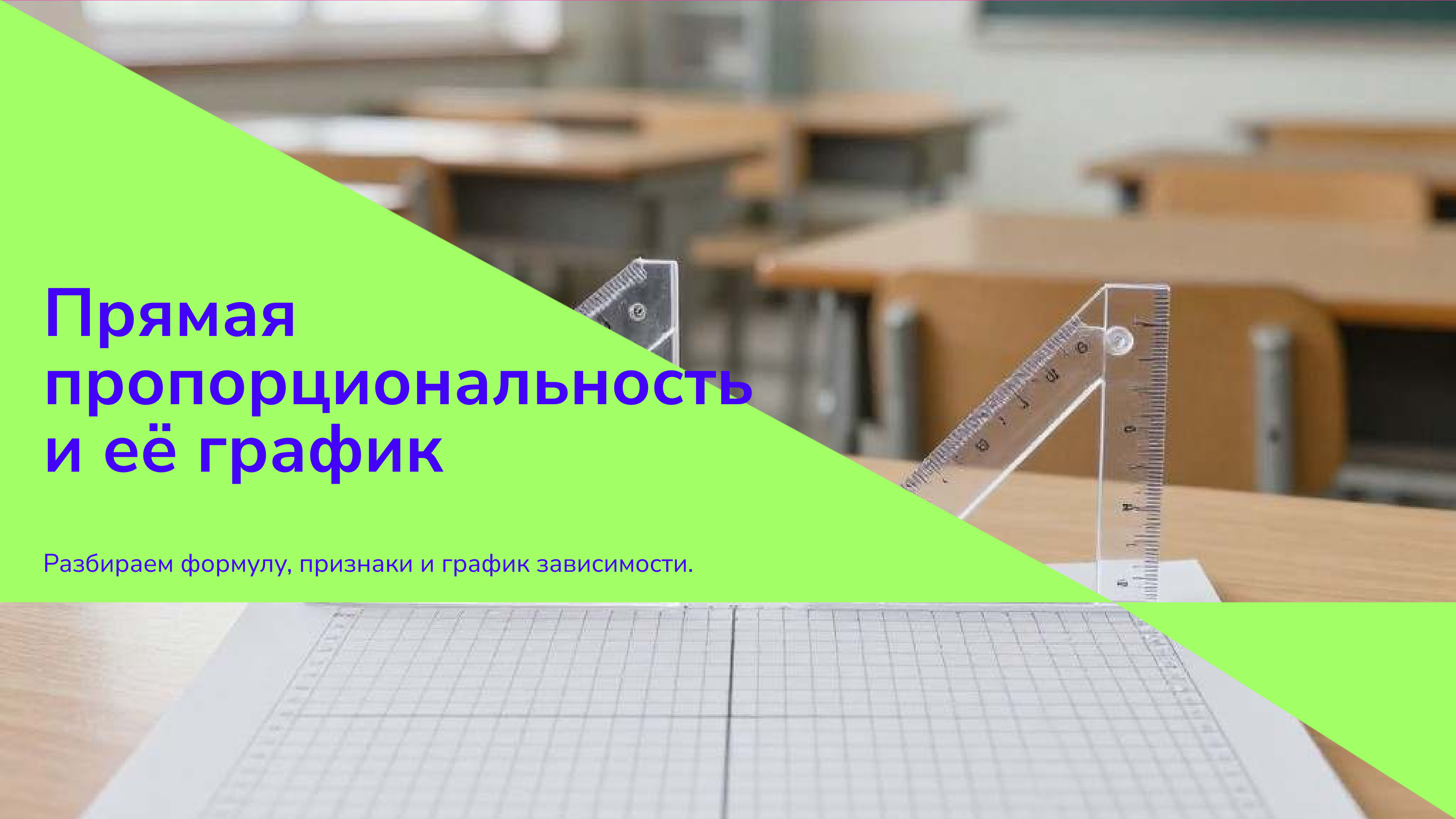


# Прямая пропорциональность и её график

Разбираем формулу, признаки и график зависимости.



# Где встречается зависимость

Прямая пропорциональность помогает считать стоимость покупок, путь при постоянной скорости, массу одинаковых предметов и расход материалов. На уроке увидим, как формула, таблица и график описывают одну и ту же связь.



