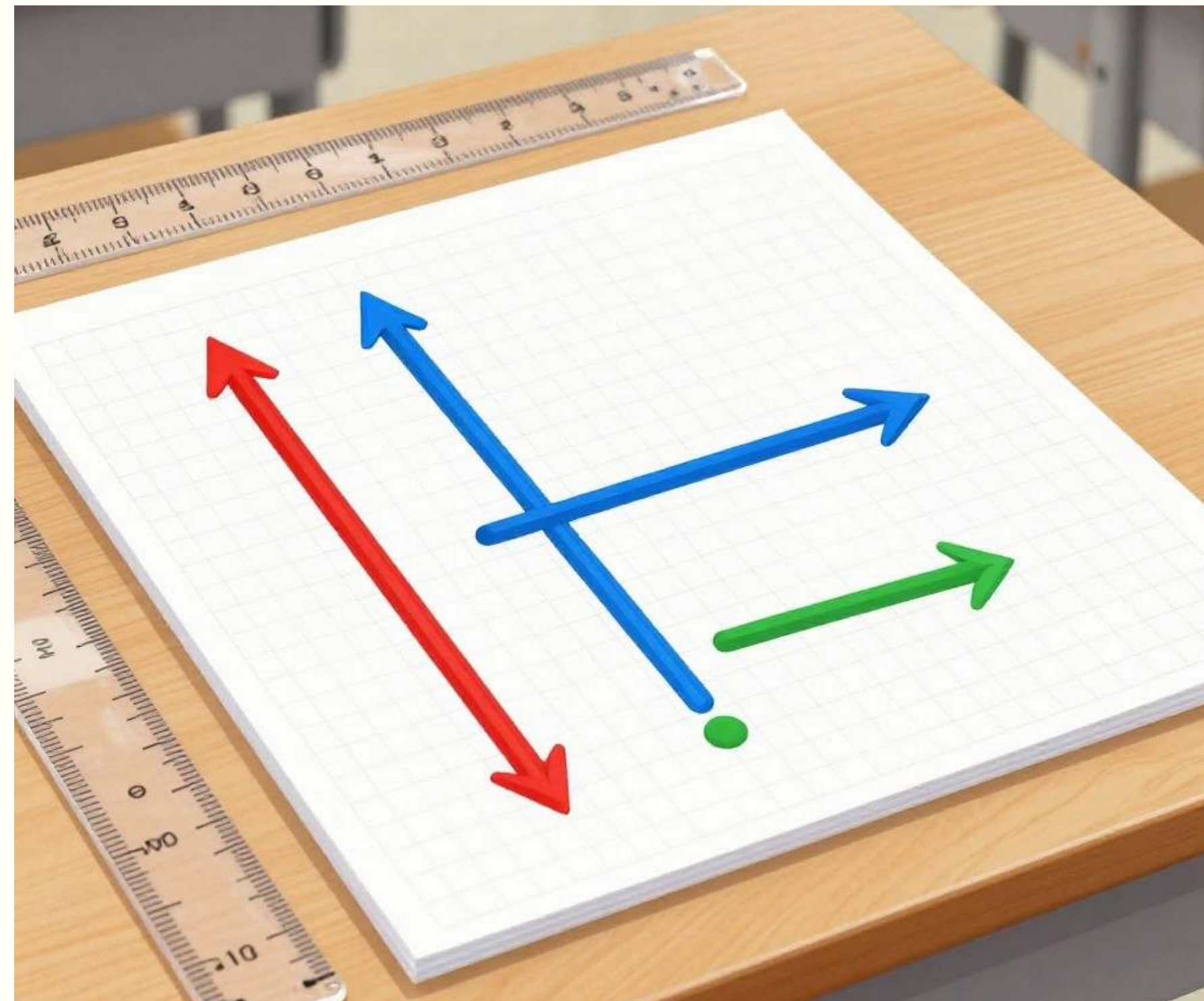
Длина вектора называется модулем. Она показывает, насколько «сильным» или «длинным» является вектор, и используется при сравнении векторов и решении задач на построение.

Равные векторы

Равные векторы имеют одинаковую длину и одинаковое направление. При переносе на рисунке их можно совместить полностью, даже если они расположены в разных местах чертежа.

Нулевой вектор

Нулевой вектор имеет длину 0 и не имеет определённого направления. Его удобно использовать как результат сложения противоположных векторов и как особый случай векторных действий.



// Обозначение векторов и их основные характеристики



01 Как записывают вектор

Вектор обозначают строчной буквой со стрелкой или двумя буквами: $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{AB}$. Такая запись помогает сразу увидеть, где у вектора начало и где конец.

02 Как обозначают модуль

Модуль вектора записывают как $|a|$ или $|AB|$. Это обозначение подчёркивает, что речь идёт именно о длине, а не о направлении стрелки на чертеже.

