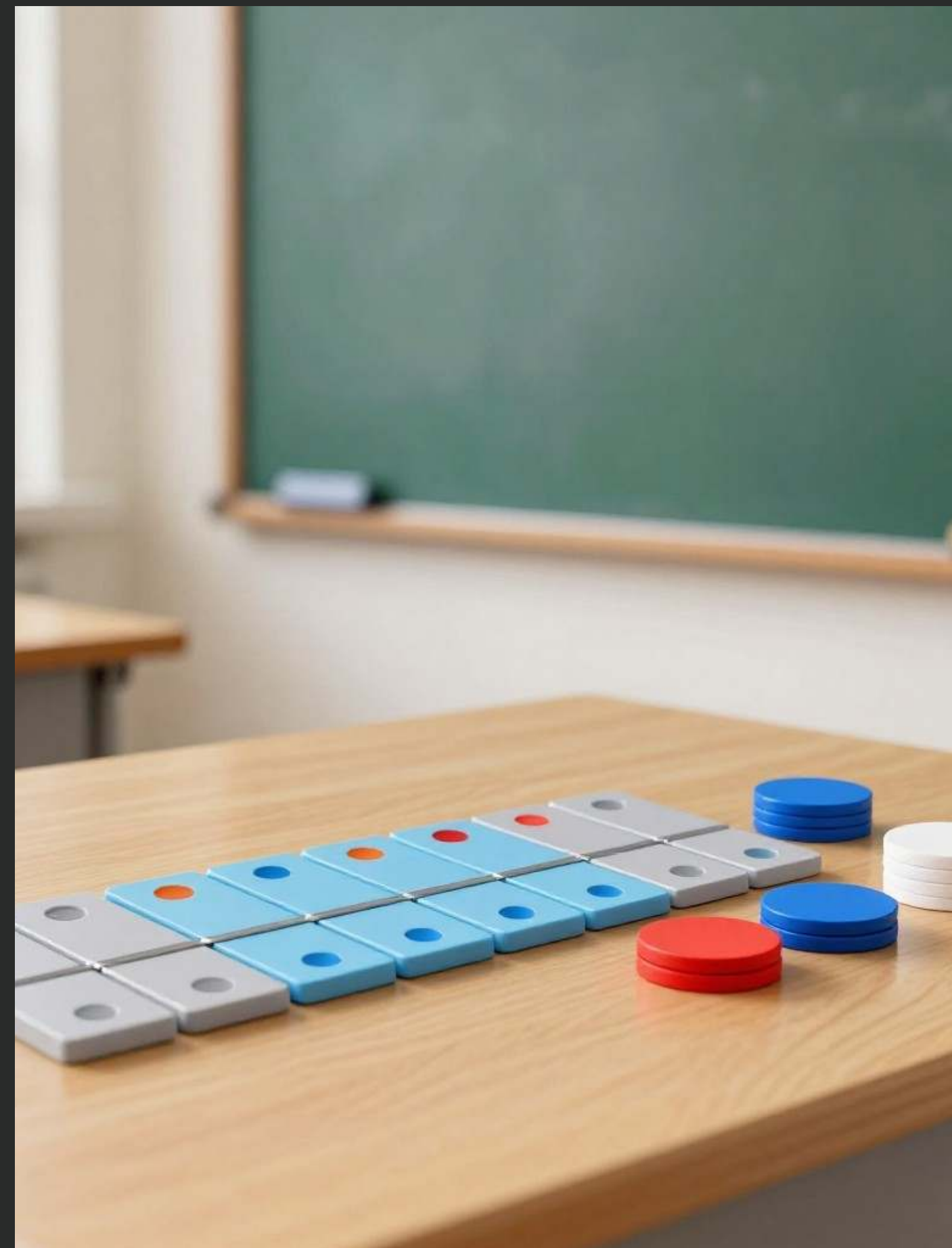


Рациональные числа в алгебре 8 класса

Числа, дроби, знаки и вычисления
объединяются в одну систему.



Зачем изучать рациональные числа

Они помогают описывать температуру ниже нуля, долги, части величины и координаты. Без них невозможно уверенно сравнивать числа, решать уравнения и выполнять алгебраические вычисления.



Определение рационального числа

Запись дробью

Рациональным называют число, которое можно представить как a/b , где a и b — целые числа, а b не равно нулю. Такая запись задаёт одно и то же число разными способами.

1

Примеры из курса

К рациональным относятся 7, -3, $\frac{1}{2}$, $-\frac{5}{4}$, 0, 2,75 и -0,6. Важно, что здесь встречаются и целые числа, и дроби, и десятичные записи.

2

Десятичные формы

Любое конечное десятичное число и любое периодическое десятичное число является рациональным. Это удобно, потому что такие записи можно точно перевести в дробь и обратно.

