

Равносильные преобразования алгебраических выражений

Как менять запись, не меняя значение выражения.



Зачем это нужно в 7 классе

Эти преобразования помогают упростить записи, быстрее решать уравнения и проверять ответы. Они соединяют арифметику с алгеброй и становятся основой для работы со скобками, дробями и буквенными выражениями.



Что такое равносильные выражения

Одинаковый результат

Два выражения называют равносильными, если при одинаковых допустимых значениях переменных они дают одно и то же число. Меняется форма записи, но не её значение.

Примеры записей

К равносильным выражениям относятся $2(x+3)$ и $2x+6$, $a+a+a$ и $3a$, $5y-2y$ и $3y$. В каждом случае одно выражение можно заменить другим без потери смысла.

Когда равносильность сохраняется

Равносильность остаётся верной только тогда, когда преобразование выполнено аккуратно и не изменяет область допустимых значений. Особенно важно следить за знаками, скобками и делением.

Основные равносильные преобразования

Преобразование	Пример	Что видно
Раскрытие скобок	$3(x+4)=3x+12$	Умножение на каждый член
Подобные слагаемые	$7a-2a=5a$	Коэффициенты объединяются
Общий множитель	$6x+9=3(2x+3)$	Запись становится короче
Распределительное свойство	$4(m-1)+m=5m-4$	Форма меняется, значение нет

В таблице показаны самые частые преобразования, которые меняют вид выражения, но сохраняют его значение.

Все примеры показывают одну идею: равносильное преобразование делает выражение удобнее для работы, но не меняет его значения.

Распределительное свойство умножения

01

Основная запись

Распределительное свойство записывают так: $a(b+c)=ab+ac$ и $a(b-c)=ab-ac$. Оно показывает, как число или выражение перед скобками умножается на каждое слагаемое внутри.

02

Для раскрытия скобок

Именно это свойство используют, когда раскрывают скобки. Например, $4(x+5)=4x+20$, потому что 4 умножается и на x , и на 5.

03

При минусе

Если перед скобками стоит отрицательное число, знаки внутри меняются на противоположные. Поэтому $-3(a-2)=-3a+6$, а $2(7-y)=14-2y$.

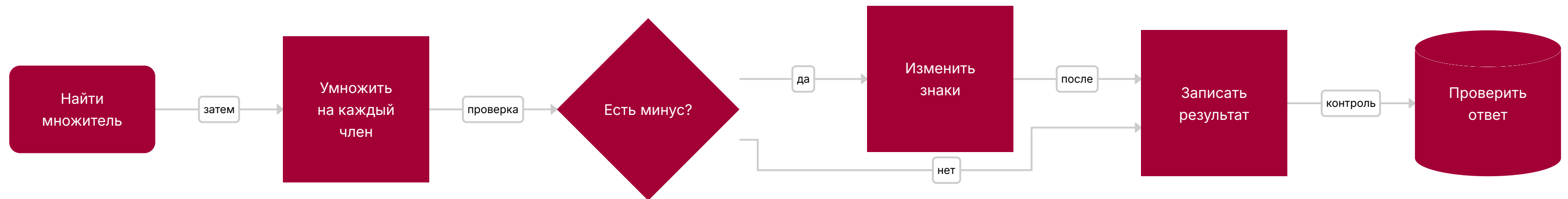
04

Почему важно быть внимательным

Ошибки чаще всего появляются из-за неверного знака. Чтобы не ошибиться, нужно по очереди умножать каждый член в скобках и проверять коэффициенты.

Как раскрывать скобки

Последовательность действий при преобразовании выражений с помощью распределительного свойства



Приведение подобных слагаемых

x^1

Одинаковая буквенная часть

Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть: $3x$ и $-5x$, $2ab$ и $7ab$, $4m$ и m . Меняются только коэффициенты, поэтому такие слагаемые можно объединять.

$\pm$

Складываем коэффициенты

После приведения подобных слагаемых коэффициенты складывают или вычитают. Например, $3x - 5x = -2x$, а $2ab + 7ab = 9ab$. Буквенная часть при этом остаётся без изменений.