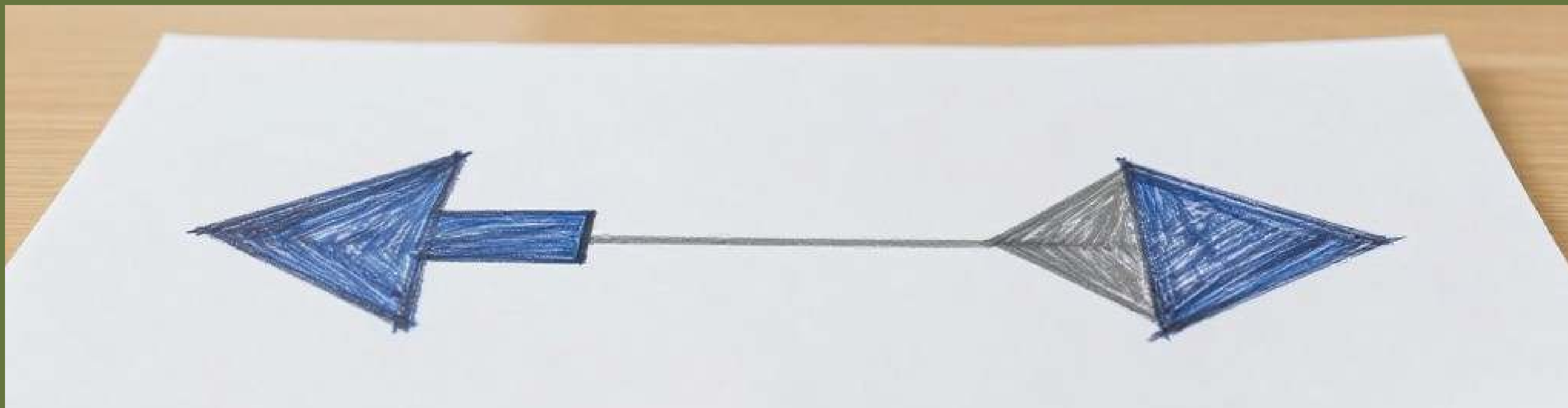
03 Что важно сравнивать

При сравнении векторов учитывают две основные характеристики: длину и направление. Если одна из них отличается, векторы уже нельзя считать одинаковыми.

04 Сонаправленные векторы

Сонаправленные векторы лежат на одной прямой или на параллельных прямых и направлены в одну сторону. Они могут иметь разную длину, но одинаковое направление.

// Противоположные векторы



Одинаковая длина

Противоположные векторы всегда имеют равные модули. Это означает, что их стрелки одинаково длинные, хотя направлены в разные стороны.

01

Разные направления

Если один вектор направлен вправо, то противоположный ему будет направлен влево. На рисунке такие векторы лежат на одной прямой и смотрят навстречу друг другу.

02

Сложение даёт ноль

Сумма противоположных векторов равна нулевому вектору: $a + (-a) = 0$. Это один из самых важных признаков, по которому их легко распознать.

03

Как выглядят на чертеже

Обычно противоположные векторы показывают двумя равными стрелками на одной прямой. Такой рисунок наглядно демонстрирует, что они имеют одинаковую длину, но противоположное направление.

