

Отрезки касательных к окружности

Изучаем касательные, точки касания и их главные свойства



Зачем изучать касательные в 7 классе

Эта тема помогает уверенно работать с окружностью: строить чертежи, доказывать утверждения и находить длины отрезков. Здесь соединяются рисунок, логика и вычисления, поэтому касательные становятся важной частью геометрии.



Что такое касательная к окружности

Одна общая точка

Касательная — это прямая, которая касается окружности только в одной точке. Эта точка называется точкой касания и имеет особое значение в задаче.

Не пересекает внутри

В отличие от секущей, касательная не проходит через внутреннюю часть окружности. Поэтому она не имеет с окружностью двух общих точек.

Секущая для сравнения

Если прямая пересекает окружность в двух точках, её называют секущей. Такое различие помогает быстро распознавать тип линии на чертеже.

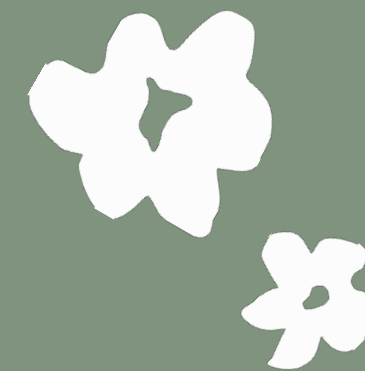
Основа для построений

Понимание касательной нужно для построений и доказательств. В школьных задачах она часто связана с прямым углом, радиусом и равенством отрезков.





Отрезок касательной от внешней точки



Внешняя точка

Отрезок касательной начинается в точке, которая лежит вне окружности, и заканчивается в точке касания. Именно эта внешняя точка делает задачу удобной для сравнения.

Часть чертежа

На рисунке обычно видны окружность, внешняя точка, точка касания и сам отрезок касательной. Такие обозначения помогают не перепутать нужные элементы.

Две касательные

Если точка расположена вне окружности, из неё можно провести две касательные. Они касаются окружности в разных точках и образуют важную пару.

Что нужно помнить

В задачах рассматривают именно отрезки от одной внешней точки до точек касания. Это условие важно, потому что равенство относится только к такой паре отрезков.



Равные касательные из одной точки

Таблица показывает главное свойство двух касательных, проведённых из одной внешней точки.

Если обе касательные выходят из одной точки, их длины совпадают. Это свойство удобно для сравнения отрезков и проверки ответов в задачах.

Элемент	Обозначение	Смысл
Внешняя точка	P	Точка вне окружности
1-й отрезок	PA	До касания
2-й отрезок	PB	До касания
Вывод	PA = PB	Отрезки равны

Свойство касательных к окружности из одной внешней точки



Почему отрезки касательных равны

1. Построим два треугольника

Соединим внешнюю точку с центром окружности и точками касания. Так появляются два прямоугольных треугольника, в которых можно сравнивать стороны и углы.

2. Радиусы равны

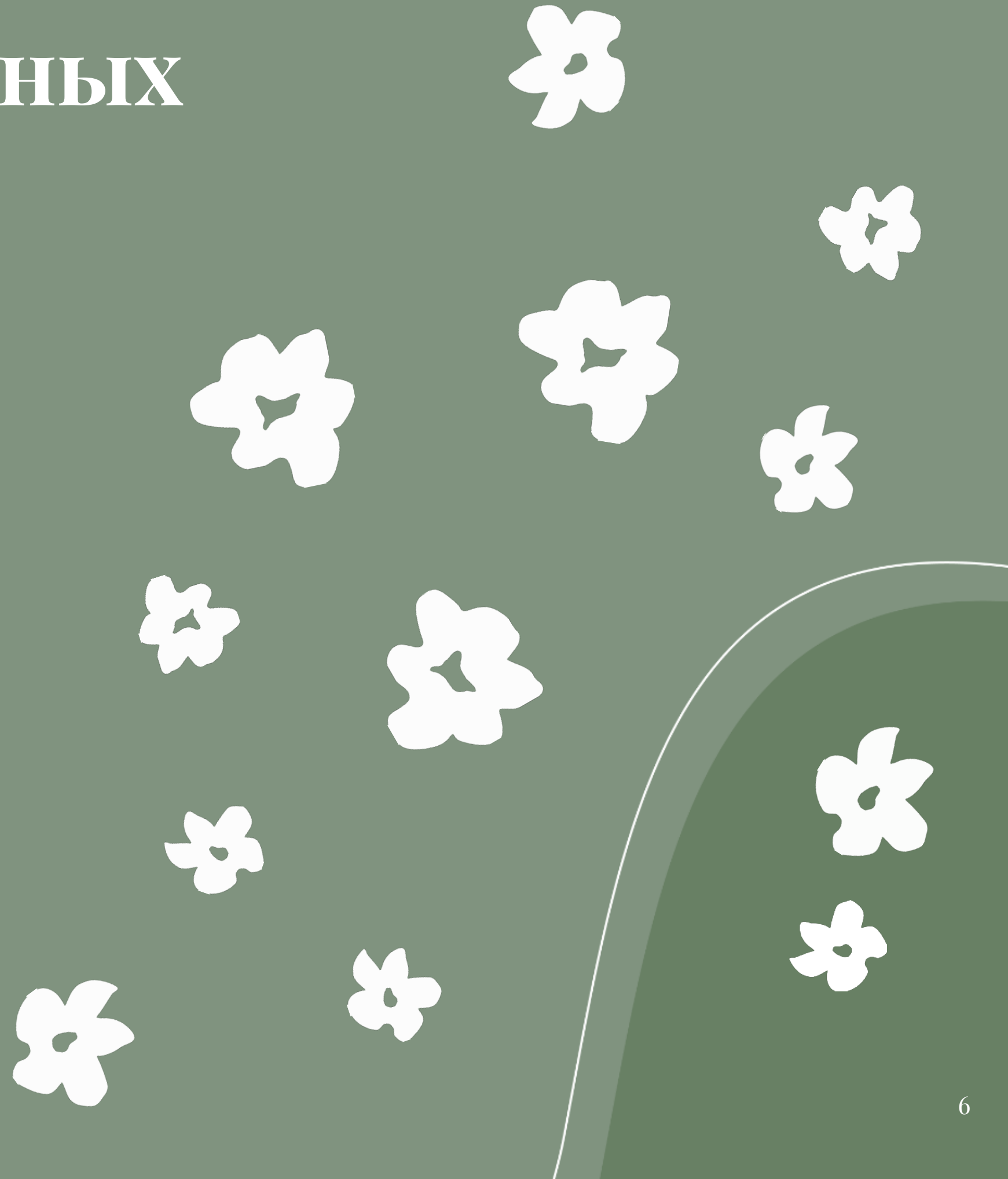
Радиусы, проведённые в точки касания, имеют одинаковую длину, потому что принадлежат одной окружности. Это даёт равные элементы в обоих треугольниках.