Неподобные не объединяют

Выражения x и x^2 , $2a$ и $2b$, $3x$ и $3y$ не являются подобными. Их нельзя складывать, потому что буквенная часть у них разная.



Зачем это делать

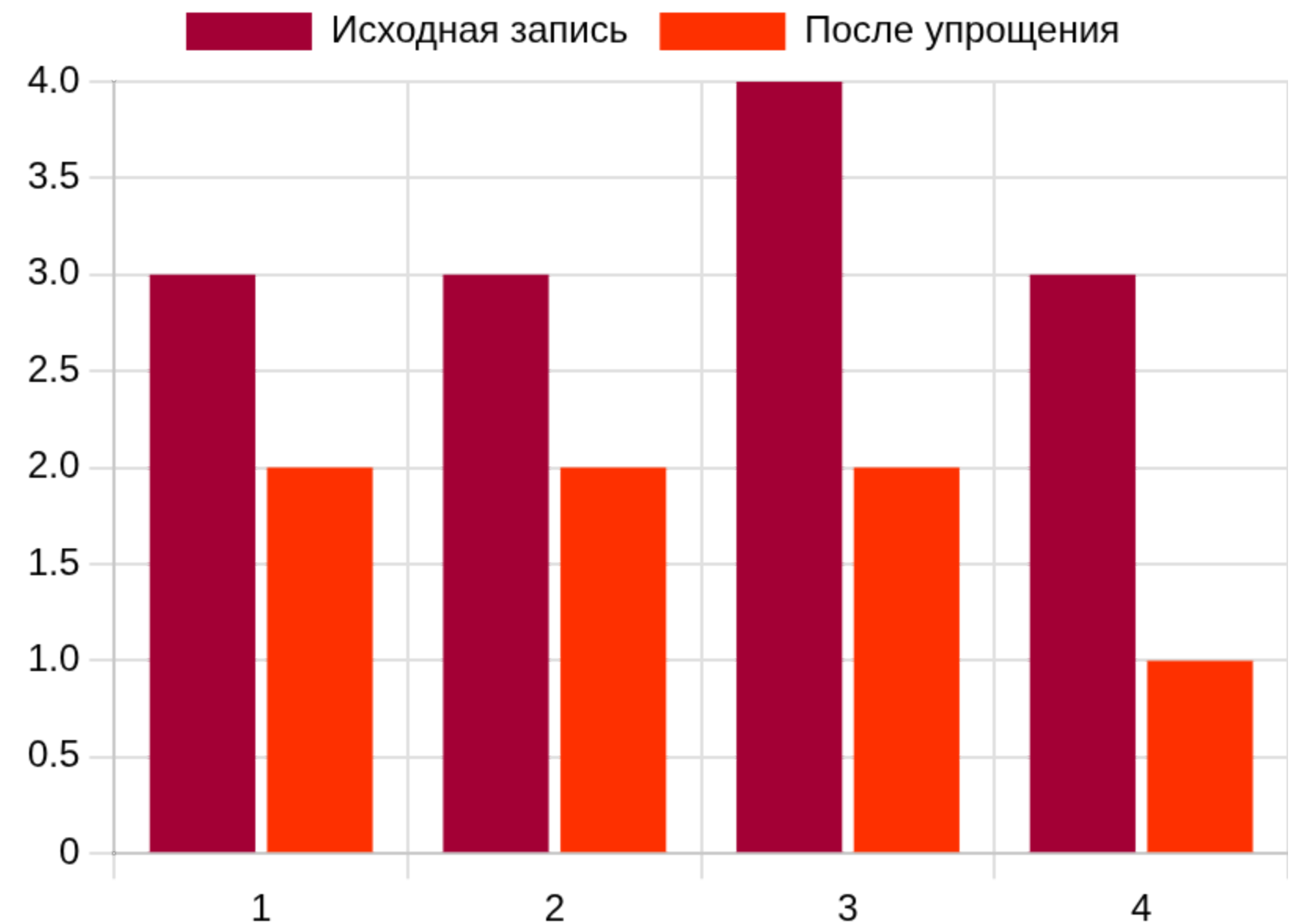
Приведение подобных слагаемых упрощает запись и помогает увидеть структуру выражения. После этого легче считать, сравнивать выражения и решать уравнения.