04

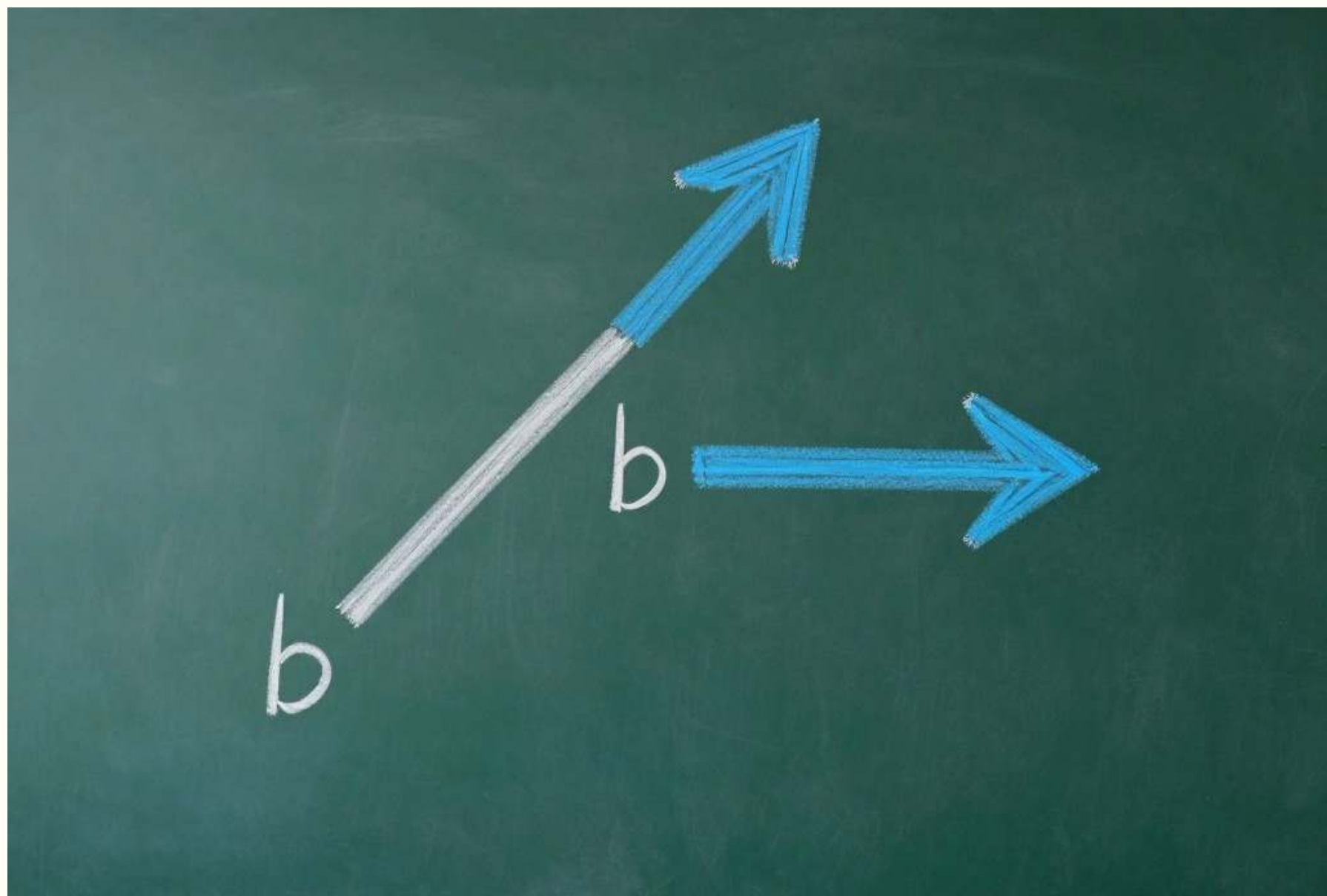
// Равные и противоположные векторы: сравнение признаков

Сравнение помогает быстро отличать равные векторы от противоположных и проверять правильность построений и вычислений.

Главное различие — в направлении. У противоположных векторов сумма всегда даёт нулевой вектор, а равные векторы при переносе полностью совпадают.

Признак	Равные	Противоположные
Длина	одинакова	одинакова
Направление	одно	противоположно
Сумма	не определяет	0

// Что означает вычитание векторов



01. Замена вычитания

Вычитание векторов $a - b$ удобно понимать как сложение с противоположным вектором: $a - b = a + (-b)$. Так сложное действие сводится к уже известному сложению.

02. Смысл разности

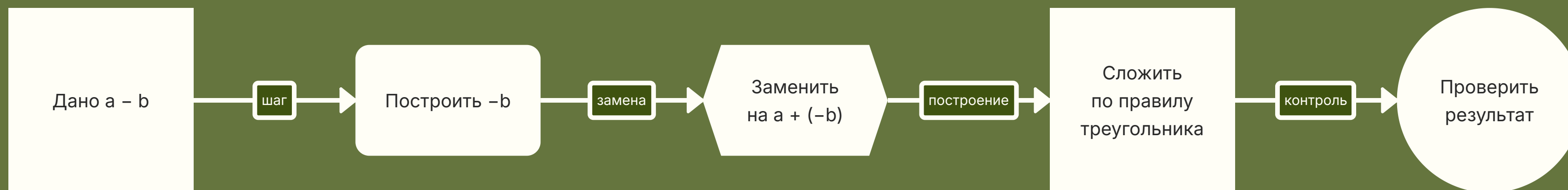
Разность показывает, какой вектор нужно прибавить к b , чтобы получить a . Поэтому она отвечает не только за вычисление, но и за геометрический смысл результата.

03. Где применяется

Это правило одинаково работает и на чертеже, и в координатной записи. Благодаря этому можно проверять построение вычислением и наоборот.

// Алгоритм нахождения разности векторов

Схема показывает, как вычитание сводится к сложению с противоположным вектором.



// Геометрическое построение вектора $a - b$

Начало построения

Сначала строят вектор a и рядом откладывают вектор, противоположный b . Важно сохранить длину и точно изменить направление на противоположное.