3

Положительные числа, отрицательные числа и ноль

Числа больше нуля

Положительные числа находятся правее нуля на числовой прямой. В задачах они часто обозначают прибыль, подъём, рост температуры или положительное расстояние от выбранной точки.

Особая роль нуля

Число 0 не является ни положительным, ни отрицательным. Оно служит точкой отсчёта, относительно которой сравнивают все остальные числа и определяют их знак.



Числа меньше нуля

Отрицательные числа расположены слева от нуля. Они помогают записывать температуру ниже нуля, долг, убыток, глубину ниже уровня отсчёта и отрицательные координаты.

Знак как смысл

Знак числа важен не только в записи, но и в содержании задачи. Он показывает направление изменения, положение на прямой и смысл результата вычисления.

Основные виды рациональных чисел

Целые числа Обыкновенные дроби
Десятичные дроби Смешанные записи

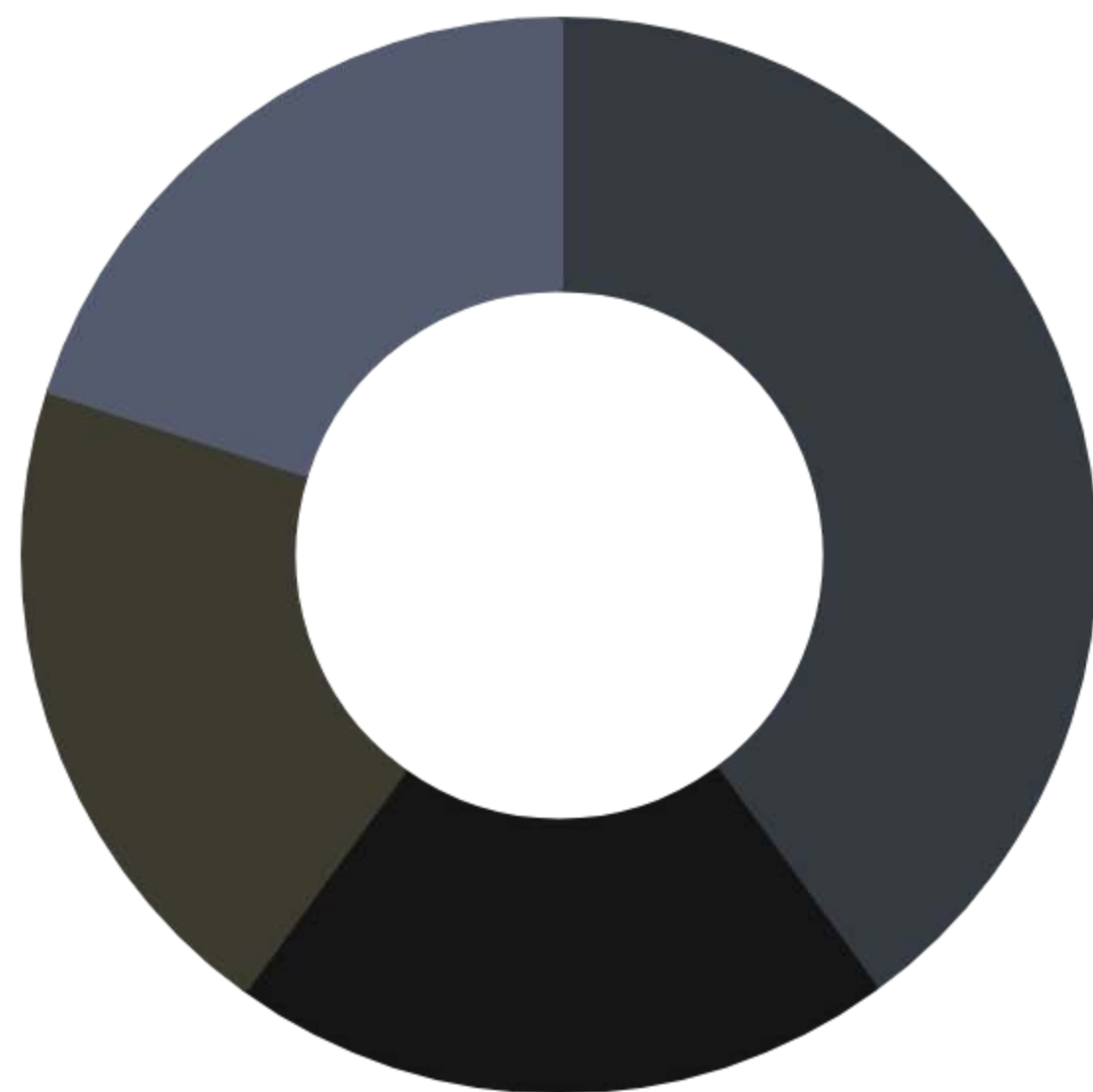


Диаграмма показывает не отдельные классы, а разные способы записи чисел внутри одного множества.