Как сокращается запись после упрощения

На диаграмме сравниваются длины записей до и после приведения подобных слагаемых. Видно, что выражения становятся короче и удобнее для дальнейших преобразований.

После упрощения уменьшается число слагаемых, но значение выражения сохраняется. Это делает запись компактнее и понятнее.

Учебные примеры по теме «Равносильные преобразования», 7 класс



Вынесение общего множителя за скобки

○ Найти общий множитель

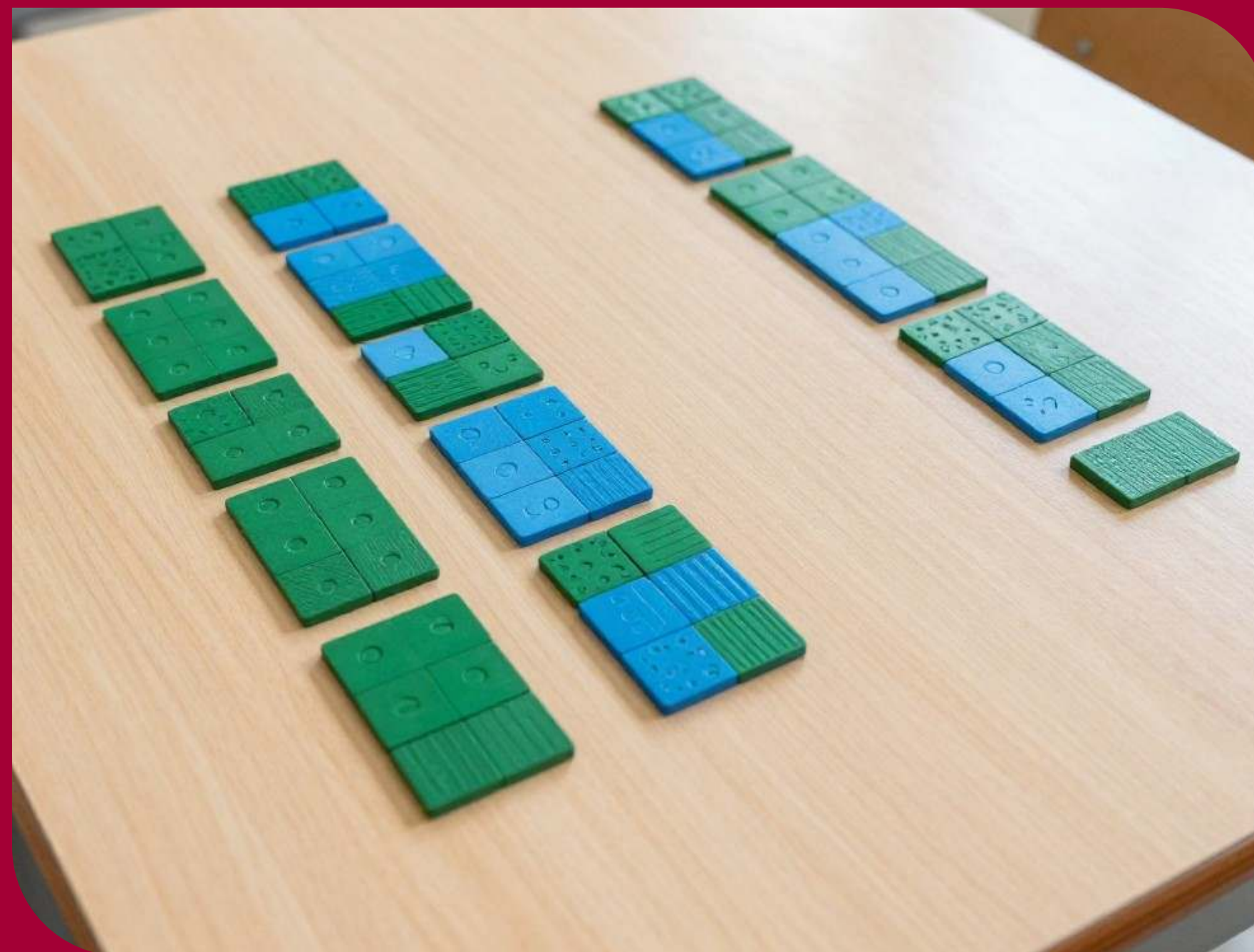
Сначала смотрят, есть ли у всех слагаемых одинаковое число или буква. Если общий множитель есть, его можно вынести перед скобками, чтобы запись стала короче.