Общая точка

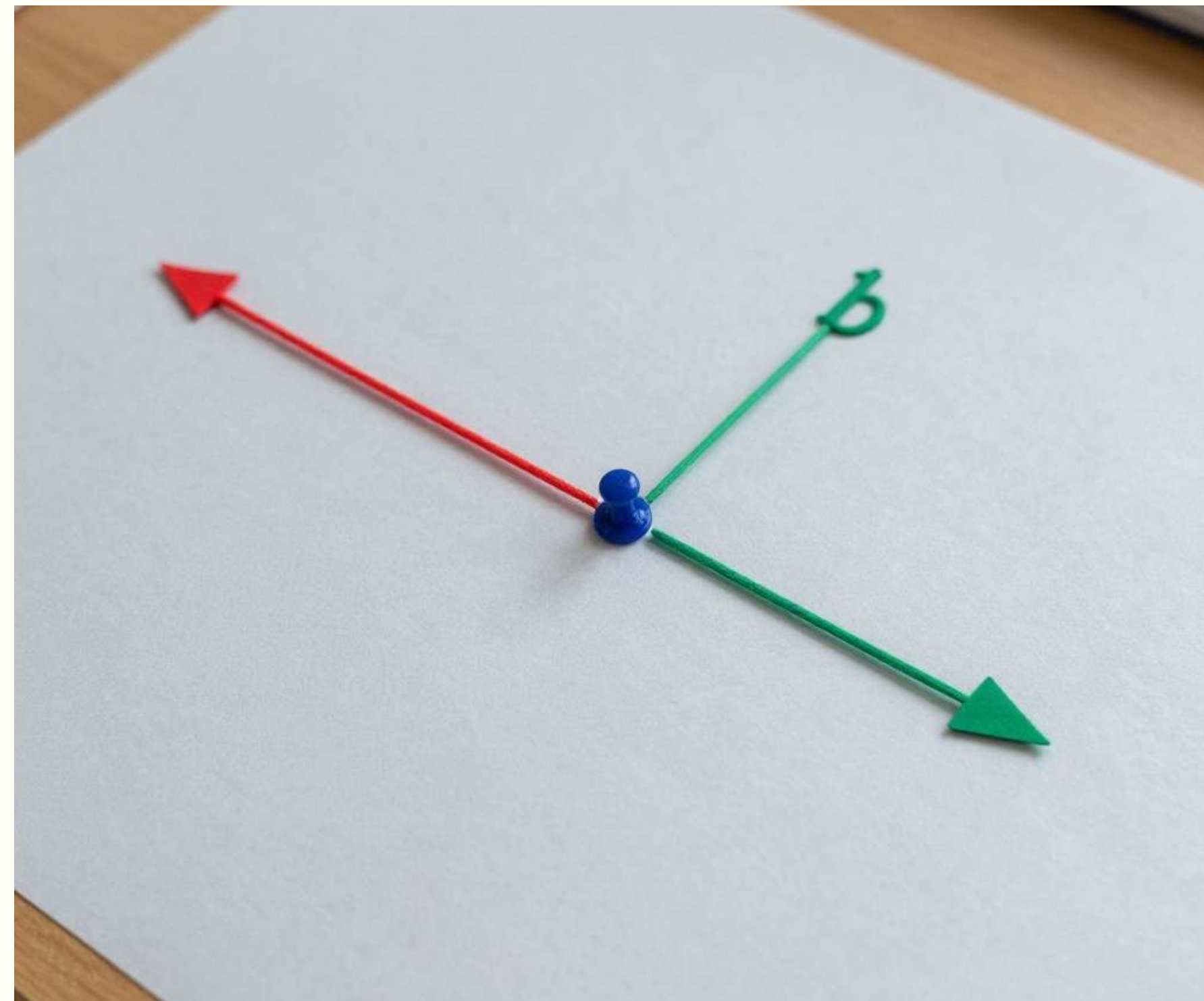
Для сложения векторов удобно совмещать их начала или переносить один из них так, чтобы сохранить длину и направление. Тогда построение становится наглядным и аккуратным.

