

Функция $y = ax^2$ и её график

Парабола в координатах: просто о главном.



Зачем изучать $y = ax^2$ в 9 классе

Эта функция показывает, как один коэффициент меняет форму графика. На её примере удобно видеть симметрию, сравнивать значения и понимать параболические модели из жизни и задач по алгебре.



Определение функции $y = ax^2$

1

Формула функции

Функция задаётся правилом $y = ax^2$: каждому значению x соответствует ровно одно значение y . Здесь x — переменная, а a — числовой коэффициент, который определяет вид графика.

2

Значение коэффициента

Число a показывает, как сильно меняются значения функции. При $a > 0$ график расположен выше или на оси Ox , а при $a < 0$ — ниже или на ней.

3

Особый случай $a = 0$

Если $a = 0$, формула превращается в $y = 0$. Это уже не парабола, а вырожденный случай: все точки графика лежат на оси Ox .

4

Что важно помнить

Функция $y = ax^2$ удобна для изучения координат, построения графиков и анализа свойств. Именно поэтому она часто становится первой квадратичной моделью в школьной алгебре.

Почему график имеет форму параболы

Рост квадратов

Когда $|x|$ увеличивается, значение x^2 растёт всё быстрее. Поэтому точки графика удаляются от вершины неравномерно, а кривая начинает напоминать широкую или узкую чашу.

Ось симметрии

Из-за одинаковых значений при x и $-x$ график зеркально отражается относительно оси Oy . Это делает параболу удобной для проверки вычислений и построения без лишних ошибок.

Симметрия значений

Для противоположных чисел x и $-x$ квадрат одинаков: $2^2 = (-2)^2$. Поэтому у функции совпадают значения y в симметричных точках, например $f(2)$ и $f(-2)$.