○ Записать в виде произведения

Например, $6x+9=3(2x+3)$, $8a+4=4(2a+1)$, $10y-5=5(2y-1)$. Это обратное действие к раскрытию скобок, поэтому значение выражения не меняется.

○ Почему это удобно

Вынесение общего множителя помогает быстрее считать, сравнивать выражения и замечать закономерности. На рисунках это удобно показывать через одинаковые группы предметов или повторяющиеся наборы.



Замена выражения равносильной записью

Шаг 2. Преобразовать без потерь

Затем выполняют действия по правилам. Например, $x+x+x$ заменяют на $3x$, а $4k+12$ — на $4(k+3)$. Важно сохранять порядок действий и знаки.

Шаг 1. Выбрать удобную форму

Сначала определяют, что нужно сделать: упростить запись, раскрыть скобки или вынести общий множитель. Для одной и той же ситуации можно выбрать разные равносильные формы.

Шаг 3. Использовать в задаче

После преобразования выражение становится удобнее для вычислений, сравнения и решения уравнений. Если шаги выполнены правильно, полученная запись имеет то же значение, что и исходная.

2

значение дроби не определено, если знаменатель равен нулю

Для выражения $1/(x-2)$ допустимы все значения x , кроме одного. Это показывает, почему область допустимых значений нужно проверять до и после преобразования.

Условие задачи и правило: на ноль делить нельзя; пример $1/(x-2)$.

Типичные ошибки при преобразовании

Ошибка	Как правильно
Неверный знак	Менять знаки
Разные слагаемые	Не объединять
Нет множителя	Вынести общий
Деление на ноль	Проверить ОДЗ

Сравнение частых ошибок и правильных действий помогает заметить, где именно теряется равносильность.

Основные ошибки связаны со знаками, скобками и областью допустимых значений. Проверка каждого шага снижает риск неверного преобразования.