# Определение прямой пропорциональности

01

## Одинаковое изменение

Две величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении одной в несколько раз другая меняется во столько же раз. Это удобный способ описывать сравнимые величины.

02

## Формула связи

Такую зависимость записывают формулой  $y = kx$ . Число  $k$  показывает, сколько единиц  $y$  приходится на одну единицу  $x$ , поэтому его называют коэффициентом пропорциональности.

03

## Начало координат

Если  $x = 0$ , то  $y$  тоже равно 0. Поэтому график прямой пропорциональности обязательно проходит через точку  $(0; 0)$  и не смещается вверх или вниз.

04

## Значение коэффициента

Коэффициент  $k$  может быть положительным или отрицательным, но не равным нулю. Именно он задаёт направление изменения  $y$ : вместе с ростом  $x$  или в противоположную сторону.

# Коэффициент пропорциональности $k$

➤ **Что показывает  $k$**

Коэффициент  $k$  показывает, насколько быстро меняется  $y$  при изменении  $x$ . Чем больше его модуль, тем заметнее изменение результата для одного и того же шага по  $x$ .

➤ **Положительное значение**

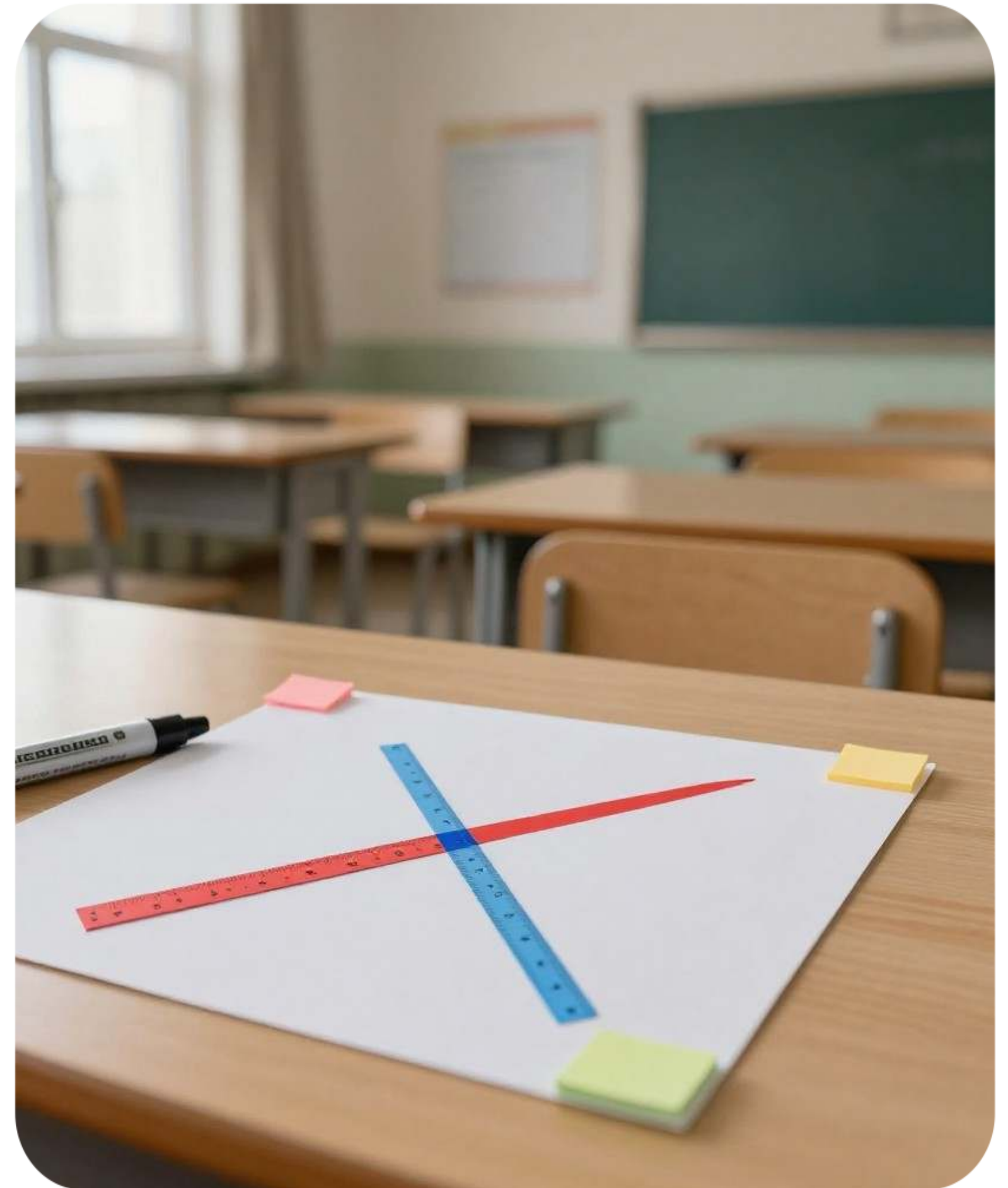
При  $k > 0$  обе величины увеличиваются вместе. На графике прямая идёт вверх вправо, поэтому такие зависимости удобно использовать в задачах о цене, расстоянии и количестве.