Все группы объединены общим свойством: любое указанное число можно выразить через рациональную запись.

Учебный материал по теме «Рациональные числа», 8 класс

Одна и та же величина в разных записях

Число	Дробь	Десятичная	Знак
3	$\frac{3}{1}$	3,0	+
-2	$-\frac{2}{1}$	-2,0	-
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0,25	+

Учебные примеры по теме

Таблица показывает, что одно рациональное число может иметь дробную и десятичную форму, не меняя своего значения.

Запись меняется, а значение остаётся тем же; это помогает свободно переходить между формами числа.

Порядок рациональных чисел на числовой прямой

01 Правило расположения

На числовой прямой большее число всегда находится правее меньшего. Это правило остаётся верным для целых чисел, дробей и десятичных записей.

02 Положительные и отрицательные

Любое положительное число больше нуля, а любое отрицательное число меньше нуля. Поэтому знак сразу показывает, с какой стороны от начала отсчёта расположено число.

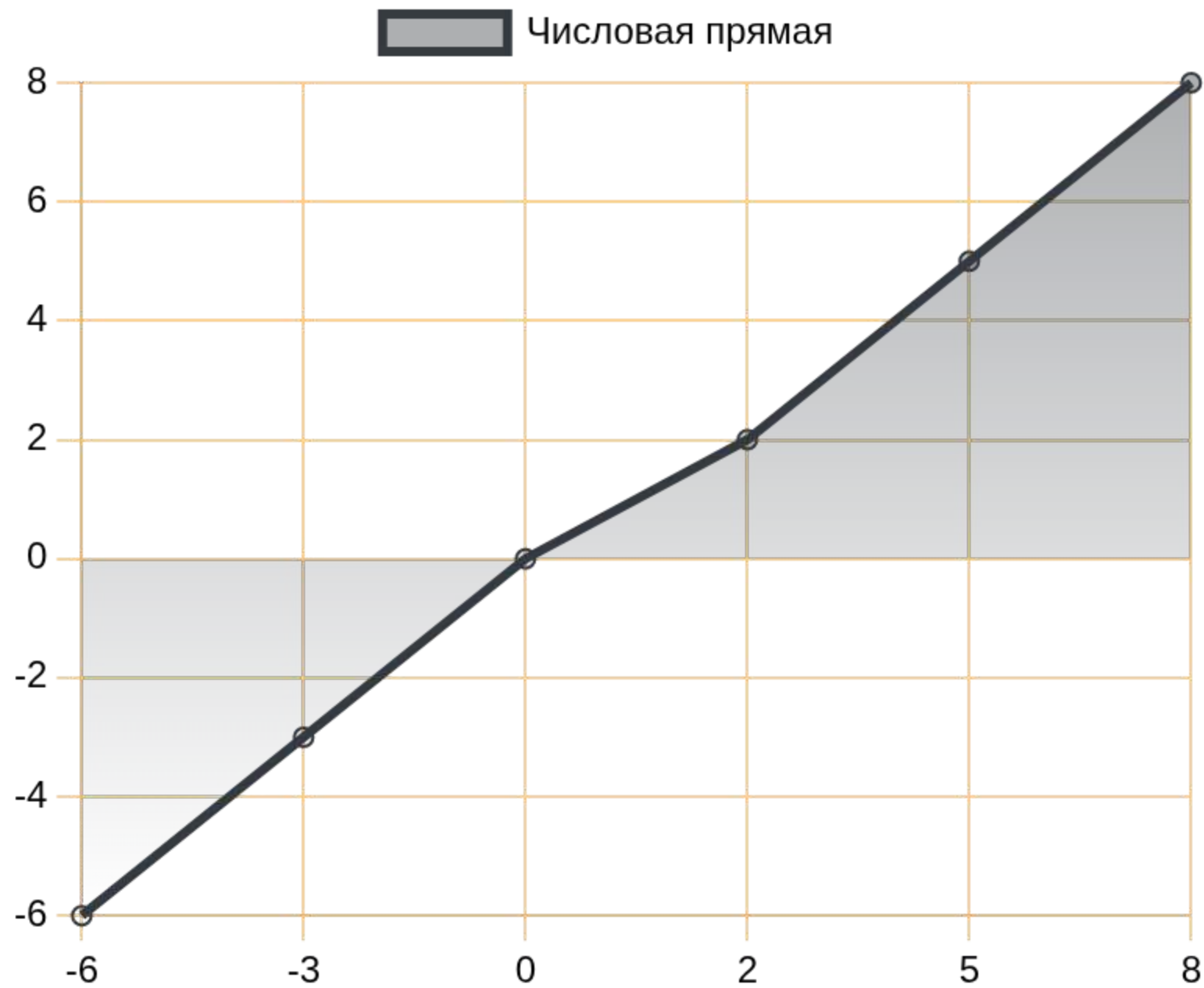
03 Два отрицательных числа

Из двух отрицательных чисел больше то, у которого модуль меньше. Например, -2 больше, чем -5 , потому что оно ближе к нулю.