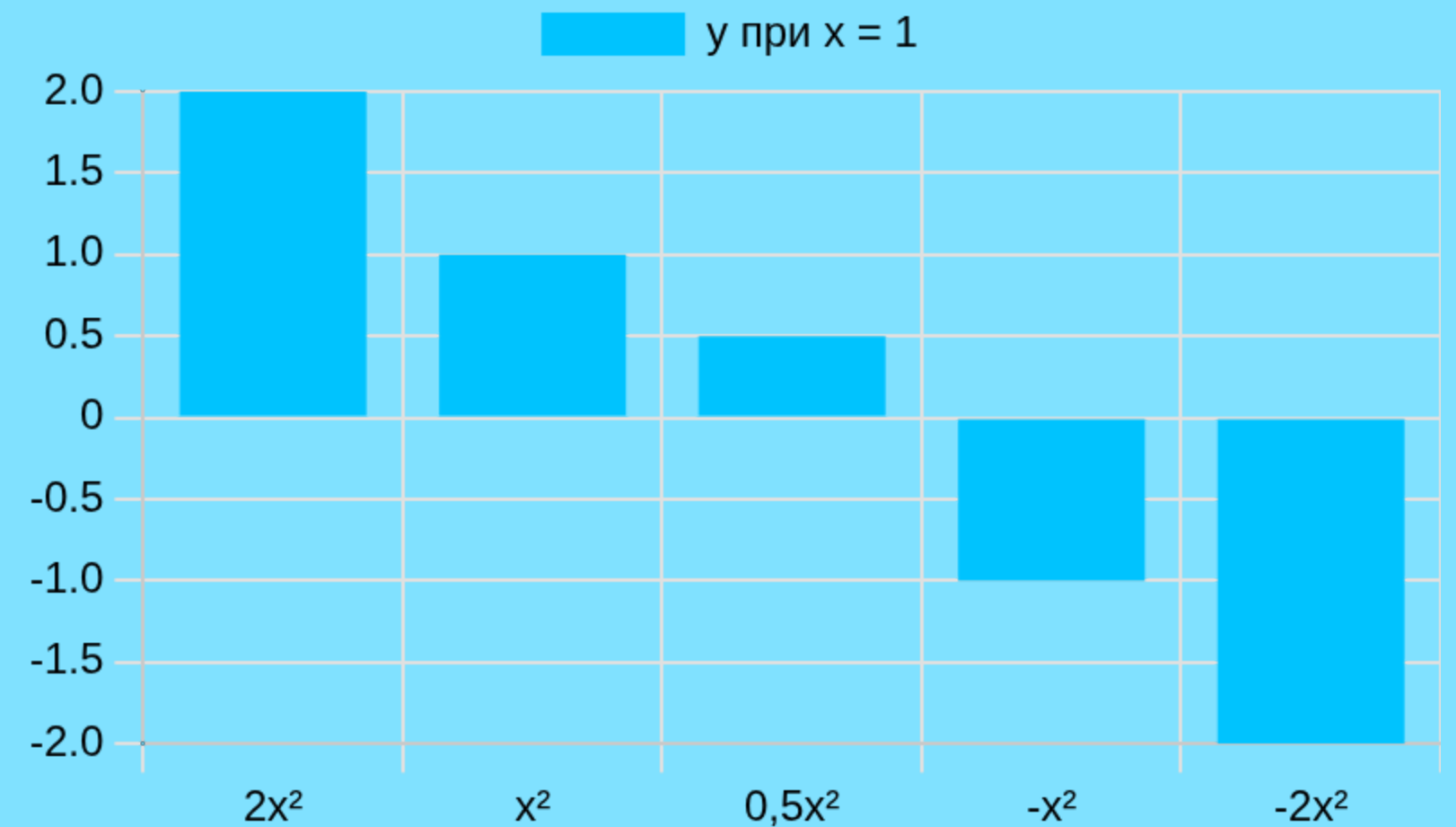
Плавная линия

График функции $y = ax^2$ не имеет углов и разрывов. Он получается гладким, потому что значения меняются постепенно, а не скачкообразно, как у ломаных линий.

Как коэффициент a меняет график

На графике видно, что меняется не только направление ветвей, но и «крутизна» параболы при одинаковом x .

Чем больше модуль a , тем сильнее отклоняются значения функции от нуля. Знак a полностью определяет ориентацию графика.



Вычисления по формуле $y = ax^2$ для $x = 1$

Вершина и ось симметрии параболы

Вершина графика

У функции $y = ax^2$ вершина всегда находится в точке $O(0; 0)$. Это самая заметная точка параболы, от которой удобно отсчитывать остальные значения на координатной плоскости.

Ось симметрии

Ось симметрии графика совпадает с осью Oy . Она делит параболу на две одинаковые части, поэтому левая и правая стороны выглядят как зеркальное отражение.

Симметричные точки

Если взять одинаковые по модулю значения x , то получатся равные y . Например, точки $(1; a)$ и $(-1; a)$ расположены симметрично относительно оси Oy .

Проверка по парам

Такая симметрия помогает быстро строить график: достаточно найти несколько точек справа, а затем отметить такие же слева. Это экономит время и уменьшает число ошибок.



Значения функции при разных x

Сравнение значений показывает, как знак и величина коэффициента меняют результат вычислений.

При одинаковых $|x|$ значения совпадают, а коэффициент a только масштабирует результат и меняет его знак.

x	$a=1$	$a=2$	$a=-1$
-3	9	18	-9
0	0	0	0
3	9	18	-9

Вычисления по формуле $y = ax^2$

Построение графика по точкам

1

Выбрать значения x

Сначала берут несколько удобных значений x : обычно -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3. Чем больше выбранных точек, тем точнее будет будущая парабола.

2

Вычислить y

Для каждого x подставляют число в формулу $y = ax^2$. Полученные пары координат записывают аккуратно, чтобы не перепутать знак, порядок чисел и значение квадрата.

3

Нанести точки

После вычислений точки отмечают на координатной плоскости. Особенно полезно использовать симметричные пары: -2 и 2, -1 и 1, потому что они дают одинаковые значения y .

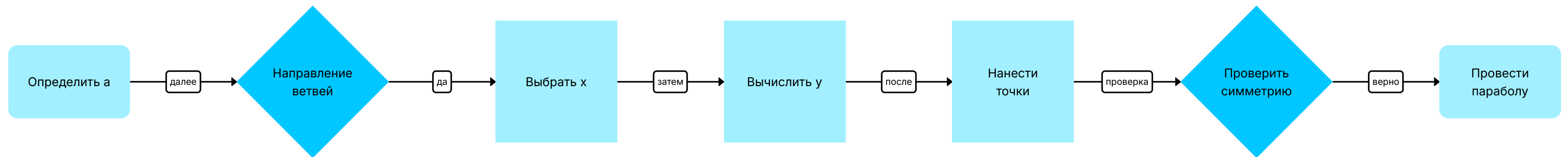
4

Соединить плавно

Все отмеченные точки соединяют не отрезками, а плавной линией. Так получается настоящая парабола, которая точно отражает форму графика функции $y = ax^2$.