➤ **Отрицательное значение**

При  $k < 0$  значение  $y$  уменьшается, когда  $x$  растёт. На графике линия идёт вниз вправо, но всё равно остаётся прямой и проходит через начало координат.

➤ **Сравнение наклона**

Формулы  $y = 3x$ ,  $y = x$ ,  $y = 0,5x$  и  $y = -2x$  показывают разные наклоны. По ним легко увидеть, что модуль  $k$  влияет на крутизну прямой.



# Сравнение значений для разных коэффициентов

Таблица показывает, как меняется  $y$  при разных коэффициентах и одинаковых значениях  $x$ .

При одинаковом  $x$  большее значение коэффициента даёт более быстрое увеличение  $y$ .

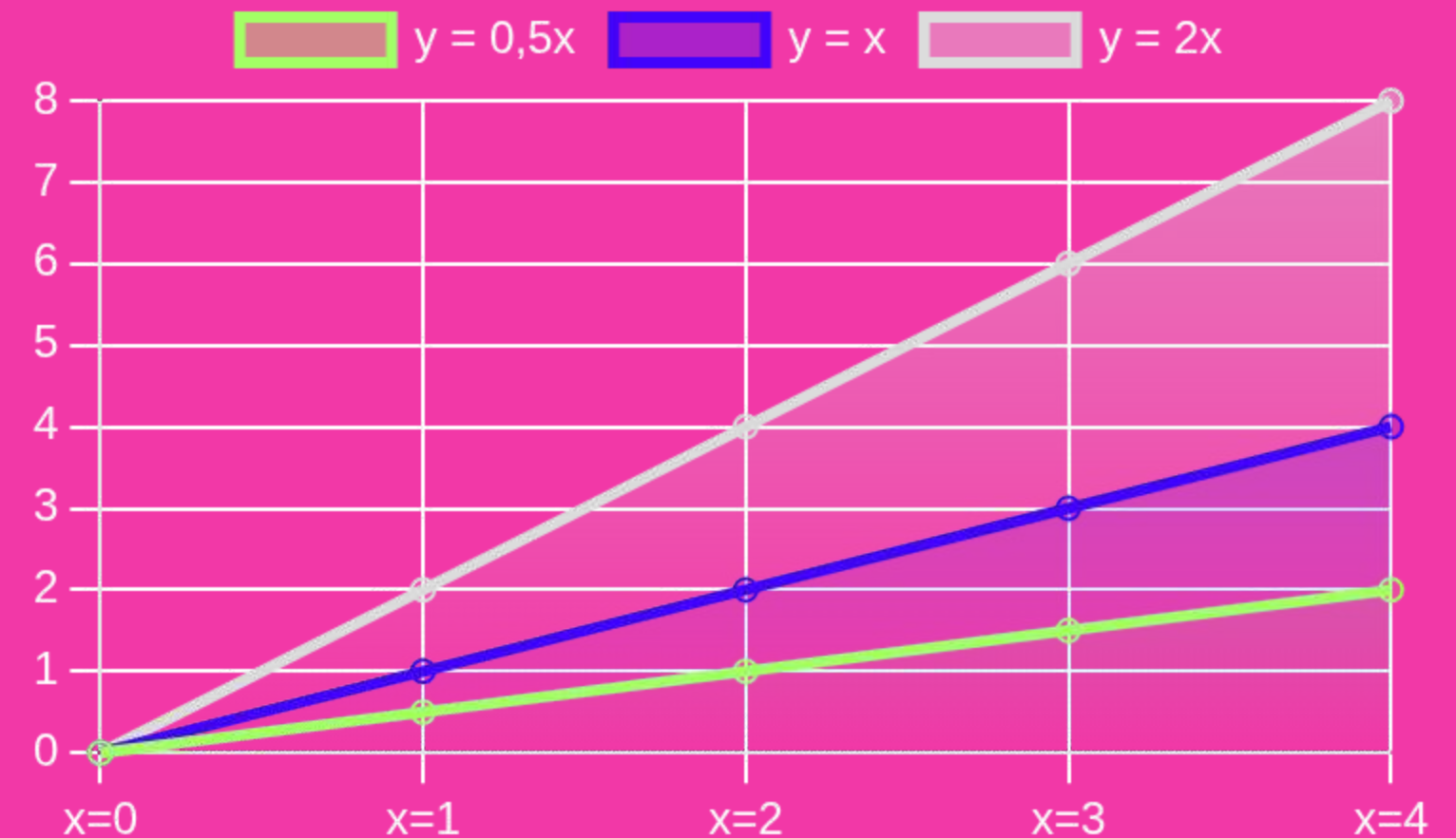
Типовые задания по теме прямой пропорциональности