04 Применение в задачах

Такой порядок удобно использовать при сравнении температур, высот, денежных значений и координат, где важно не только число, но и его положение относительно нуля.

Сравнение чисел на числовой прямой



Шкала помогает увидеть не только порядок чисел, но и расстояние между ними.

Чем правее точка, тем больше число; между любыми двумя рациональными числами всегда найдётся ещё одно.

Учебная схема числовой прямой

Модуль числа и его смысл



Всегда неотрицателен

Модуль не может быть отрицательным. Для любого числа он даёт ноль или положительное значение, что удобно при измерении отклонений и сравнении результатов.



Расстояние до нуля

Модуль показывает, как далеко число находится от нуля на числовой прямой. Поэтому $|5|$ и $|-5|$ равны 5: важна не сторона, а расстояние.

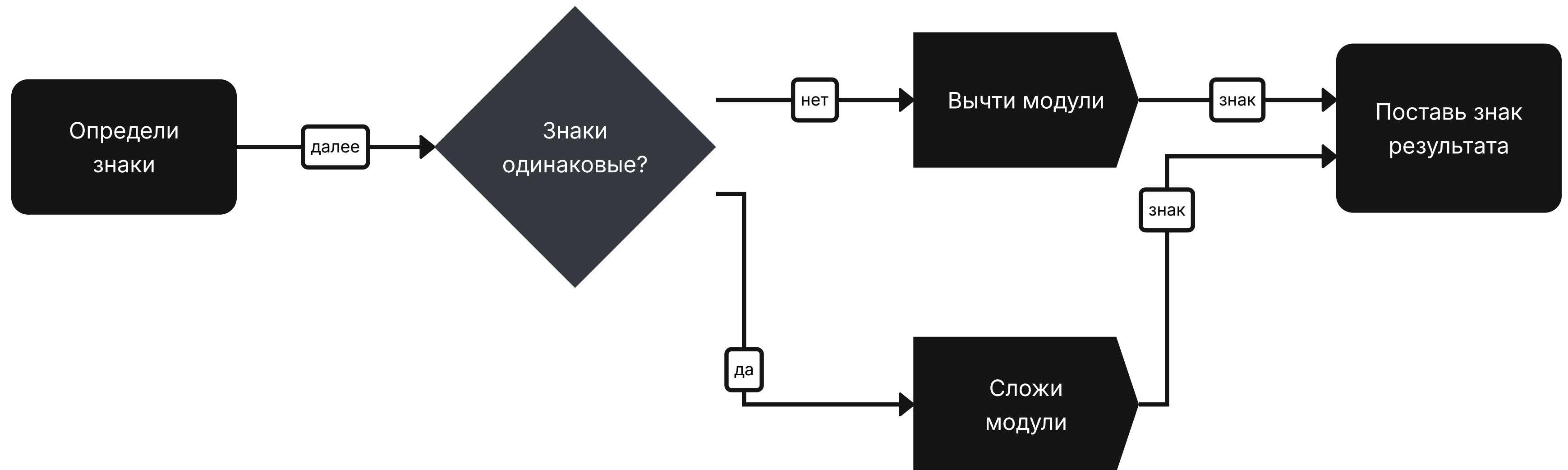


Сравнение величин

Модуль помогает оценить, какое из двух чисел дальше от нуля и насколько одно значение отличается от другого, независимо от его знака.

Как складывать рациональные числа

Алгоритм основан на знаках чисел и сравнении их модулей.