Алгоритм построения графика $y = ax^2$

Последовательность шагов при построении параболы по формуле.



Знак коэффициента a

1

Если $a > 0$

При положительном коэффициенте ветви параболы направлены вверх. Вершина при этом становится самой низкой точкой графика, а значения функции не опускаются ниже нуля.

2

Если $a < 0$

При отрицательном коэффициенте ветви направлены вниз. Тогда вершина оказывается самой высокой точкой, а все значения функции становятся неположительными, то есть не больше нуля.

Как модуль коэффициента $|a|$ меняет параболу



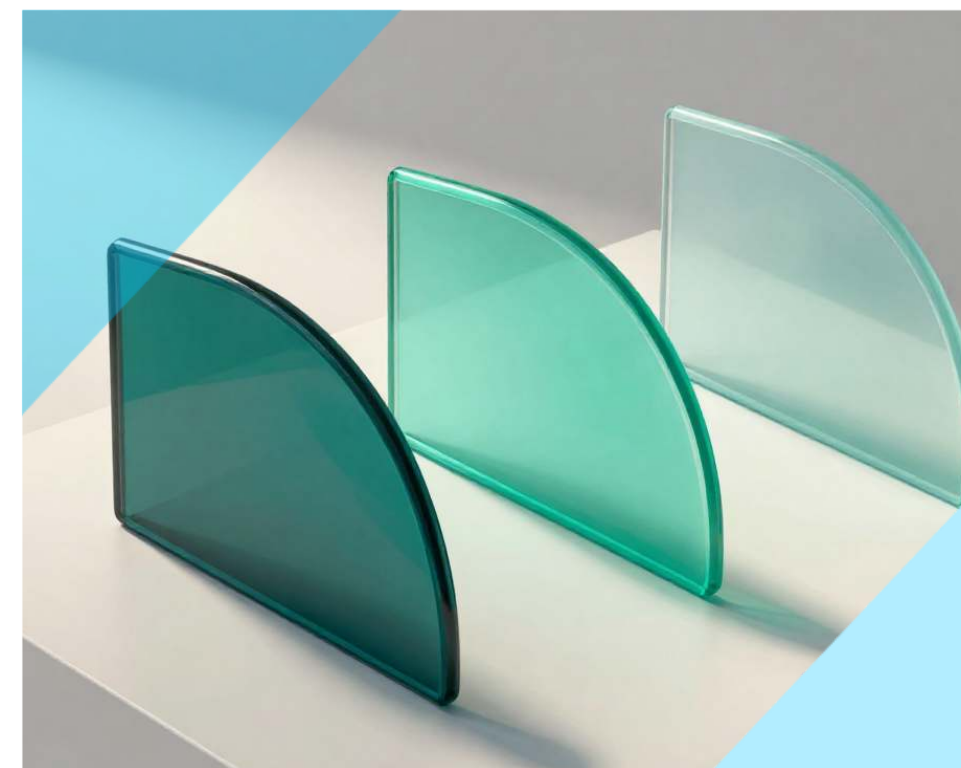
Когда график становится круче

Если модуль коэффициента большой, значения функции быстро удаляются от нуля. Парабола выглядит более узкой и крутой, потому что точки поднимаются или опускаются сильнее при каждом шаге по оси x .



Когда кривая расправляется

При малом модуле коэффициента рост значений идёт медленнее. График становится шире, а его ветви словно «раскрываются» в стороны, образуя более пологую дугу.



