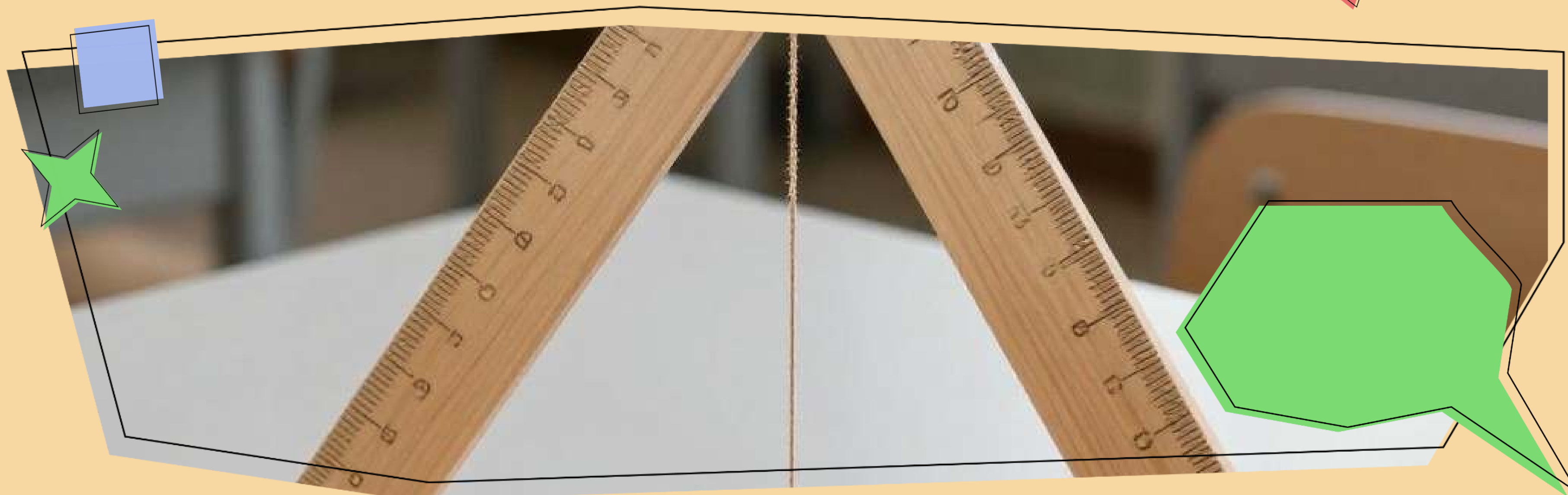
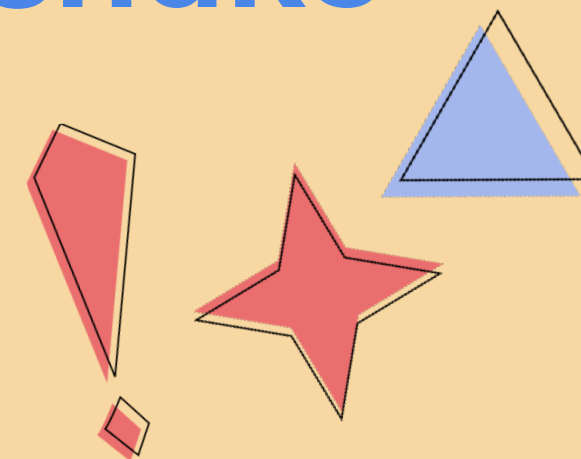