| $x$ | $y=2x$ | $y=x$ | $y=0,5x$ |
|-----|--------|-------|----------|
| 1   | 2      | 1     | 0,5      |
| 2   | 4      | 2     | 1        |
| 4   | 8      | 4     | 2        |

# Как коэффициент $k$ влияет на график

➤ На одной плоскости удобно сравнивать три прямые с одинаковым набором значений  $x$  и разными коэффициентами.

➤ Чем больше  $k$ , тем выше расположена прямая при положительных  $x$  и тем быстрее растёт  $y$ .



Учебные зависимости  $y = 0,5x$ ,  $y = x$ ,  $y = 2x$

# Признаки прямой пропорциональности в записи

01

## Правильная формула

Запись прямой пропорциональности имеет вид  $y = kx$ . В ней нет свободного числа, которое прибавляется к  $x$ , поэтому зависимость остаётся простой и постоянной.

02

## Что не подходит

Формулы  $y = kx + b$  и  $y = k/x$  не задают прямую пропорциональность. В первой есть свободный член, а во второй связь меняется неравномерно.

03

## Признак на графике

График такой зависимости — прямая линия, проходящая через начало координат. Если линия не проходит через точку  $(0; 0)$ , это уже другой вид зависимости.

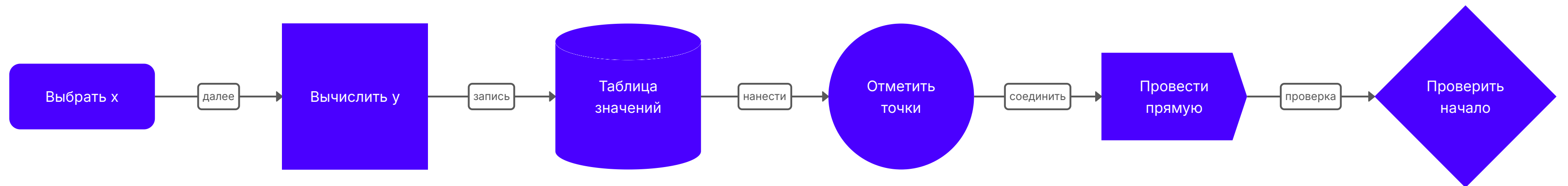
04

## Проверка по таблице

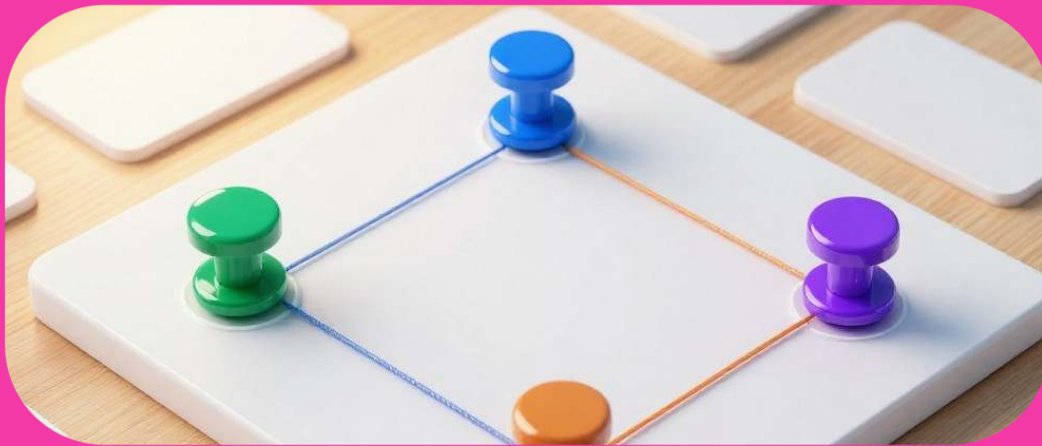
В таблице значений отношение  $y/x$  должно оставаться одинаковым для всех пар. Если оно меняется, значит, формула не соответствует прямой пропорциональности.

# Как строить график $y = kx$

Последовательность действий для построения по формуле и таблице значений



# Точки графика и таблица значений



## Таблица помогает не ошибиться

Если для формулы  $y = 2x$  взять  $x = 1, 2, 3, 4$ , то сразу получаются точки  $(1; 2), (2; 4), (3; 6), (4; 8)$ .  
Таблица экономит время и показывает, какие координаты нужно отметить на плоскости.



## Точки выстраиваются в линию

Когда точки нанесены аккуратно, они ложатся на одну прямую. Это удобно: можно увидеть направление графика и понять, правильно ли вычислены значения по формуле.