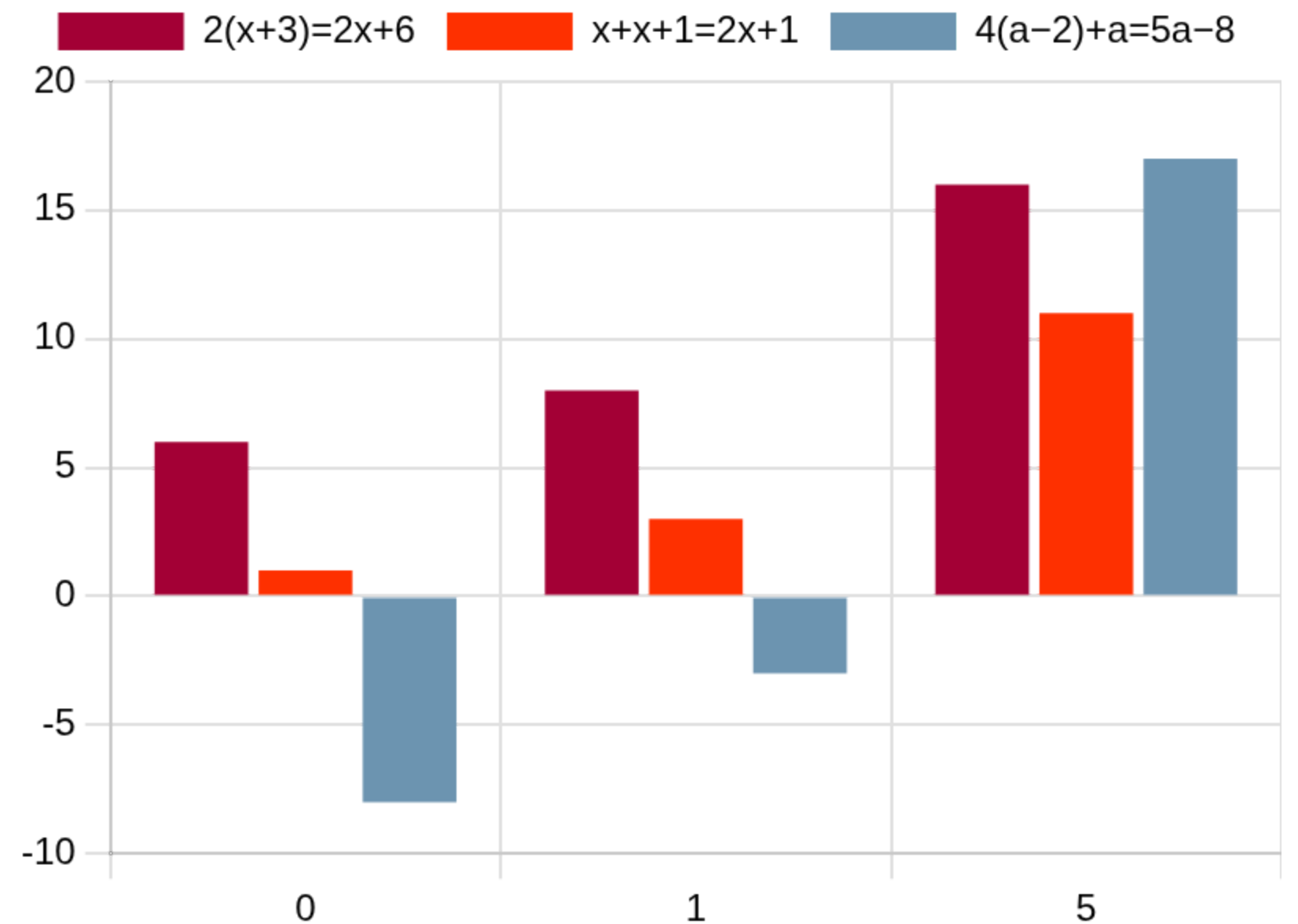
Материал урока по теме равносильных преобразований.

Проверка равносильности на примерах

Сопоставление значений удобно выполнять подстановкой одного и того же числа в обе записи. Так сразу видно, сохраняется ли результат.

Во всех трёх примерах пары выражений дают одинаковые значения при выбранных подстановках. Это подтверждает равносильность преобразований для этих случаев.

Примеры из условия: $x=0, 1, 5$; $a=0, 1, 5$.



Пошаговый алгоритм преобразования

01

Определи цель

Сначала реши, что нужно сделать с выражением: раскрыть скобки, упростить запись или вынести общий множитель. От цели зависит порядок действий и способ проверки результата.

02

Выполни по одному шагу

Изменяй выражение последовательно: работай со скобками, знаками и коэффициентами отдельно. Не смешивай несколько преобразований сразу, чтобы не потерять ни один множитель и не ошибиться в записи.