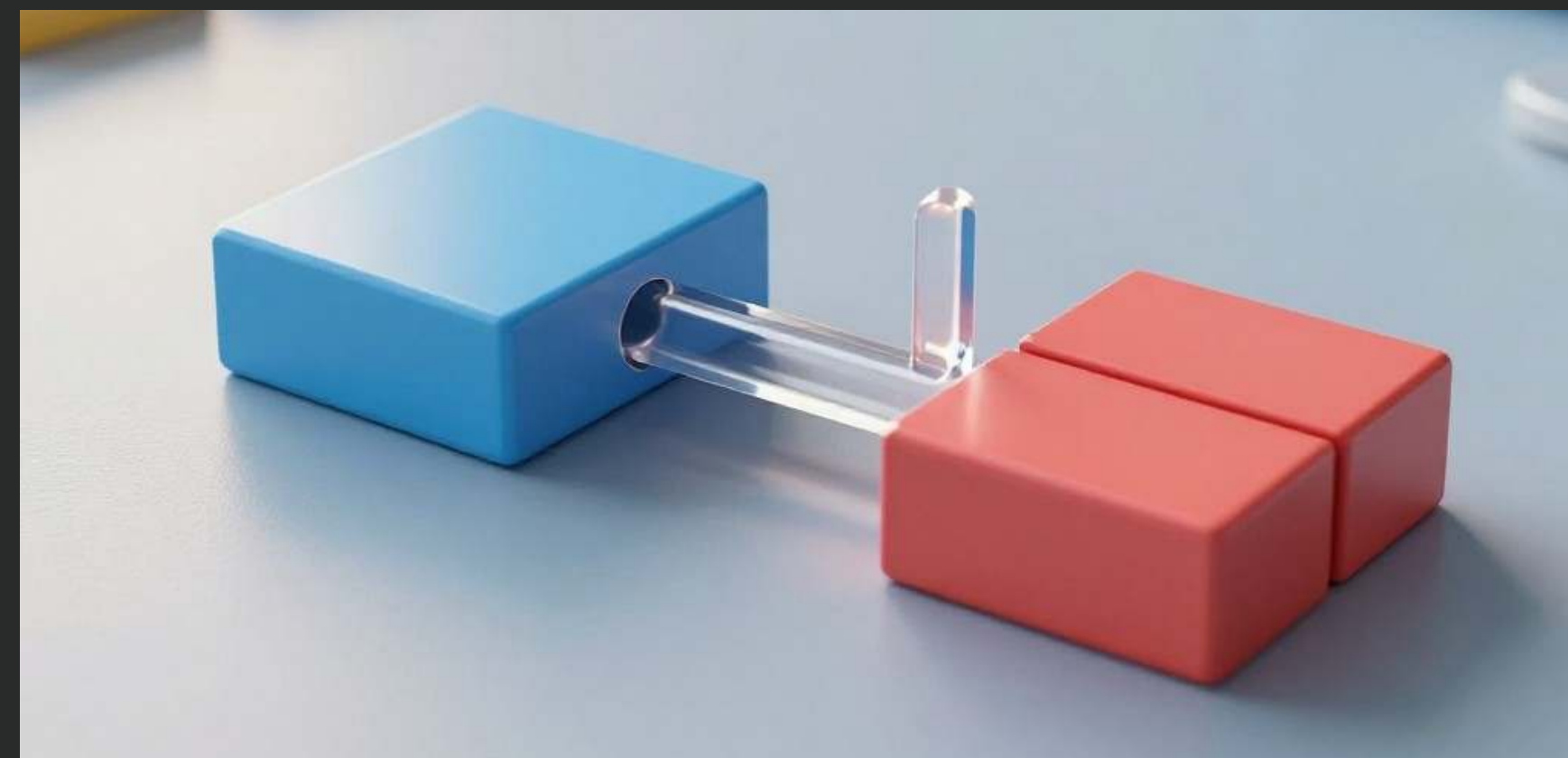


Вычитание рациональных чисел



Вычитание как движение по прямой

На числовой прямой вычитание удобно видеть как шаг влево. Если из числа вычесть положительное, точка смещается к меньшим значениям. Если вычитается отрицательное число, движение меняется на противоположное и результат увеличивается.



Противоположное число помогает упростить действие

Любое вычитание можно заменить сложением противоположного числа: $a - b = a + (-b)$. Это правило снимает лишние трудности со знаками и делает вычисления понятными, особенно когда в выражении встречаются отрицательные числа и скобки.

Типичные случаи сложения и вычитания

Выражение	Ответ	Правило
$-8+3$	-5	разные знаки
$-6+(-4)$	-10	одинаковые знаки
$2-(-6)$	8	замена на сложение
$-1,5+2,5$	1	сравнение модулей

В таблице собраны самые частые выражения с рациональными числами. Они показывают, как работают знаки и как меняется результат при сложении и вычитании.

При одинаковых знаках модули складываются, при разных — вычитаются. В вычитании второй компонент всегда заменяется противоположным числом.

Примеры по теме «Сложение и вычитание рациональных чисел»

Умножение и деление рациональных чисел

Знак результата

При умножении и делении знак ответа зависит от знаков чисел. Одинаковые знаки дают положительный результат, а разные — отрицательный. Это правило работает во всех задачах без исключения.

Примеры вычислений

Проверить правило легко на примерах:
 $(-3) \cdot (-2) = 6$, $4 \cdot (-5) = -20$,
 $(-12) : 3 = -4$, $(-15) : (-5) = 3$.
Сначала определяют знак, затем выполняют само действие с модулями.