## Чем больше точек, тем надёжнее

Несколько точек дают более точную картину, чем одна или две. По ним легче проверить, проходит ли линия через начало координат, и заметить возможную ошибку в вычислениях.

# Как проверить зависимость на пропорциональность

01

## Найти пары значений

Возьмите несколько соответствующих значений  $x$  и  $y$  из таблицы или условия задачи. Удобно выбирать такие числа, с которыми легко делить  $y$  на  $x$  без лишних вычислений.

02

## Сравнить отношения

Вычислите отношение  $y/x$  для каждой пары. Если все полученные значения одинаковы, зависимость является прямой пропорциональностью и её можно записать в виде  $y = kx$ .

03

## Сделать вывод

Если хотя бы одно отношение отличается, формула не задаёт прямую пропорциональность. Такой способ проверки помогает быстро оценить ответ и не перепутать вид зависимости.

# Постоянство отношения $y/x$

| $x$ | $y$ | $y/x$ |
|-----|-----|-------|
| 1   | 4   | 4     |
| 2   | 8   | 4     |
| 5   | 20  | 4     |



Таблица показывает, что отношение  $y/x$  остаётся одинаковым для всех пар значений. Это позволяет сразу распознать прямую пропорциональность и записать зависимость в виде  $y = 4x$ .



Поскольку  $y/x = 4$  для всех строк, зависимость задаётся формулой  $y = 4x$ .

Типовой пример для 7 класса

# График прямой пропорциональности на координатной плоскости



## 1. Выбор точек

Для построения берут несколько значений  $x$  и вычисляют соответствующие значения  $y$  по формуле. Обычно достаточно двух точек, чтобы задать прямую, но третья помогает проверить точность.



## 2. Построение линии

Нанесённые точки соединяют прямой линией. У графика прямой пропорциональности нет изгибов, и он обязательно проходит через начало координат, потому что при  $x = 0$  получается  $y = 0$ .