3. Есть прямые углы

Радиус в точку касания перпендикулярен касательной, поэтому в каждом треугольнике появляется прямой угол. Это важный признак для дальнейшего сравнения.

4. Делаем вывод

Когда совпадают нужные стороны и углы, треугольники оказываются равными. Отсюда следует, что и отрезки касательных из одной внешней точки равны.

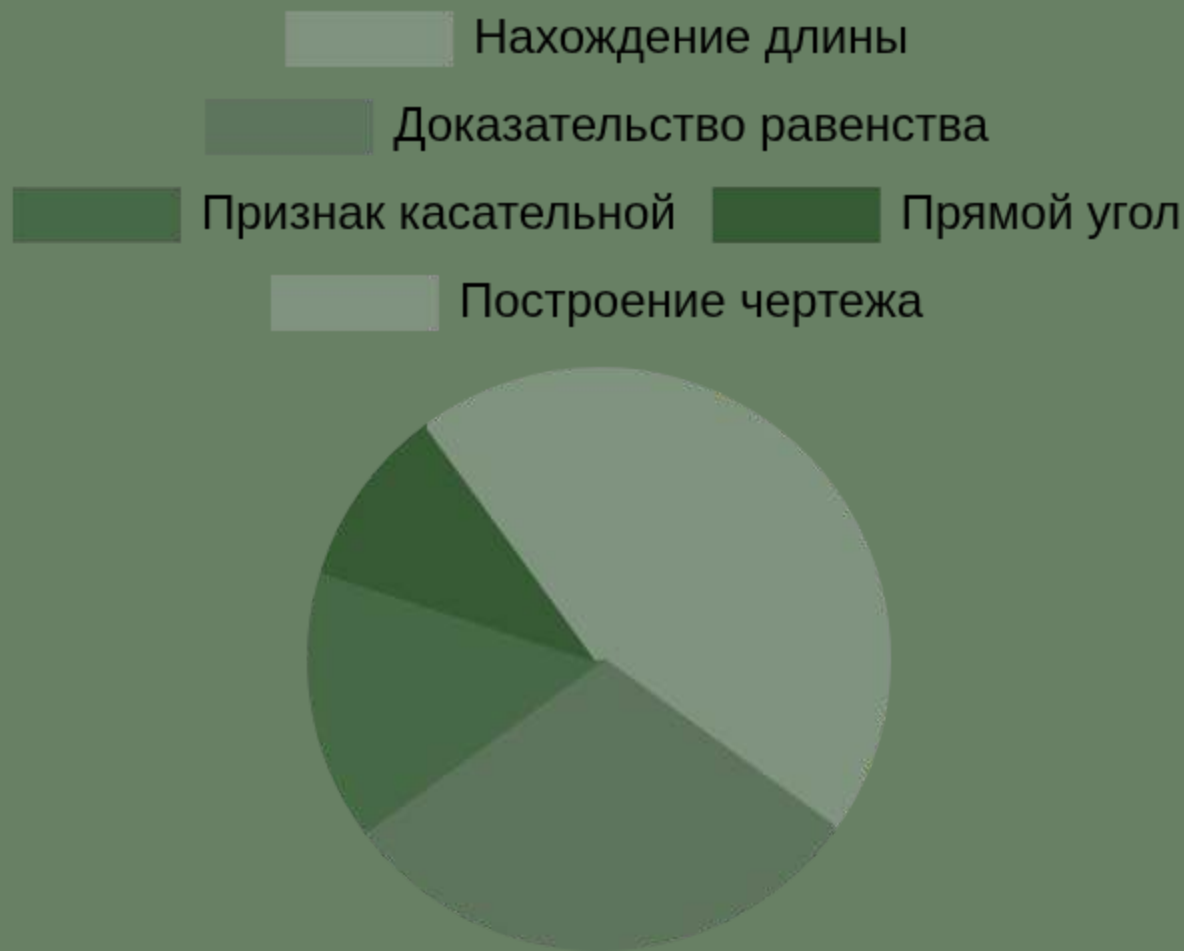


Как распознать задачу на касательные

Типичный путь решения по рисунку с окружностью и внешней точкой



Какие действия чаще всего встречаются в задачах