Ноль в делении

Делить на ноль нельзя, потому что такое действие не имеет смысла. При этом $0:a$ равно 0 для любого ненулевого a , так как ноль, разделённый на число, остаётся нулём.

Где это пригодится

Правила знаков нужны при решении уравнений, работе с координатами и вычислениях с температурой или долгом. Ошибка в знаке сразу меняет ответ, поэтому важно проверять каждый шаг.

Правила знаков при умножении и делении

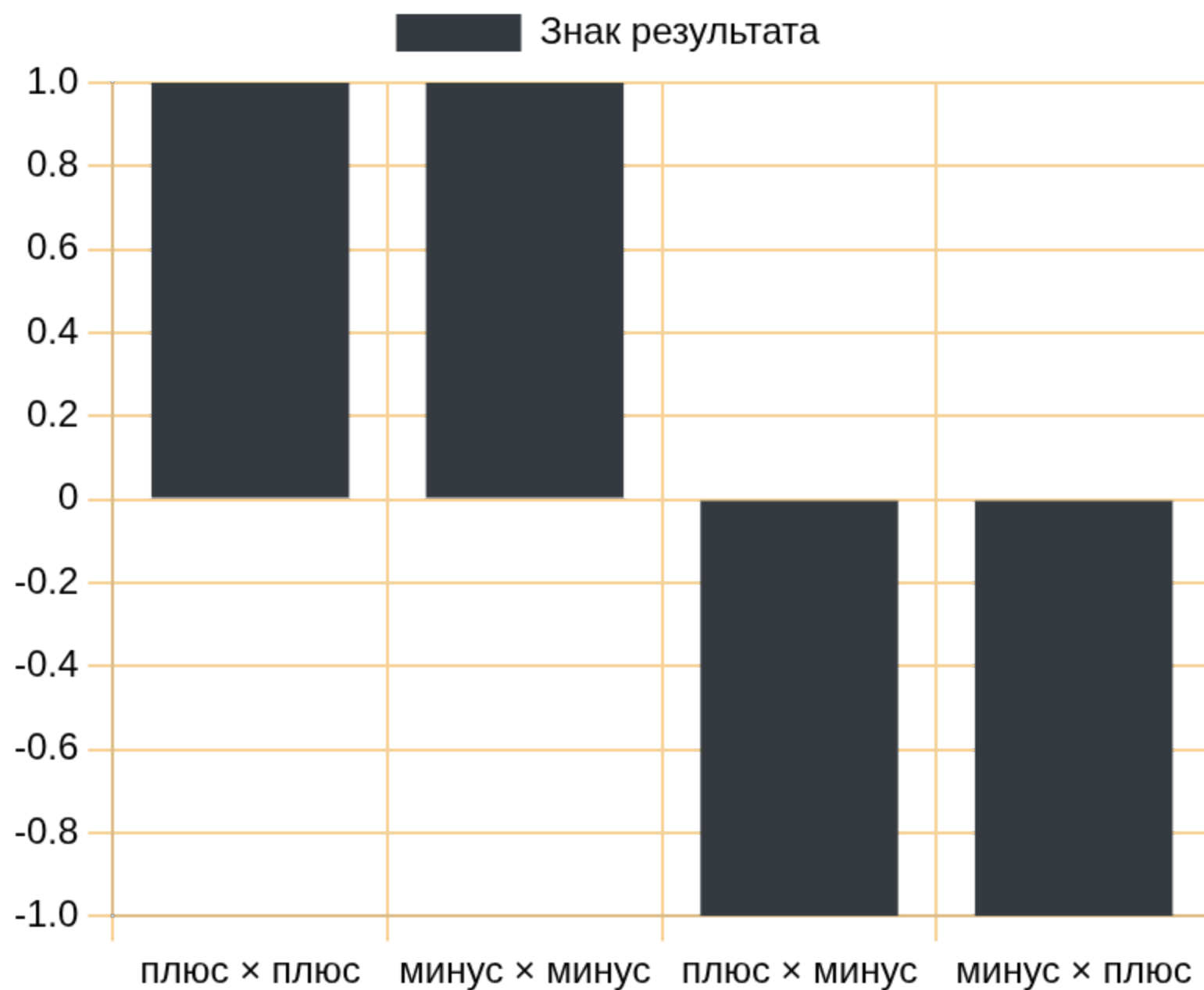


Диаграмма показывает, что важен не только сам знак, но и сочетание двух знаков в действии. Это помогает быстро выбирать ответ без лишних вычислений.

Одинаковые знаки ведут к положительному результату, разные — к отрицательному. Для деления действует то же правило, что и для умножения.