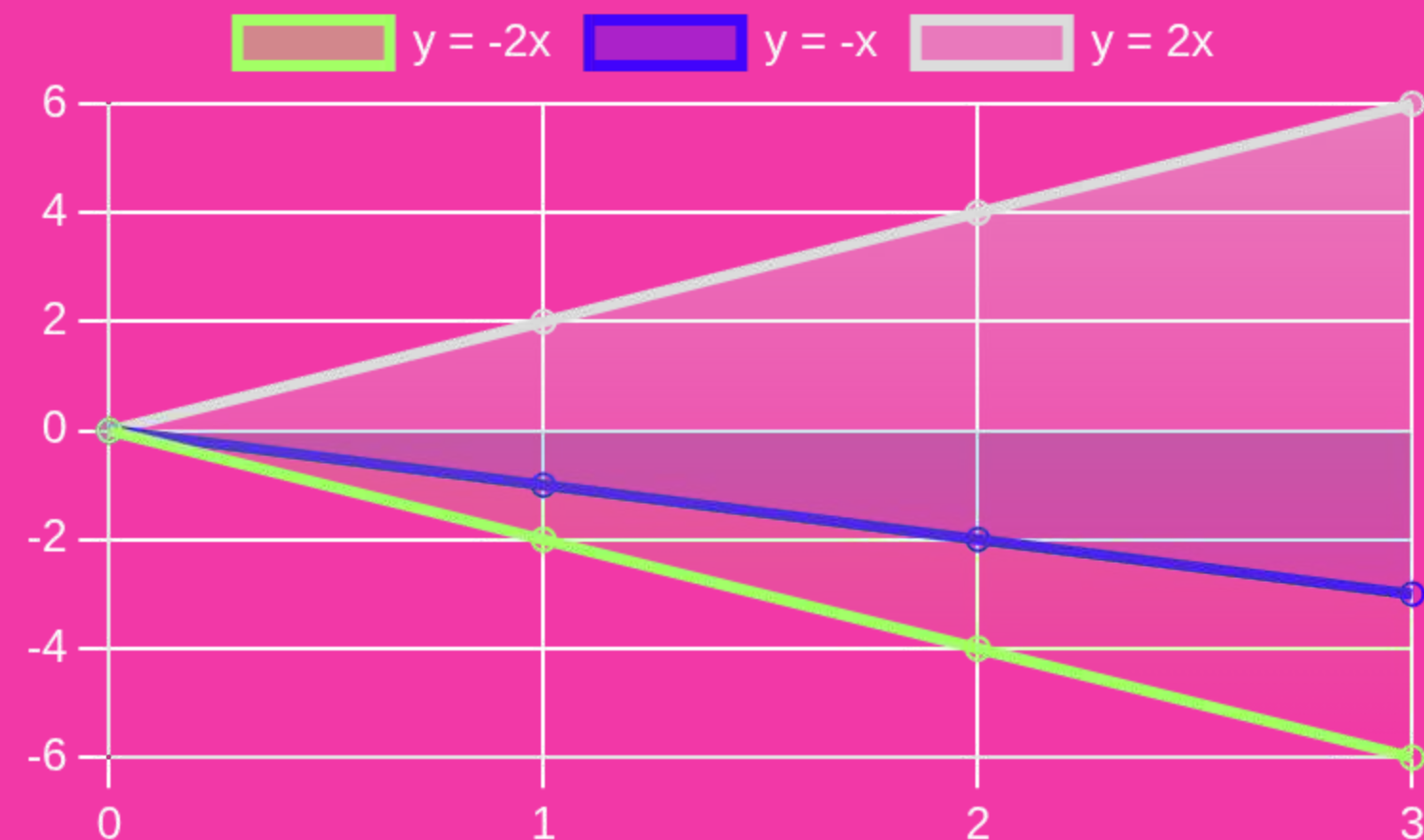
## 3. Проверка результата

После построения полезно убедиться, что все точки лежат на одной прямой и не нарушают правило начала координат. Если линия не проходит через  $(0; 0)$ , ошибка допущена в вычислениях или отметке точек.

# Положительный и отрицательный коэффициент $k$

➤ Сравнение трёх прямых показывает не только направление, но и разную крутизну наклона. По графику легко увидеть, как знак и модуль коэффициента меняют вид зависимости.

➤ Положительный  $k$  ведёт график вверх вправо, отрицательный — вниз вправо; больший  $|k|$  делает прямую круче.