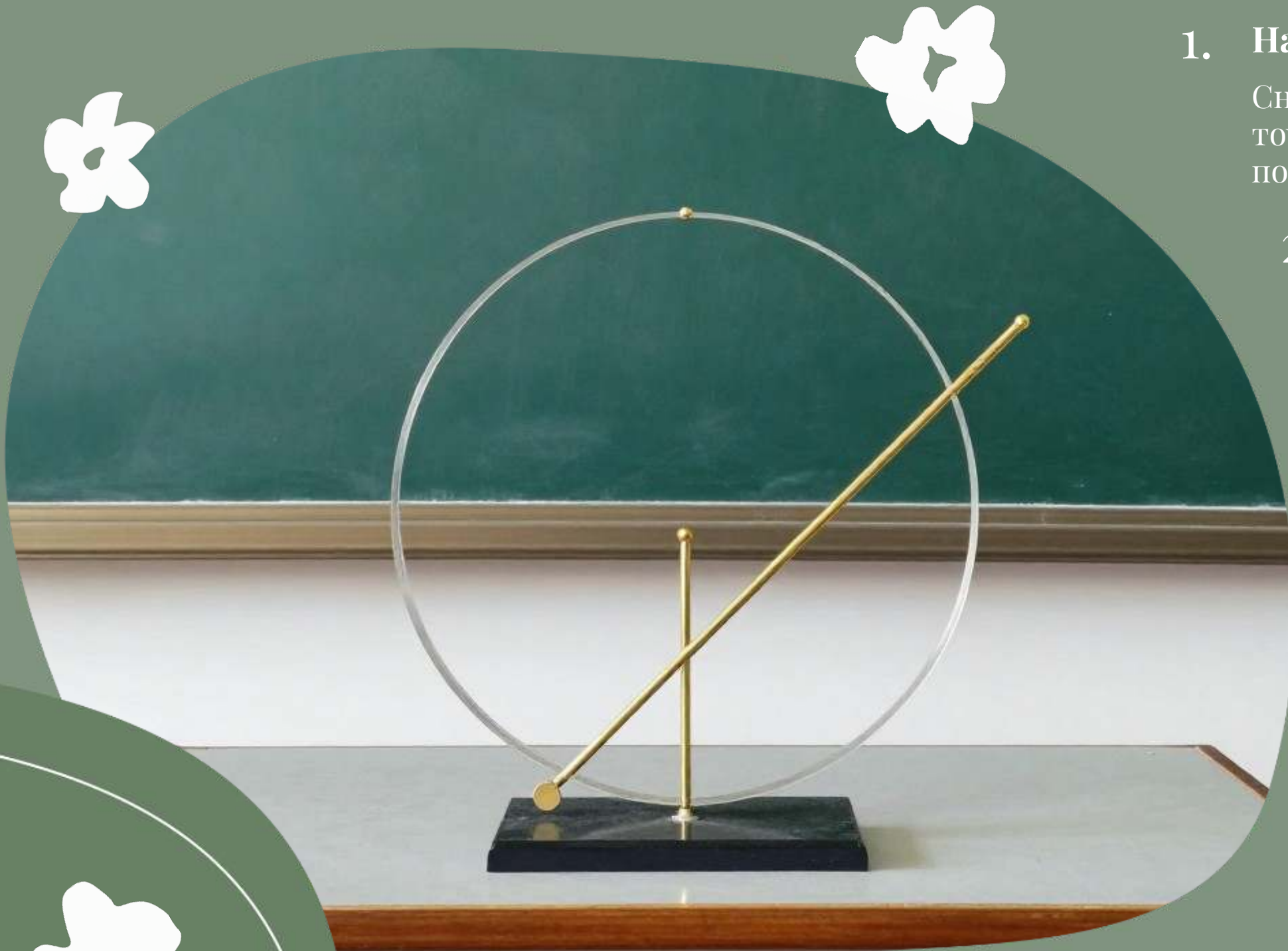


Сводная структура типовых заданий по теме «Отрезки касательных»

Диаграмма отражает основные шаги, которые встречаются в школьных заданиях по теме касательных.

Чаще всего требуется находить длину и доказывать равенство отрезков, поэтому эти два умения особенно важны.

Как находят длину касательной



1. Найти данные

Сначала определяют, известны ли расстояние от внешней точки до центра окружности и радиус. Эти величины помогают построить нужный треугольник.