Итоговый вектор

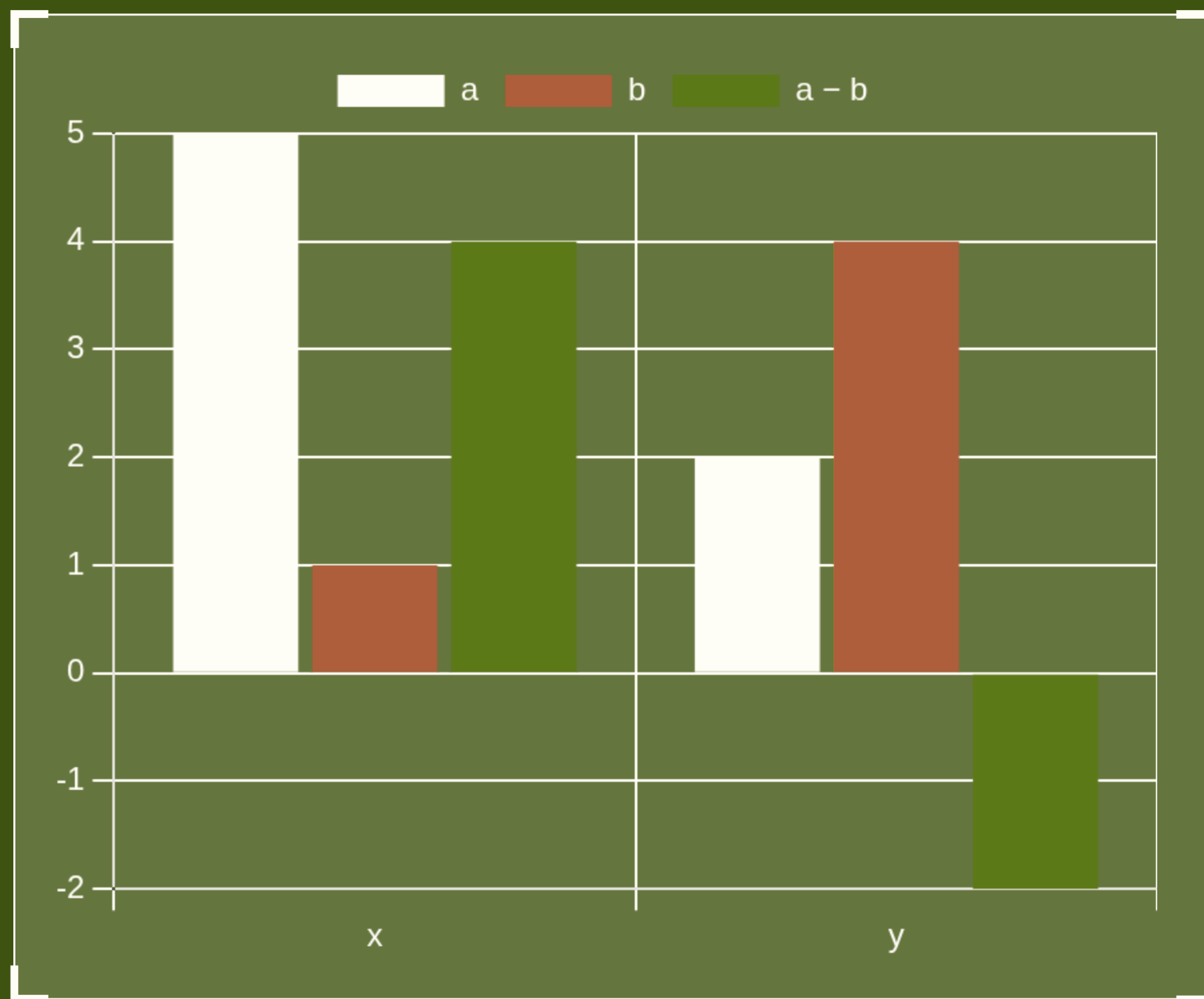
Результат разности получают как вектор, проведённый от начала первого вектора к концу второго. Именно он и является $a - b$.

Почему это работает

Такой способ показывает, что вычитание не является отдельным действием. На самом деле это обычное сложение, только вместо b используется его противоположный вектор.



// Правило вычитания векторов в координатах



На одном примере видно, что вычитание выполняют отдельно по каждой координате: по оси x и по оси y .

Координаты разности получаются поэлементно, поэтому знак нужно проверять особенно внимательно. Такой расчёт удобно использовать для проверки геометрического построения.

Школьная геометрия, 9 класс. Пример: $a = (5; 2)$, $b = (1; 4)$, $a - b = (4; -2)$.

2

координаты у разности вектора
находят по отдельности.

Правило становится особенно
удобным, когда нужно быстро
проверить знаки в ответе.

Правило координатного вычитания векторов, курс школьной геометрии

// Как разность векторов связана с движением



Перемещение

Вектор описывает путь от начальной точки к конечной, а разность показывает, чем одно перемещение отличается от другого по направлению и длине.



Направление

Если два движения идут в разные стороны, вычитание помогает увидеть, куда смещён результат относительно выбранного направления и насколько он изменился.