Типовые задания по теме прямой пропорциональности



# Примеры из жизни: цена, путь, количество



## Цена товаров

Если одна тетрадь стоит 20 рублей, то стоимость покупки растёт вместе с количеством тетрадей. Такая ситуация описывается формулой  $y = 20x$ , где  $x$  — число тетрадей.



## Путь при движении

При постоянной скорости пройденное расстояние зависит только от времени. Если скорость равна 5 км/ч, то за  $t$  часов путь составит  $5t$  километров.



## Одинаковые предметы

Масса, число деталей или расход материала часто увеличиваются пропорционально количеству одинаковых предметов. Это удобно считать по одной и той же схеме: умножить на коэффициент.

# Типичные ошибки при работе с графиком

В таблице собраны самые частые ошибки при построении и чтении графика прямой пропорциональности. Каждую из них можно заметить, если сверять формулу, таблицу и рисунок.

Проверка по формуле, таблице и виду графика помогает быстро найти и исправить ошибку.

Типовые учебные ошибки по теме

| Ошибка                 | Как заметить            |
|------------------------|-------------------------|
| График не через (0; 0) | Не совпадает с $y = kx$ |
| Перепутаны оси         | Точки стоят неверно     |
| Неверный масштаб       | График искажён          |
| Лишнее число в формуле | Это не $y = kx$         |
| Перепутаны координаты  | Точки не на месте       |

# Связь с линейной функцией



## Частный случай

Прямая пропорциональность — это особый вид линейной функции. В её записи отсутствует свободный член, поэтому формула имеет вид  $y = kx$ , а не более общий вид.



## Одна форма графика

График такой функции всегда прямой. Однако не каждая прямая подходит: для прямой пропорциональности она должна проходить через начало координат и соответствовать формуле без добавления числа.



## Что важно в 7 классе

На уроках полезно уметь быстро отличать запись  $y = kx$  от  $y = kx + b$ . Это помогает не путать разные виды зависимостей при решении задач и построении графиков.

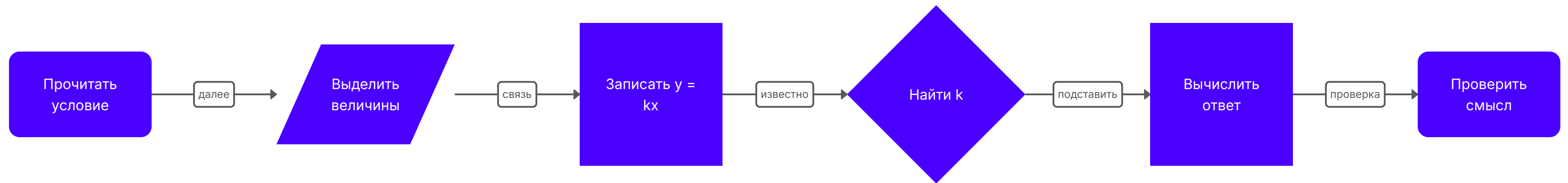


## Главное различие

Линейная функция может иметь любой свободный член  $b$ , а в прямой пропорциональности  $b = 0$ . Именно это отличает простую модель от более общей.