2. Выделить прямой угол

Радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной. Значит, в чертеже появляется прямоугольный треугольник, с которым удобно работать.

3. Применить Пифагора

Если известны гипотенуза и один катет, длину касательной находят по теореме Пифагора. Это самый частый вычислительный приём в таких задачах.

4. Проверить ответ

После вычисления полезно убедиться, что результат меньше расстояния до центра и согласуется с чертежом. Тогда решение выглядит логично и аккуратно.



Радиус и касательная образуют прямой угол

Главное свойство

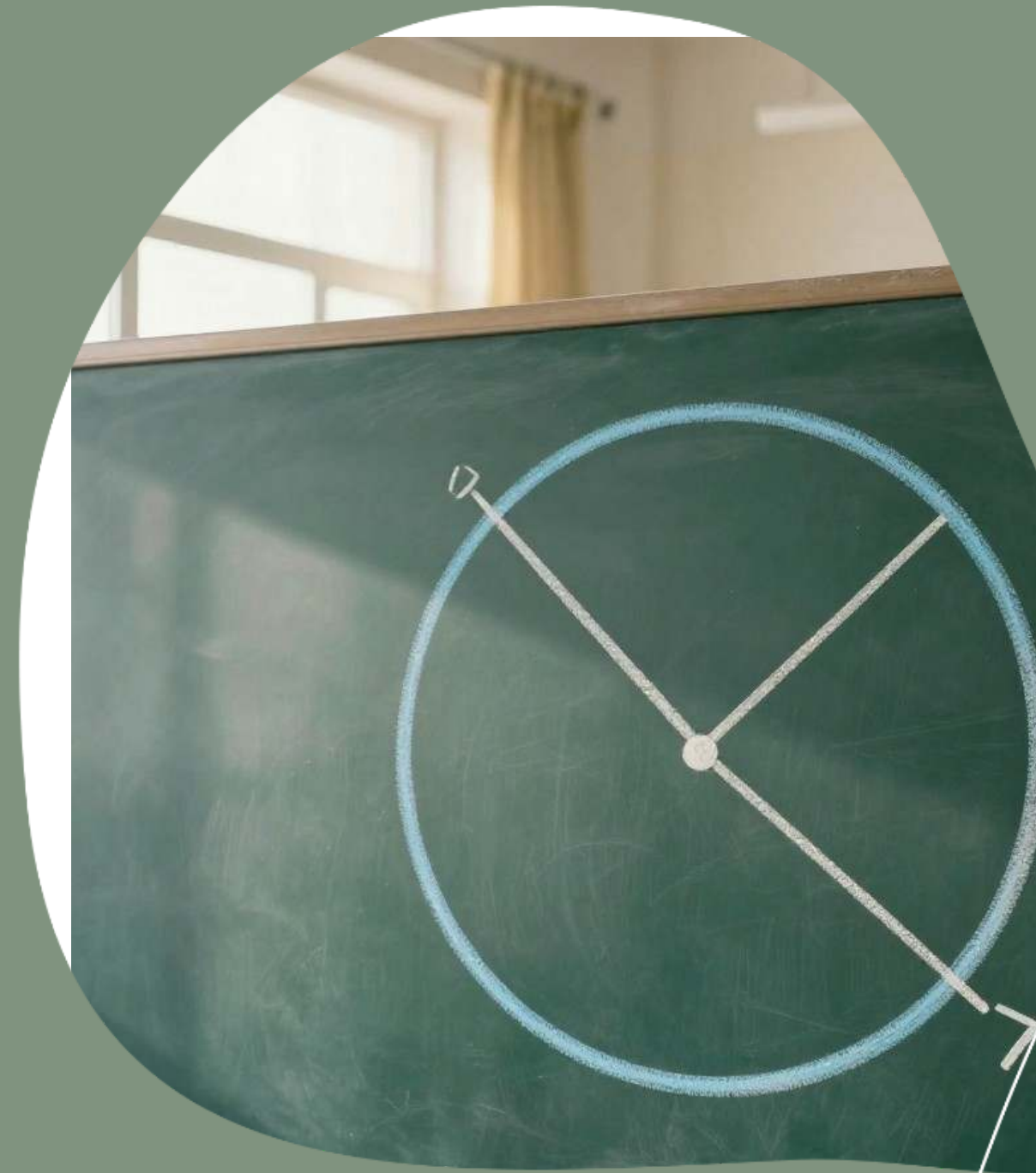
Радиус, проведённый в точку касания, всегда перпендикулярен касательной. Это одно из базовых свойств окружности, которое нужно помнить наизусть.

Что отмечают на чертеже

На рисунке обычно показывают центр окружности, радиус, точку касания и значок прямого угла. Такие отметки сразу подсказывают, где искать нужные связи.

Зачем это нужно

Именно благодаря перпендикулярности можно перейти к прямоугольному треугольнику и использовать теорему Пифагора. Без этого свойства задачи решать гораздо труднее.