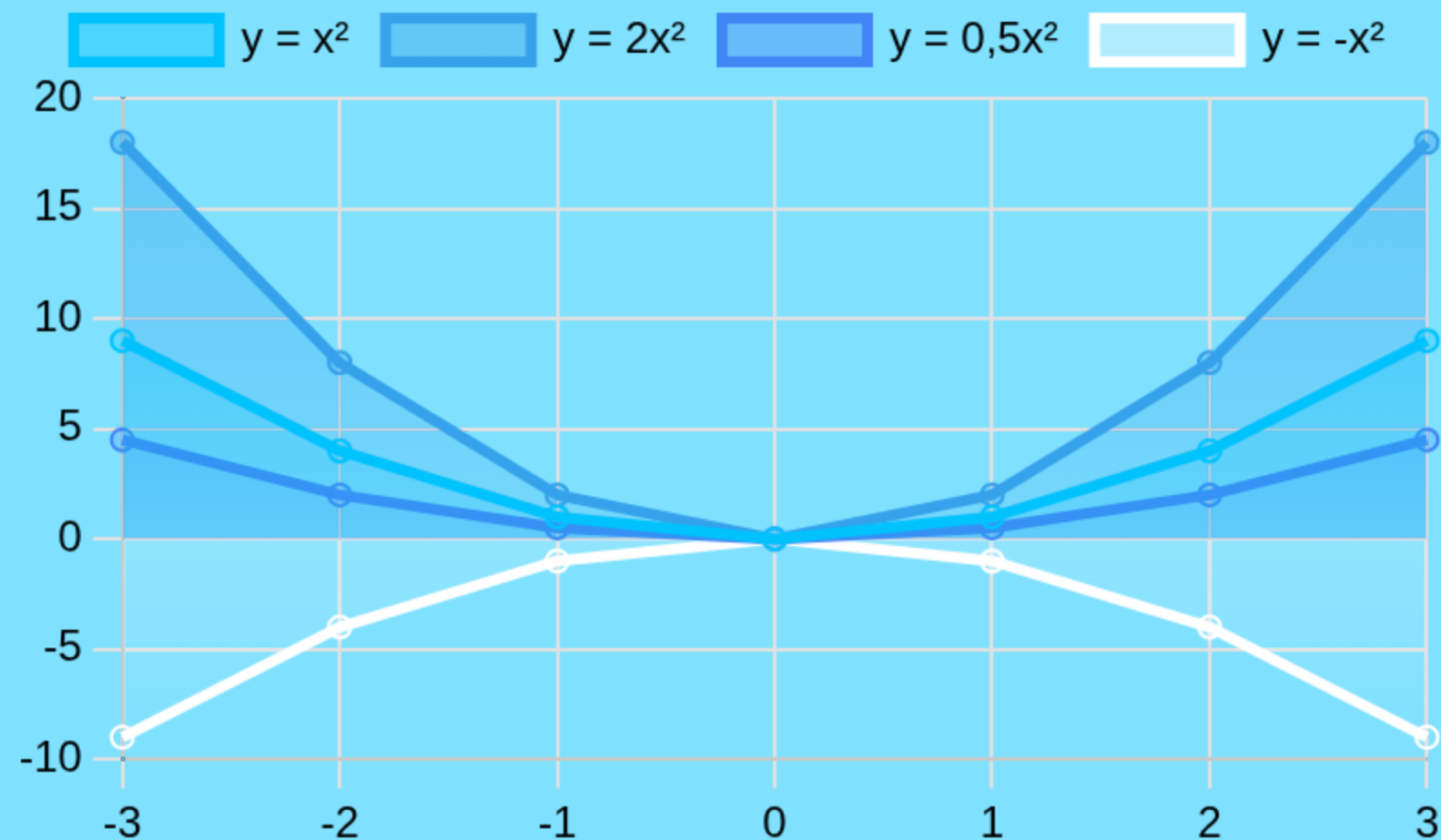
Один закон — разные силуэты

Сравнение графиков $y = x^2$, $y = 3x^2$ и $y = 1/3x^2$ показывает, что форма параболы зависит не от вида функции, а от числа a . Именно оно задаёт степень растяжения или сжатия графика.

Сравнение нескольких парабол

На одном поле видно, как меняется высота точек при одинаковых x . Это помогает сразу сравнить форму графиков без отдельных вычислений.

Положительный коэффициент даёт параболу вверх, отрицательный — вниз; чем больше модуль a , тем сильнее меняется значение y .