Сравнение маршрутов

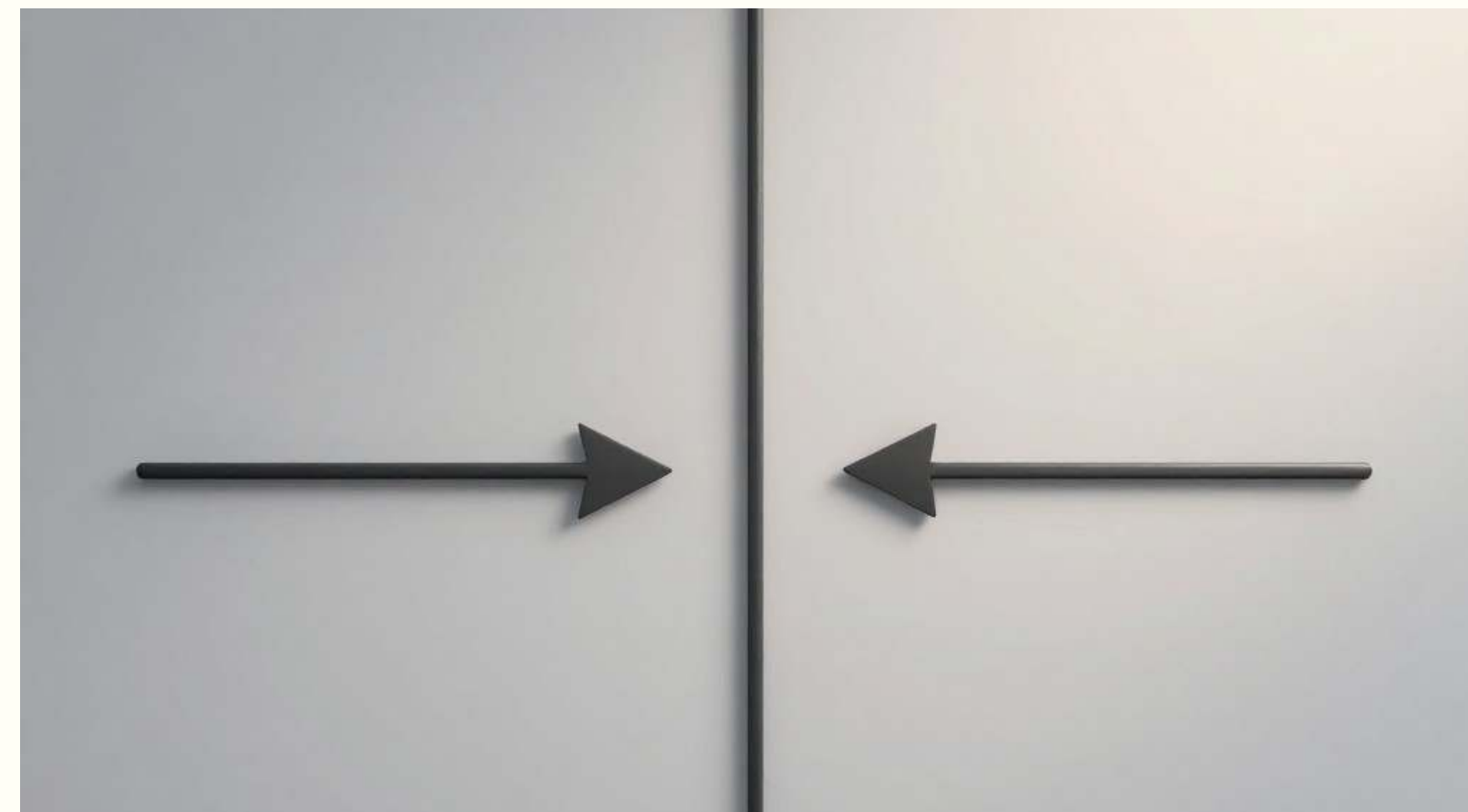
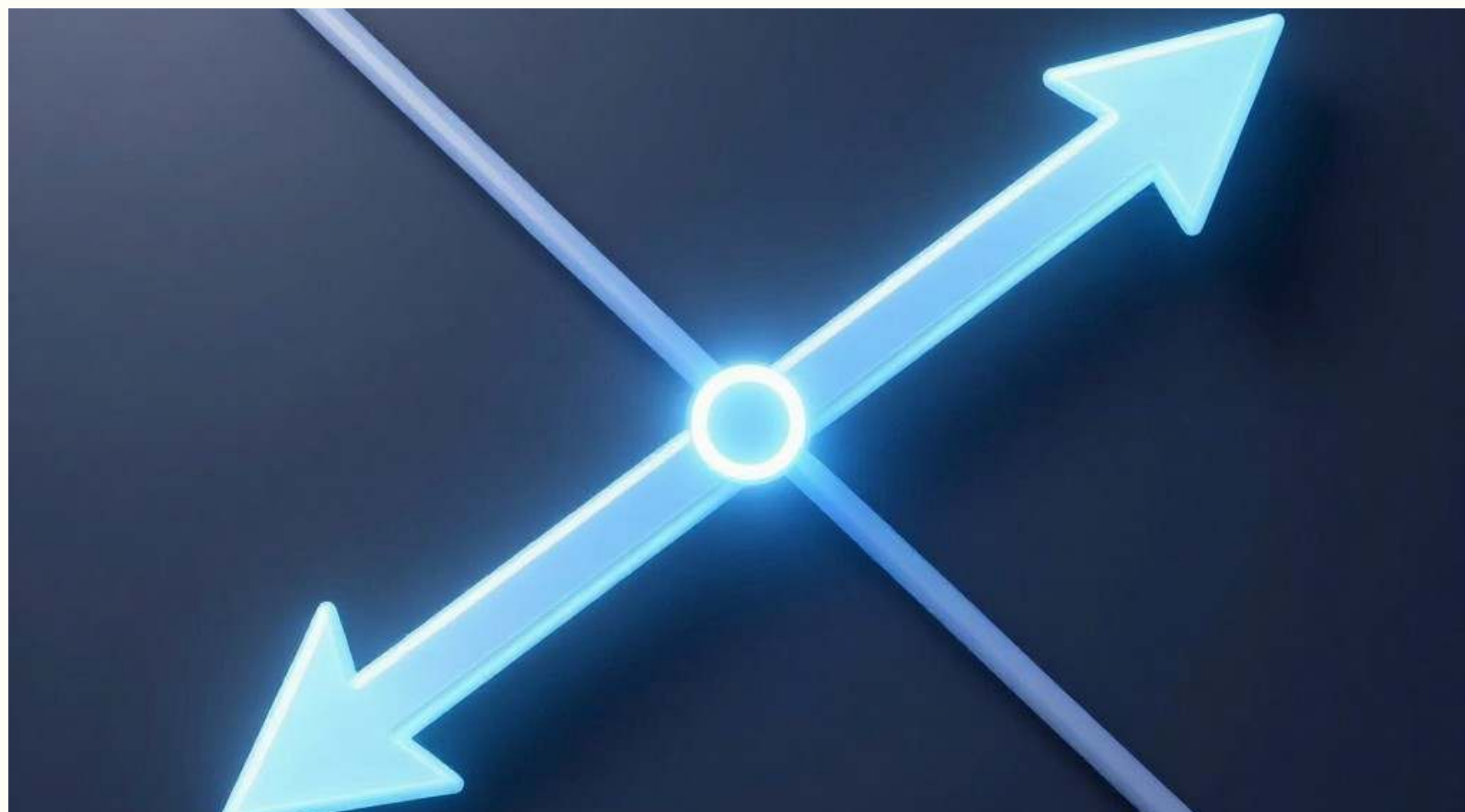
На клетчатой бумаге разность удобно находить между двумя маршрутами: отдельно сравниваются горизонтальный и вертикальный шаги, поэтому ответ легко проверить.