Правила знаков при умножении и делении рациональных чисел

Десятичные дроби и периодические записи

Конечная запись

Конечные десятичные дроби всегда рациональны, потому что их можно представить в виде обыкновенной дроби. Например, $0,75$ равно $\frac{3}{4}$, а $1,25$ равно $\frac{5}{4}$.

1

Периодическая запись

Бесконечная периодическая десятичная дробь тоже является рациональным числом. Повторяющаяся часть позволяет записать её в виде дроби, как в примерах $1,2(3) = \frac{37}{30}$ и $0,(6) = \frac{2}{3}$.

2

Почему это важно

Если запись не заканчивается и не повторяется, представить число в виде дроби a/b невозможно. Поэтому π и $\sqrt{2}$ не относятся к рациональным числам, хотя они часто встречаются в задачах.

3

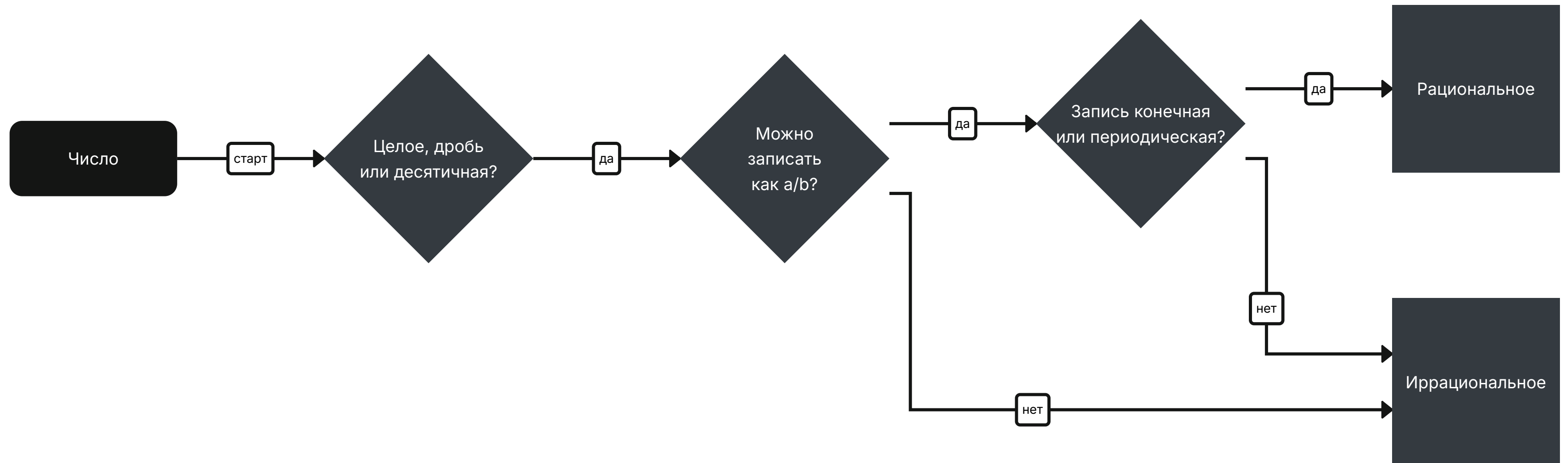
Как запомнить признак

Главная подсказка проста: есть конечная запись или повторяющийся период — число рациональное. Если десятичная запись бесконечна и не образует период, число относится к иррациональным.

4

Проверка числа на рациональность

Алгоритм основан на виде записи числа и возможности представить его как дробь a/b