Вычислено по формуле $y = ax^2$; учебные значения для $x = -3...3$.

Основные свойства функции

Область определения

Функция $y = ax^2$ определена при любом действительном x . Это значит, что в формулу можно подставить и целые, и дробные, и отрицательные числа без ограничений.

Область значений

Если $a > 0$, то значения функции не бывают меньше нуля. Если $a < 0$, график лежит на уровне нуля и ниже, поэтому все значения не положительны.

Чётность функции

Для любого x выполняется равенство $f(-x) = f(x)$. Именно поэтому левая и правая части параболы выглядят одинаково и отражаются друг относительно друга.

Симметрия графика

Ось Oy делит график на две зеркальные части. Точки с одинаковым модулем x , например 2 и -2, имеют одинаковые значения y и находятся на одной высоте.



Свойства функции при разных значениях a



Значение a	Ветви	Значения y
$a > 0$	вверх	$y \geq 0$
$a < 0$	вниз	$y \leq 0$
$a = 0$	совпадает с Ox	$y = 0$

Сравнение показывает, как один коэффициент меняет форму графика и знак значений функции.

Знак коэффициента определяет направление ветвей, а случай $a = 0$ приводит не к параболе, а к вырожденному графику.

Свойства функции $y = ax^2$



Как читать график функции

1

Найди нужный x

Сначала отыщи на оси абсцисс заданное значение x . Затем проведи мысленно вертикаль до пересечения с графиком и смотри, какое значение y соответствует этой точке.

2

Сравни значения

Если взять два разных аргумента, можно сразу увидеть, где функция больше. Для параболы удобно сравнивать точки с одинаковым модулем x : их значения y совпадают.

3

Проверь закономерность

Когда $|x|$ увеличивается, точки графика уходят дальше от вершины. Это помогает понять, как быстро растёт или убывает функция, не считая каждый раз все значения вручную.

4

Используй симметрию

Точки на графике расположены зеркально относительно оси Oy . Поэтому достаточно найти одну часть параболы, а вторую можно достроить по симметрии и проверить вычисления.



Где встречается квадратичная зависимость

Площадь квадрата

Формула $S = a^2$ показывает, что площадь квадрата зависит от квадрата его стороны. Если сторона увеличивается, площадь растёт быстрее, чем сама длина стороны. Это простой и наглядный пример квадратичной зависимости.



Полет и падение тел

В физике квадратичная зависимость появляется при движении тела под действием силы тяжести. Высота меняется неравномерно, и при изображении такого движения часто получается кривая, похожая на параболу.



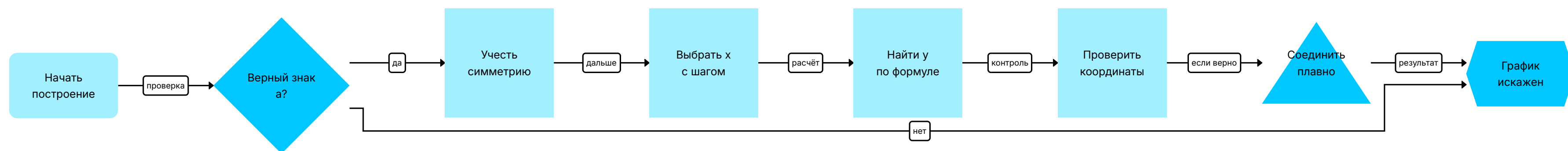
Инженерные формы

Параболические линии используют в антеннах, отражателях и некоторых архитектурных конструкциях. Такая форма помогает собирать или распределять поток энергии, а также делает конструкцию удобной для расчётов.



Проверка построения параболы

Схема показывает, где чаще всего возникают ошибки при работе с функцией $y = ax^2$.



Значение при $x = 0$, симметрия точек и знак коэффициента позволяют сразу распознать график $y = ax^2$ без долгих вычислений.