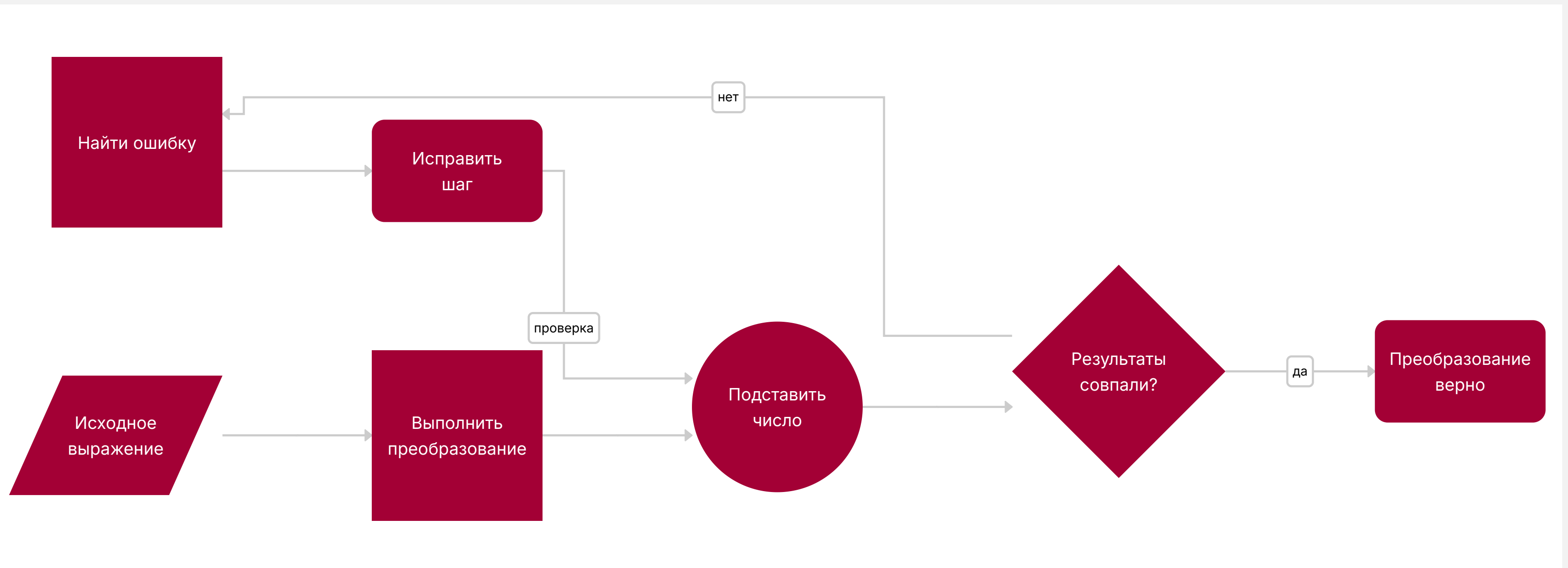
03

Проверь результат

После преобразования приведи подобные слагаемые и сравни новую запись с исходной. Если есть дроби или переменные в знаменателе, обязательно убедись, что допустимые значения не нарушены.

Проверка преобразования по значениям

Схема показывает, как найти ошибку через подстановку одного и того же числа в обе записи.



Где это встречается в жизни

Покупки и упаковки

В магазине удобно считать одинаковые наборы товаров через скобки и множитель. Например, $3(a+2)$ означает три одинаковые упаковки, где в каждой есть a и ещё 2 предмета. Такое чтение помогает быстро сравнивать стоимость и количество.



Плитка и ряды предметов

При укладке плитки, раскладывании книг или подсчёте деталей часто встречаются одинаковые группы. Если в каждом ряду есть одна и та же часть, выражение можно заменить более короткой записью и легче посчитать общий результат.