Движение по прямой

При движении вперёд и назад противоположные направления можно представить как векторы с одинаковой длиной, но разными стрелками.

// Как выглядят противоположные векторы на плоскости



Симметрия относительно начала координат

Векторы $(a; b)$ и $(-a; -b)$ можно представить как зеркальные фигуры относительно начала координат. Если один направлен вправо и вверх, то другой — влево и вниз. Их длины совпадают, а расположение помогает сразу заметить противоположность.

Когда рисунок особенно нагляден

На координатной плоскости такую пару легко увидеть в разных четвертях. Один вектор может лежать в первой четверти, а его противоположный — в третьей. Тогда стрелки выглядят как точные зеркальные отражения, и связь между ними становится очевидной.

// Свойства вычитания векторов



01

Вычитание не меняется местами

Если поменять местами векторы, результат обычно будет другим. Поэтому важно внимательно читать запись выражения и не считать, что $a - b$ и $b - a$ означают одно и то же.

02

Нулевой вектор не влияет

При вычитании нулевого вектора исходный вектор остаётся прежним. Это удобно для проверки: если ответ изменился, значит, в вычислениях или построении допущена ошибка.

03

Вычитание самого себя

Когда из вектора вычитают его самого, получается нулевой вектор. Этот случай помогает быстро проверить ответ и увидеть, правильно ли учтены направление и длина.

// Типичные ошибки при вычитании векторов

- Путают знаки в координатах
- Забывают заменить вычитание сложением
- Неверно задают противоположный вектор
- Ошибаются в итоговой стрелке



Диаграмма помогает увидеть, что трудности чаще связаны не с формулой, а с аккуратностью при записи знаков и построении.

Главный вывод: если последовательно проверять знаки и направление, большинство ошибок можно избежать.