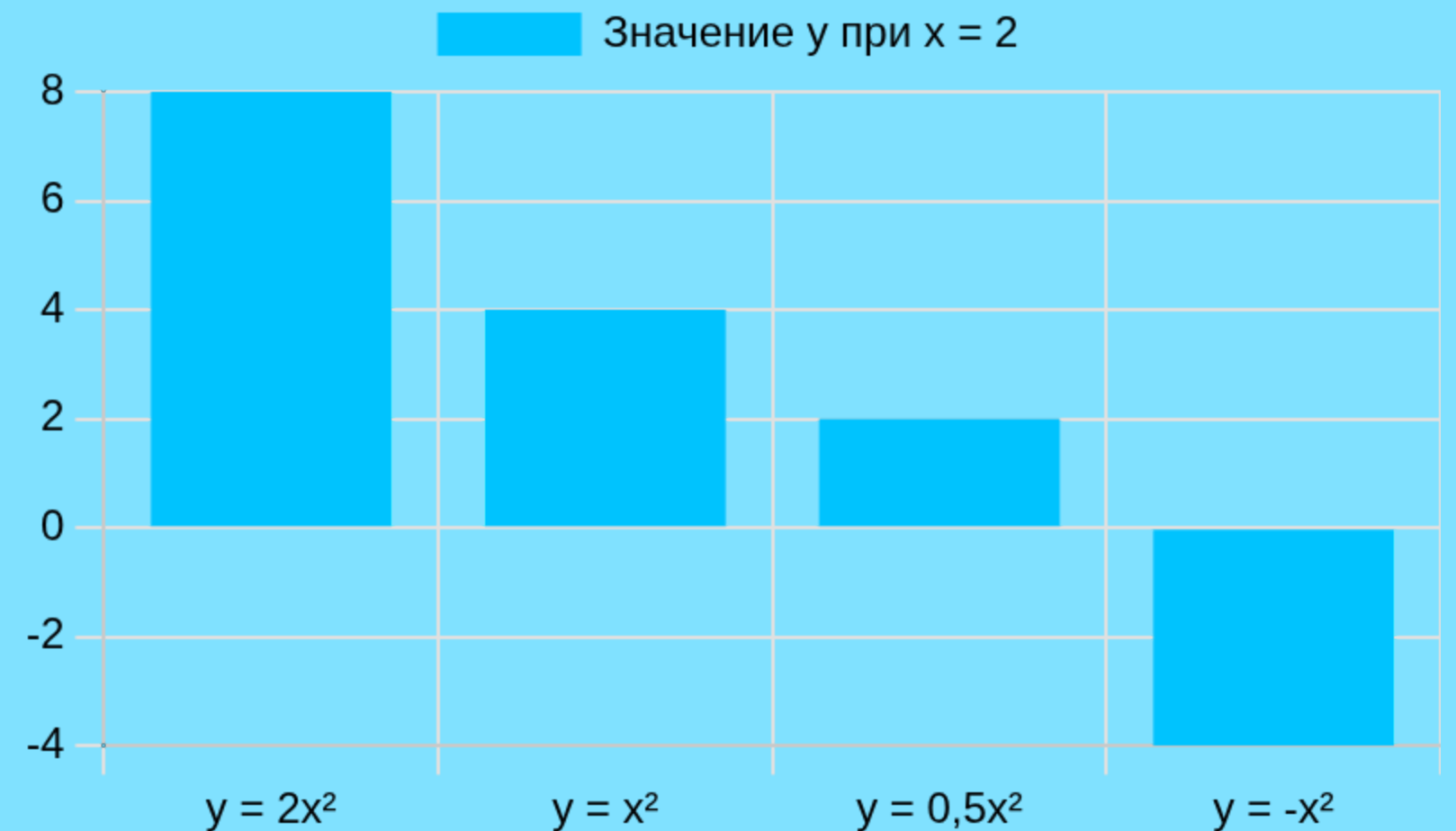
3

*простых факта помогают
быстро проверить
построение параболы.*

Что меняется при разных значениях a

При одном и том же x можно увидеть, насколько по-разному ведут себя параболы с разными коэффициентами.

Один коэффициент влияет сразу на знак, высоту точки и направление ветвей, поэтому графики заметно различаются даже при одинаковой формуле.



Вычислено по формуле $y = ax^2$ при $x = 2$.

Что нужно запомнить о функции $y = ax^2$

У функции $y = ax^2$ всегда параболический график с осью симметрии Oy. Знак a задаёт направление ветвей, а модуль $|a|$ определяет, насколько график узкий или широкий.