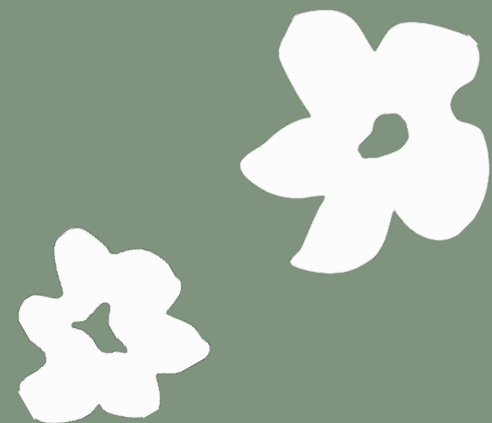


Касательная и секущая: различие

Сравнение двух прямых, связанных с окружностью, помогает не путать их в задачах и сразу выбирать нужное свойство.

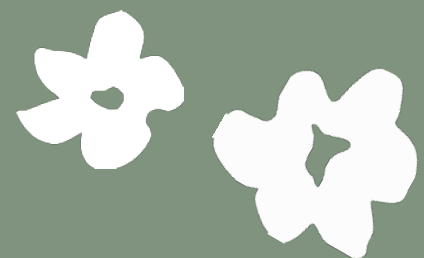
Касательная и секущая различаются по числу общих точек с окружностью; это позволяет быстро определить нужный способ решения задачи.

Признак	Касательная	Секущая
Число точек	1 точка	2 точки
Положение	Касается	Пересекает
Точка касания	Есть	Нет
В задачах	Равные отрезки	Пересечения



В прямоугольном треугольнике
с гипотенузой 13 см и катетом 5 см длина
касательной получается 12 см.