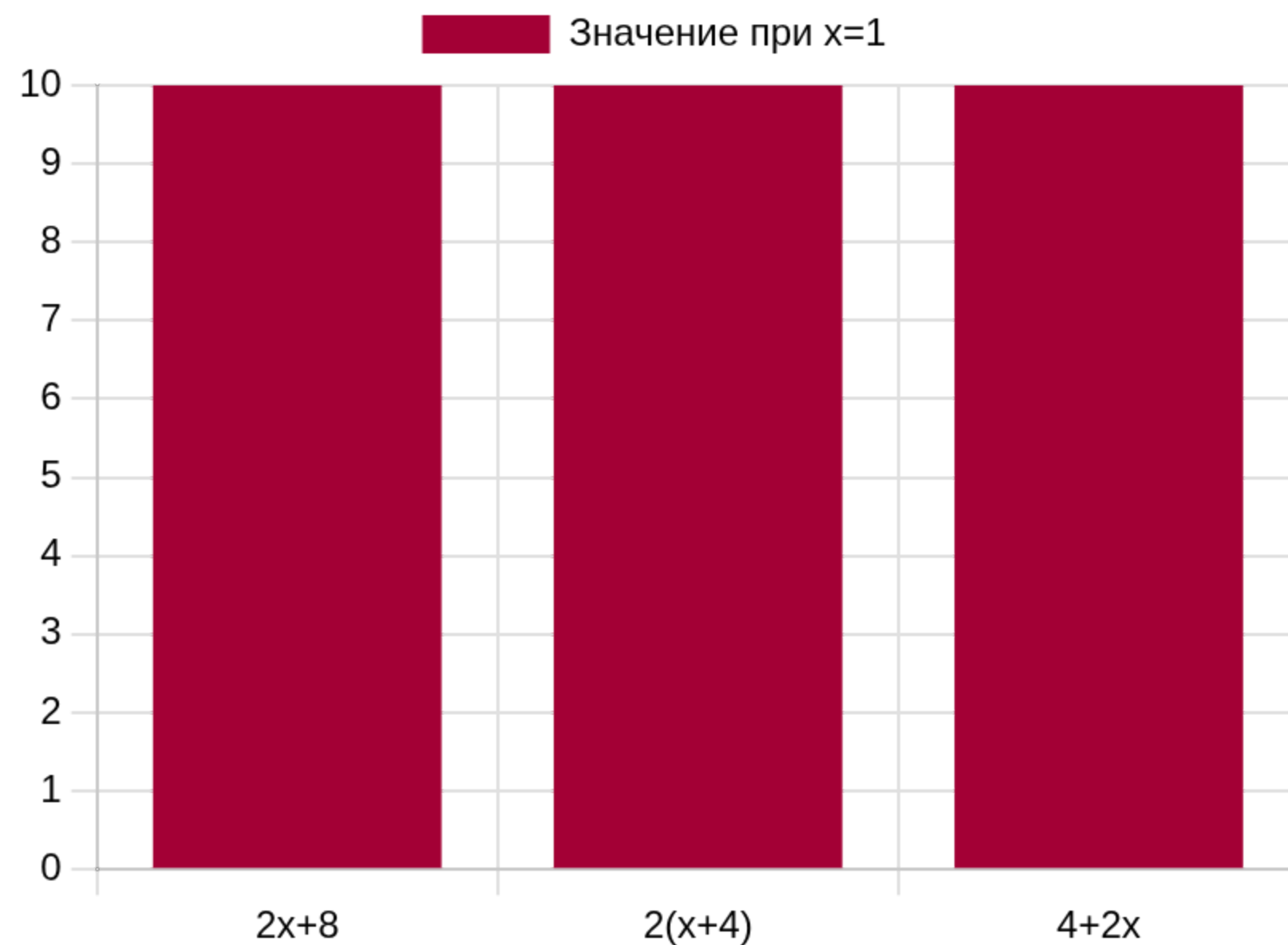


Разные записи одного и того же выражения

Выбор формы зависит от задачи: где-то удобнее считать, где-то — видеть общий множитель, а где-то — сразу сравнивать части выражения.

Все три записи равносильны, потому что дают одинаковое значение. Меняется только удобство работы с выражением, а не его смысл.

Пример из условия: $2x+8$, $2(x+4)$, $4+2x$.



Равносильные преобразования и уравнения



Сохраняем решения

Правильное преобразование не меняет множество решений уравнения. Это значит, что новая запись удобнее для вычислений, но отвечает на тот же вопрос.



Раскрываем скобки

Сначала убирают скобки по распределительному свойству, чтобы уравнение стало короче и понятнее. После этого легче видеть одинаковые и похожие части.



Переносим слагаемые

Слагаемые переносят, чтобы собрать неизвестные в одной части, а числа — в другой. Такой шаг помогает быстрее получить простое уравнение.



Сокращаем одинаковое

Если в обеих частях есть одинаковый множитель, его можно сократить, но только после проверки, что деление на него допустимо.

Памятка по основным правилам

Правило	Что делать
Скобки	Раскрыть по закону
Слагаемые	Брать только подобные
Множитель	Выносить общий
Проверка	Учитывать ОДЗ

Краткая памятка помогает быстро вспомнить, что можно делать с выражением, а что нельзя.

Памятка объединяет главные действия и напоминает о проверке области допустимых значений. Это помогает сохранять равносильность на каждом шаге.

Материал урока: распределительное свойство, подобные слагаемые, общий множитель, ОДЗ.

Главное о равносильных преобразованиях

Равносильные преобразования помогают делать выражения короче и удобнее для вычислений. Если помнить про знаки, скобки, подобные слагаемые и допустимые значения, можно уверенно работать с любым выражением.