Схематическое распределение для иллюстрации типичных ошибок темы

// Пошаговая проверка решения

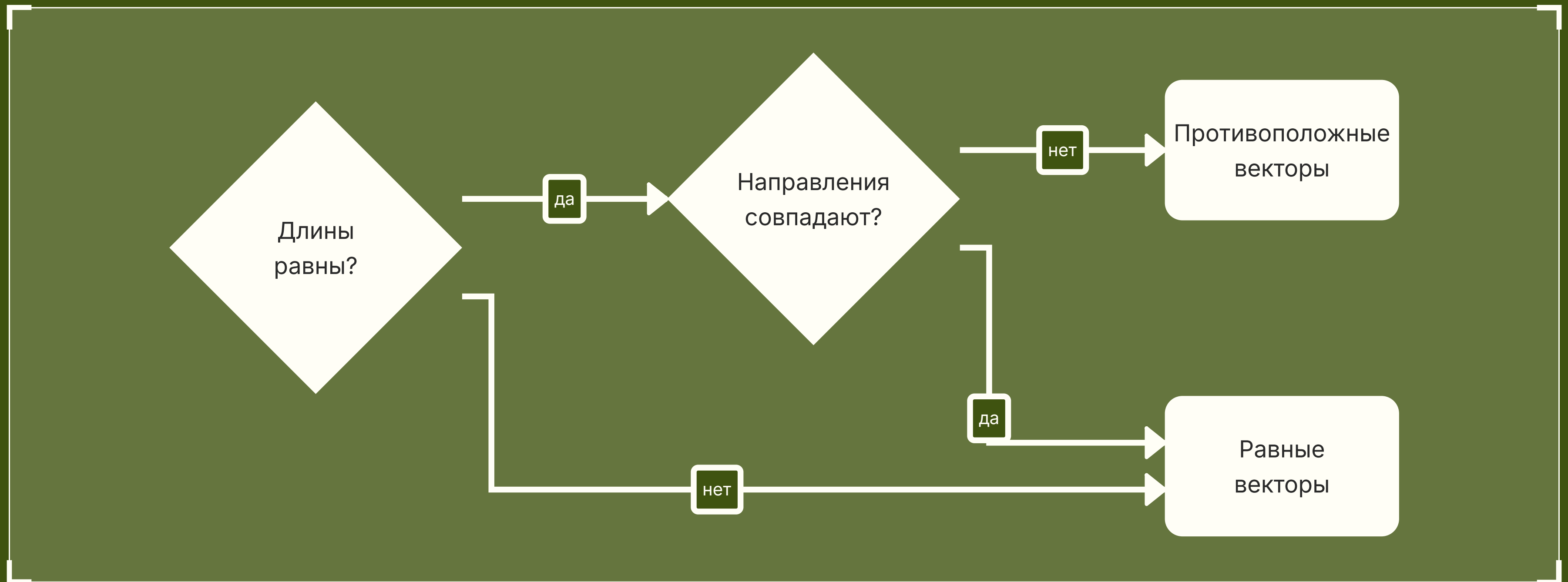
Сверь вычисление и чертёж по каждому шагу, чтобы убедиться, что результат записан и построен верно.

Если геометрический и координатный ответы совпали, решение можно считать надёжным.

Шаг	Что сверить	Частая ошибка
1	Знаки координат	Потеря знака
2	Направление вектора	Перепутана стрелка
3	Ответ на чертеже и в записи	Несовпадение

// Проверка противоположных векторов по шагам

Схема построена по признакам: длина, затем направление.



// Мини-практика по теме

01.

Первый пример

Вычисли разность по координатам: из каждой компоненты первого вектора вычти соответствующую компоненту второго. Такой приём помогает быстро увидеть результат и проверить знаки.

02.

Второй пример

Во втором выражении особенно важно аккуратно работать с отрицательными числами. Если знаки записаны верно, ответ получается без лишних шагов и легко проверяется на чертеже.

03.

Проверка противоположности

Сравни вектор $(3; -6)$ с $(-3; 6)$: обе координаты отличаются только знаком, значит векторы действительно противоположные и имеют одинаковую длину.

// Где встречаются противоположные векторы в жизни и задачах



Движение по прямой

Если человек или объект движется вперёд и назад вдоль одной линии, направления можно описать противоположными векторами. Это наглядно показывает смену ориентира без изменения длины шага.

01

Навигация и маршрут

При возвращении к исходной точке используется движение, противоположное ранее пройденному. Векторная запись помогает точно описывать, как маршрут меняется по направлению.

02

Физика и силы

В задачах о силах противоположные векторы часто обозначают действие в разные стороны. Такая модель удобна, когда нужно понять, почему результат может уменьшаться или обнуляться.

03

Спортивные и бытовые ситуации

Во время игры, прогулки или поездки бывает важно сравнить два направления движения. Векторная модель делает такие ситуации понятными и помогает решать задачи без лишних слов.

04

Запомни главное о вычитании векторов

Вычитание векторов всегда можно заменить сложением с противоположным вектором. Если помнить правило координат, проверять направление и длину, решения становятся быстрыми и понятными.