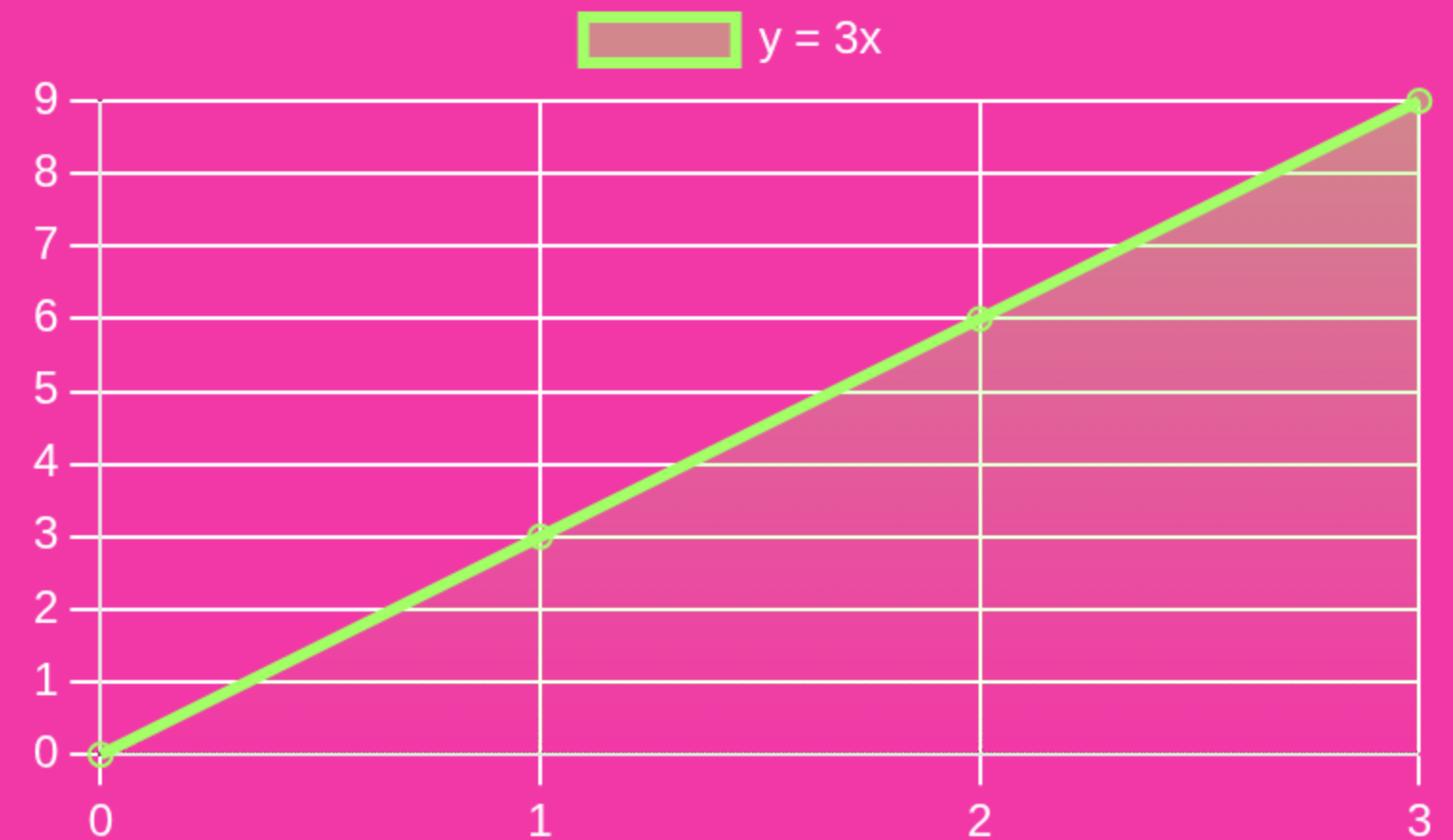
# Алгоритм решения задач на прямую пропорциональность

Последовательность действий для задач на цену, скорость, массу и расход



# Как таблица значений превращается в график

- По одной и той же таблице можно найти точки, нанести их на плоскость и получить прямую линию. Это удобный способ увидеть правило зависимости без лишних вычислений.
- Если точки из таблицы лежат на одной прямой и проходят через начало координат, зависимость задаётся формулой  $y = 3x$ .



Типовой пример для 7 класса

# Что нужно запомнить о прямой пропорциональности

01

## Формула

Запись прямой пропорциональности имеет вид  $y = kx$ . В ней нет свободного члена, поэтому значение  $y$  меняется только вместе с изменением  $x$ .

02

## Постоянное отношение

Для любых соответствующих значений величин отношение  $y/x$  остаётся одинаковым. Это самый быстрый способ проверить, является ли зависимость прямой пропорциональностью.

03

## График

График такой зависимости — прямая, проходящая через начало координат. Если линия не проходит через точку  $(0; 0)$ , перед вами другая зависимость.

04

## Применение

Прямая пропорциональность часто встречается в задачах о цене, расстоянии, количестве одинаковых предметов и расходе материалов. Умение узнавать её экономит время и уменьшает число ошибок.

# Прямая пропорциональность: увидеть, проверить, построить

Прямая пропорциональность легко узнаётся по формуле, таблице и графику. Если помнить про коэффициент  $k$  и точку  $(0; 0)$ , можно уверенно решать задачи и проверять ответы.