Рациональные числа в жизни школьника



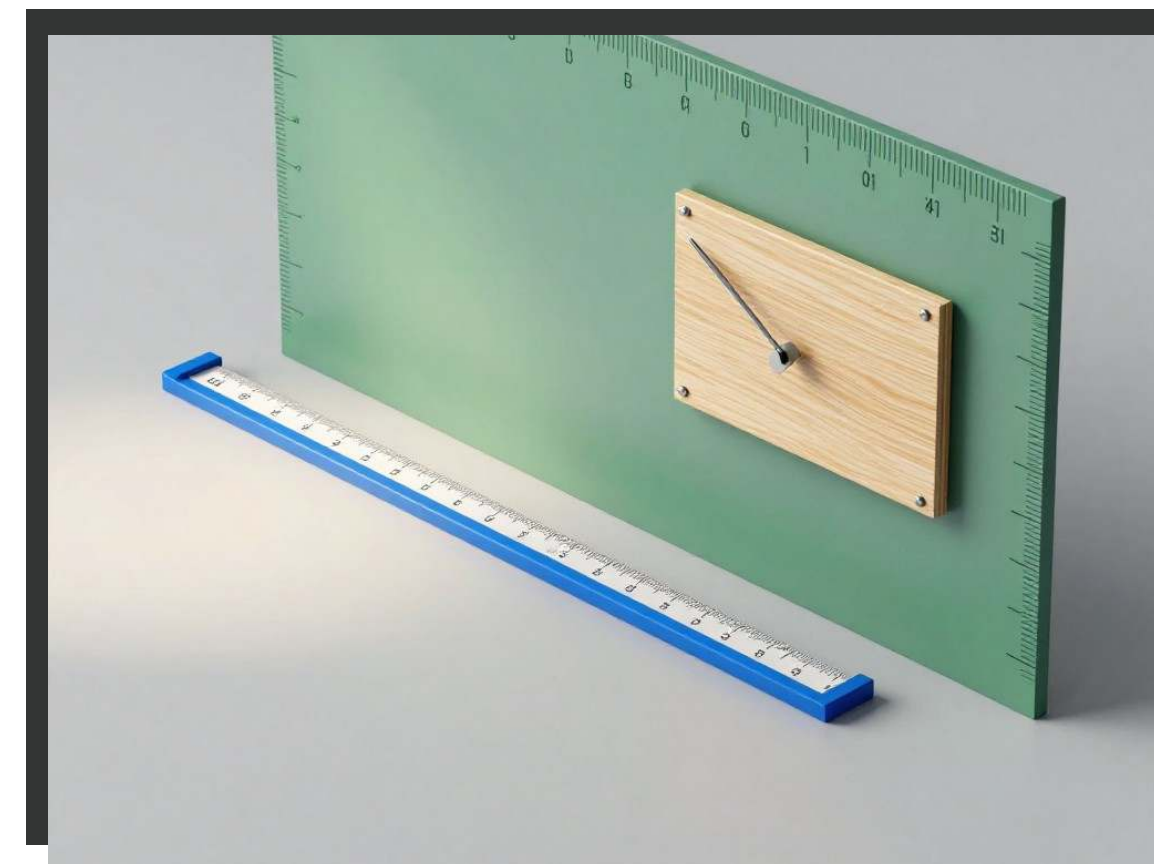
Погода и температура

Когда на улице $-12\text{ }^{\circ}\text{C}$, важно понимать не только число, но и его знак. Отрицательное значение показывает, что температура ниже нуля, а значит, сравнивать её нужно с учётом положения на шкале.



Покупки и деньги

Рациональные числа помогают считать скидки, долги и сдачу. Если товар подешевел на 15%, а на счёте есть задолженность 300 рублей, знак числа сразу показывает, что происходит с суммой.



Координаты и измерения

На карте, оси координат и в задачах на движение рациональные числа описывают положение и расстояние. Координата -4 , скорость $2,5\text{ м/с}$ или длина $1,5\text{ м}$ — всё это привычные школьные примеры.

Рациональные и иррациональные числа

Группа	Признак	Примеры
Рациональные	a/b , конечн. или период.	$\frac{3}{4}$; -2; 0, (7)
Иррациональные	не a/b ; бесконечн. непериод.	$\sqrt{2}$; π

Сравнение по определению рациональных и иррациональных чисел

Таблица помогает увидеть главное отличие двух групп чисел: возможность записать число в виде дроби и характер его десятичной записи.

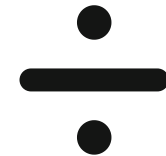
Рациональные числа имеют дробную форму или повторяющуюся десятичную запись. Иррациональные не выражаются дробью a/b и не имеют периода.

Типичные ошибки при работе с рациональными числами



Неверное сравнение отрицательных чисел

Частая ошибка — считать, что -5 больше, чем -2 , потому что 5 больше 2 . На числовой прямой больше то отрицательное число, которое ближе к нулю.



Деление на ноль

Иногда пытаются разделить число на ноль, но такое действие не определено. В алгебре это сразу делает выражение ошибочным, поэтому знаменатель всегда проверяют в первую очередь.



Путаница со знаком

Иногда знак числа принимают за знак действия и теряют смысл выражения. Чтобы не ошибиться, сначала определяют само число, а затем отдельно учитывают его знак и модуль.



Забытое правило вычитания

При вычитании нельзя просто отнимать числа по отдельности, если второй компонент отрицательный. Его нужно заменить противоположным числом, иначе ответ получится неверным.



Ошибки с десятичной записью

Не всякая бесконечная десятичная дробь рациональна. Если запись бесконечна и не повторяется, например у π или $\sqrt{2}$, число относится к иррациональным.

Рациональные числа: общий взгляд

Рациональные числа объединяют целые числа, дроби и десятичные записи в одну удобную систему. Умение сравнивать их, понимать знаки и выполнять действия помогает уверенно решать алгебраические задачи.