*Вычисление по теореме Пифагора на основе данных примера
из условия.*



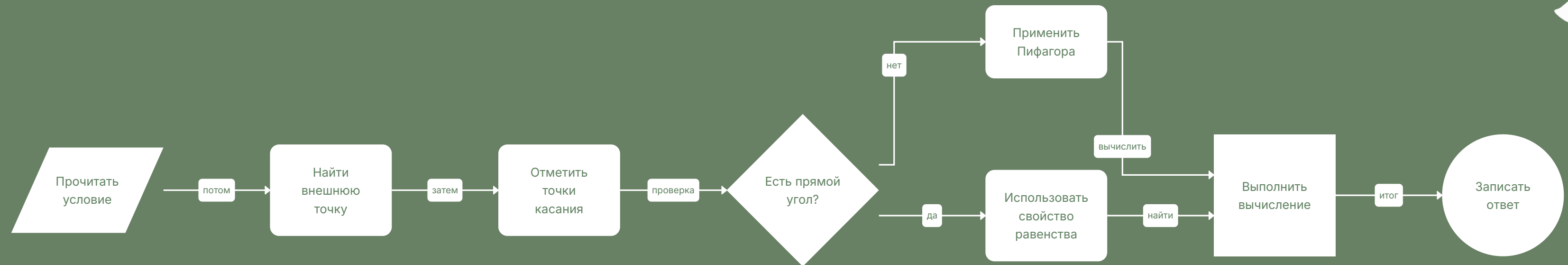
12

**см — длина
касательной
в примере
по теореме
Пифагора.**

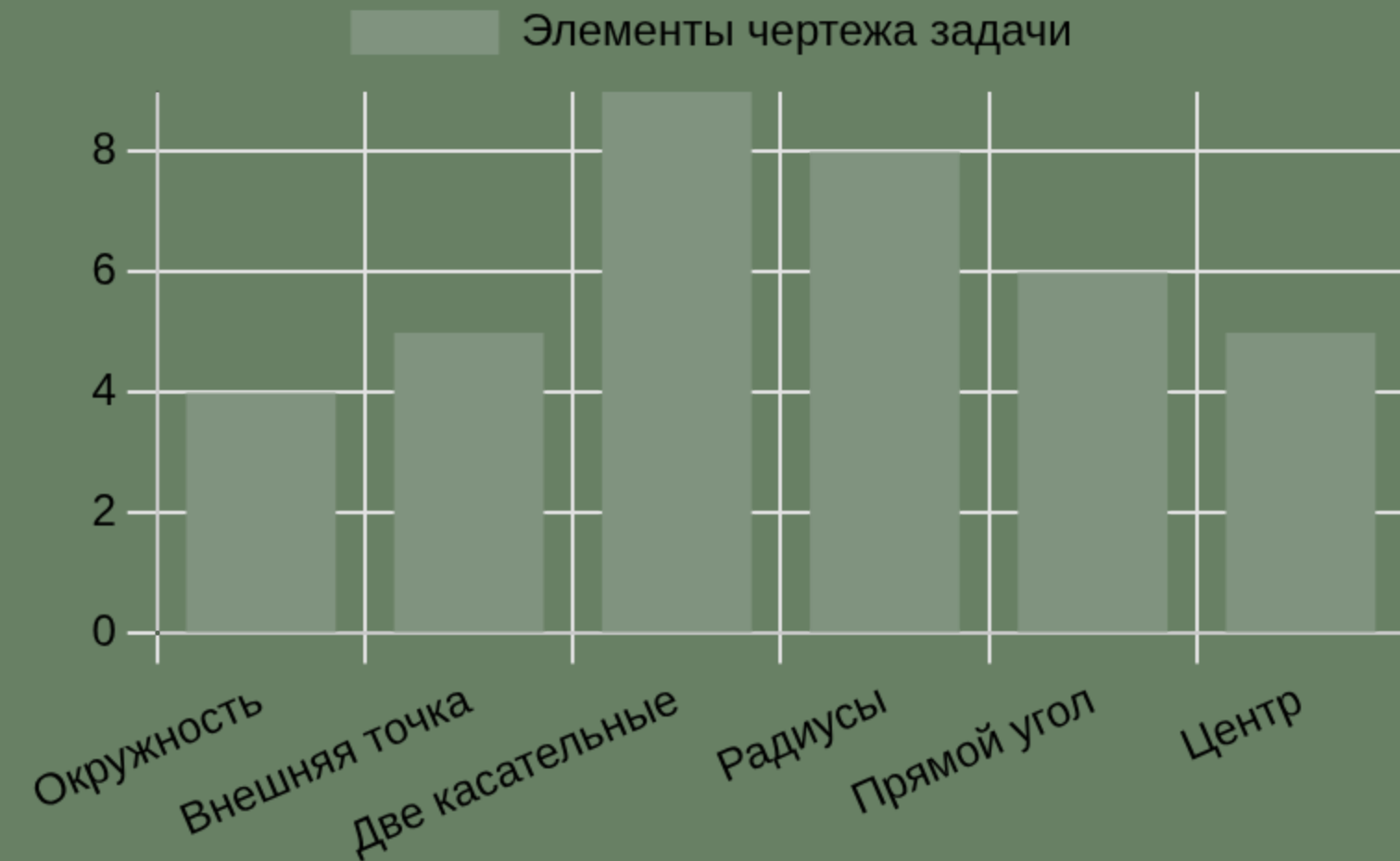


Как решать задачу на касательные

Последовательность действий для типовых школьных задач по теме.



Что обычно есть на чертеже к задаче



Обобщение типичных чертежей к задачам по теме «Отрезки касательных».

Без точных обозначений легко перепутать касательную с секущей или неверно выбрать нужный отрезок для вычисления.

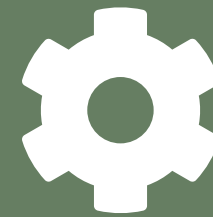
Наиболее значимы две касательные и радиусы: именно они задают равенство отрезков и прямоугольный треугольник.

Где используются касательные в жизни



Чертёж

В черчении касательная помогает аккуратно соединять дуги и прямые, когда нужен ровный переход без излома и лишних перегибов линии.



Механизмы

В моделях колёс и шестерёнок касательные нужны для точного соприкосновения деталей и понимания движения по окружности.



Дороги и дуги

При проектировании дорожных дуг касательная показывает, как задать плавный поворот, чтобы линия меняла направление постепенно.

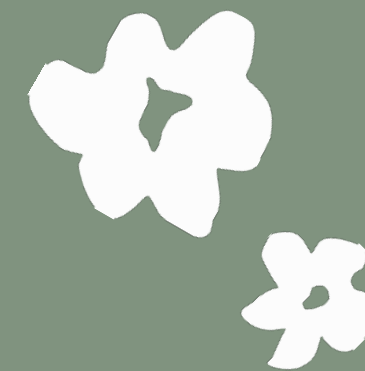


Архитектура

В архитектуре и технике касательные используют для точного сопряжения окружностей и прямых, когда важны и форма, и точность построения.