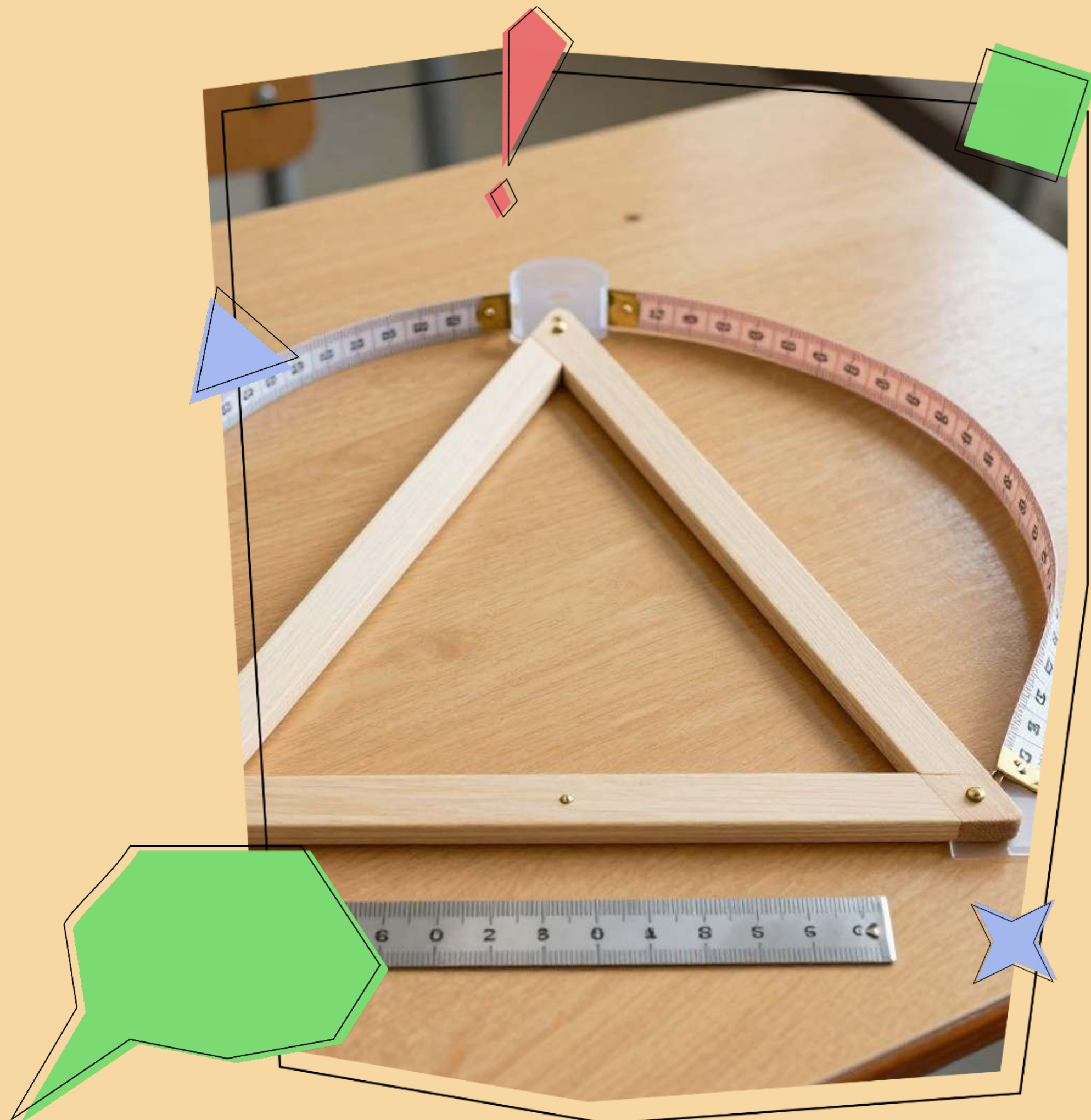
Метрические соотношения в треугольнике

Как связаны стороны, высоты и проекции
в одной фигуре?



Почему эти формулы полезны

Метрические соотношения позволяют находить неизвестные длины без прямого измерения. Они помогают в геометрических задачах, на чертежах и в практических расчётах, где важно точно связать части одного треугольника.



Прямоугольный треугольник как основа темы

1. Главная фигура

Большинство формул темы рассматривают именно прямоугольный треугольник. Прямой угол задаёт удобную основу для вычислений и делает возможным применение теоремы Пифагора и связанных с ней отношений.