Типичные ошибки в теме



Путают касательную и секущую

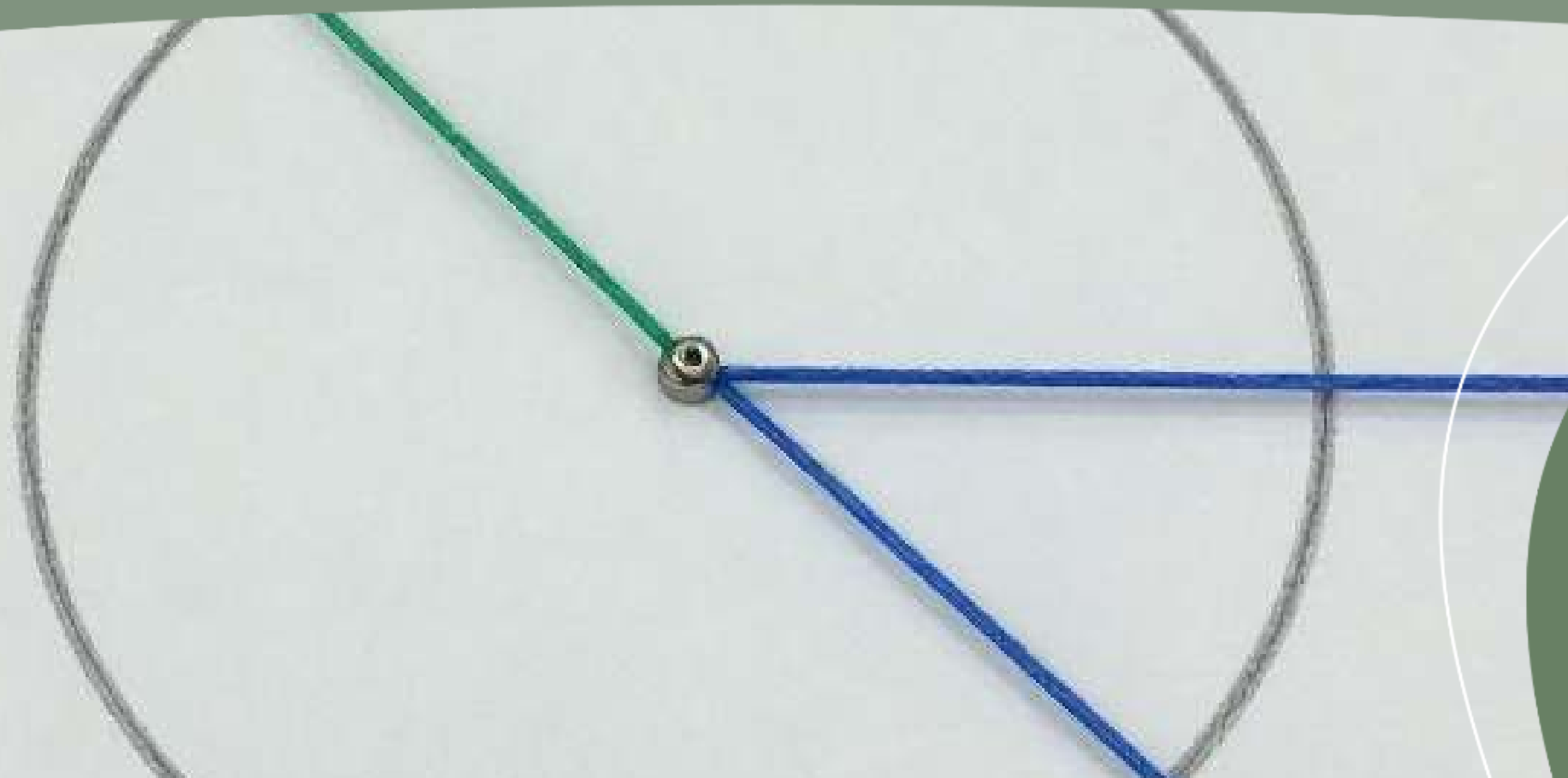
Касательная имеет только одну общую точку с окружностью, а секущая проходит через неё в двух точках. Эта ошибка мешает сразу выбрать верное свойство.

Неверно сравнивают отрезки

Равными считаются именно отрезки от одной внешней точки до точек касания. Нельзя сравнивать произвольные части прямых без привязки к общей внешней точке.

Забывают прямой угол

Если не отметить перпендикуляр между радиусом и касательной, трудно перейти к прямоугольному треугольнику и использовать теорему Пифагора.



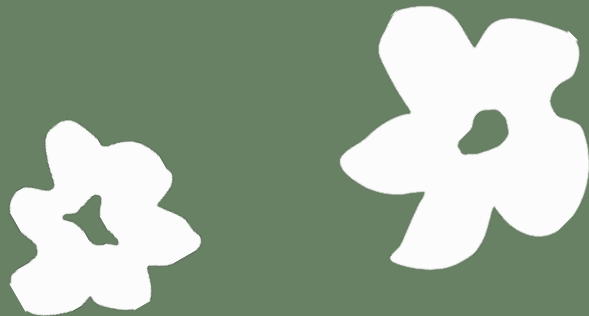
Что нужно знать для решения задач

Эти опорные факты помогают быстро распознать тип задачи и выбрать правильный способ решения без лишних действий.

Знание пяти базовых фактов достаточно для решения большинства стандартных задач на касательные в 7 классе.

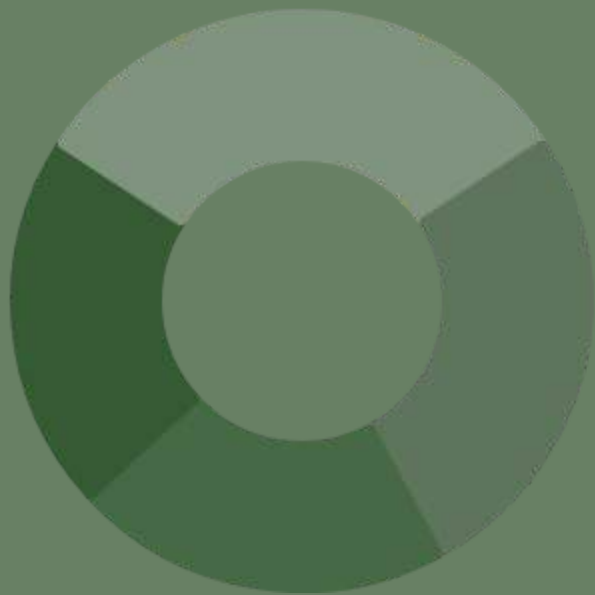
Понятие	Что помнить
Касательная	1 общая точка
Точка касания	Место касания
Две касательные	Равны
Радиус и касательная	Перпендикулярны
Длина касательной	Через Пифагора

Основные определения и свойства темы «Отрезки касательных» из курса геометрии 7 класса.



Связи между основными элементами темы

- Окружность и касательная
- Радиус и прямой угол
- Две касательные из точки
- Прямоугольный треугольник
- Равные отрезки



Логическая схема по теме «Отрезки касательных» на основе школьного курса геометрии.

Связи между элементами помогают не заучивать отдельные факты, а видеть, как одно свойство приводит к другому в задаче.

Самая важная связь — перпендикулярность радиуса и касательной: она связывает свойства окружности с вычислениями в треугольнике.

Короткий набор фактов для повторения

1. Одна точка

Касательная касается окружности ровно в одной точке. Если общих точек больше, это уже не касательная, а другая прямая.

2. Прямой угол

Радиус, проведённый в точку касания, всегда перпендикулярен касательной. Это свойство особенно важно для построения и решения задач.

3. Равные отрезки

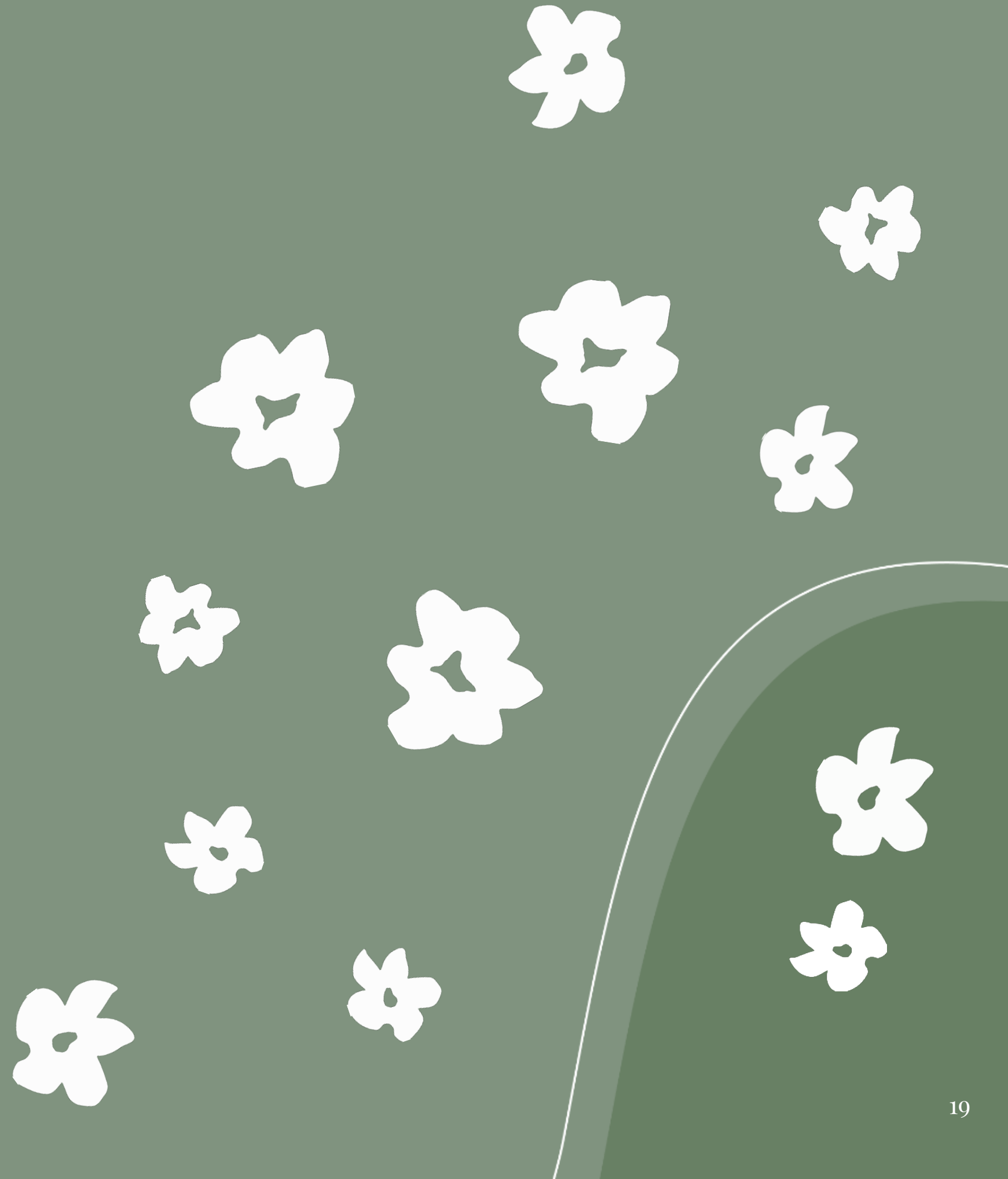
Если из одной внешней точки проведены две касательные, то их отрезки до точек касания равны. Это свойство часто используется сразу.

4. Пифагор

Когда известны радиус и расстояние до центра, длину касательной находят в прямоугольном треугольнике по теореме Пифагора.

5. Главный вывод

Эти четыре факта помогают быстро распознавать задачу и выбирать нужный способ решения без лишних построений и догадок.



Итог темы «Отрезки касательных»

Тема учит видеть связь между окружностью, радиусом и касательной, а затем использовать её для доказательств и вычислений. Эти знания делают геометрию понятнее и точнее.