2. Что в нём важно

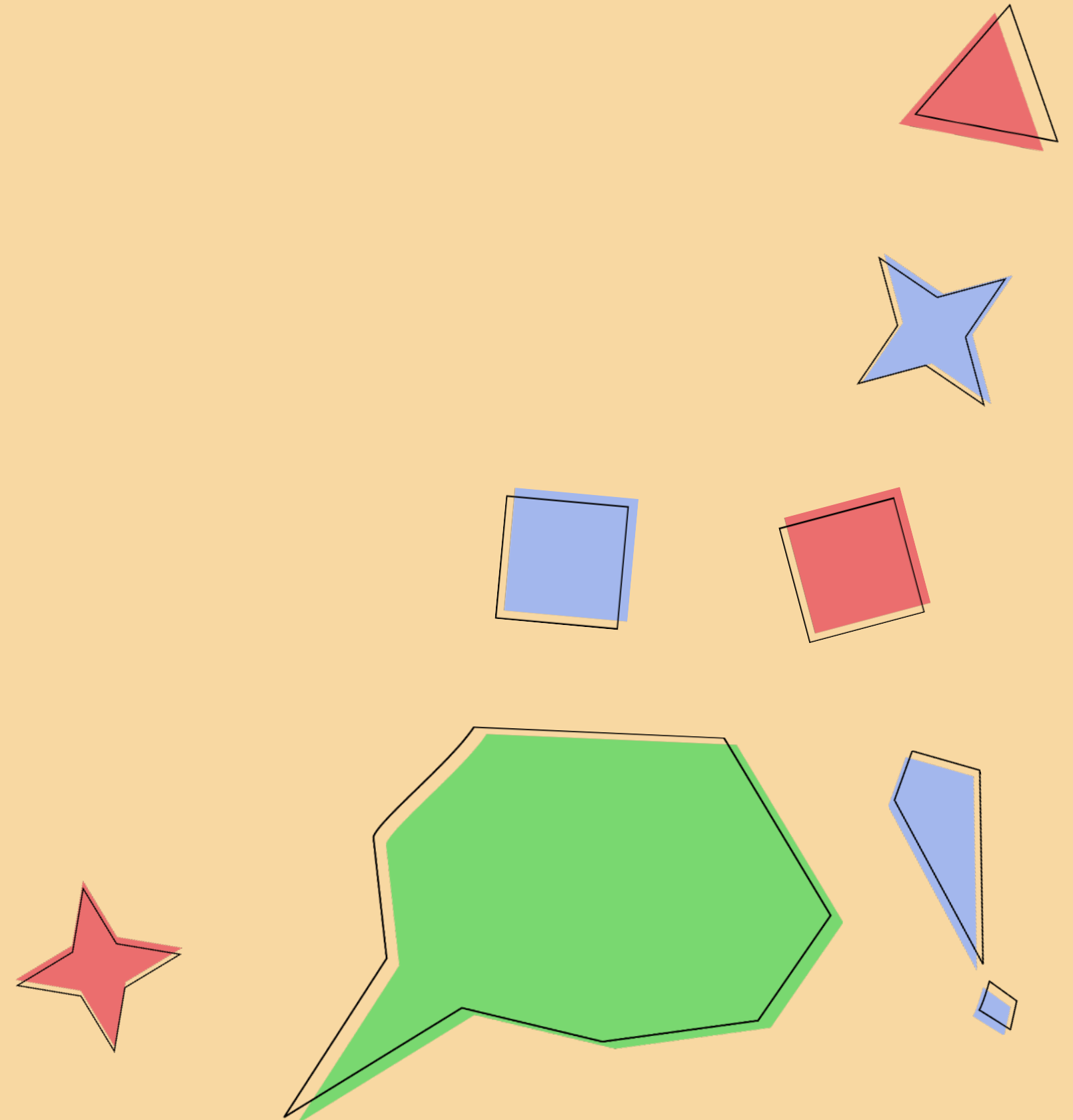
В такой фигуре выделяют гипотенузу, два катета, высоту к гипотенузе и отрезки, на которые она делит гипотенузу. Эти элементы участвуют во всех основных соотношениях.

3. Почему это работает

Наличие прямого угла позволяет разбивать треугольник на более простые части. После проведения высоты появляются новые прямоугольные треугольники, которые удобно сравнивать и использовать в вычислениях.

4. Что можно найти

Зная лишь часть данных на рисунке, можно вычислять неизвестные стороны, высоту или проекции. Именно поэтому прямоугольный треугольник часто становится отправной точкой для решения задач.



Обозначения элементов прямоугольного треугольника

Гипотенуза и катеты

Гипотенузу обозначают буквой c , а катеты — a и b . Такое обозначение помогает сразу видеть, какая сторона лежит напротив прямого угла и какие отрезки сравниваются в формулах.

Высота

Высоту, опущенную из вершины прямого угла, обычно обозначают h . Она перпендикулярна гипотенузе и делит её на два отрезка, которые становятся частью дальнейших вычислений.

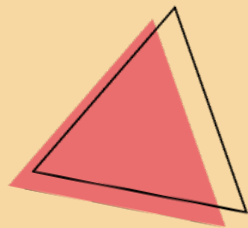
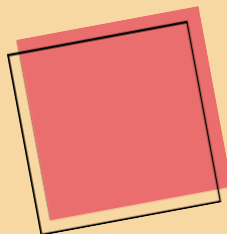
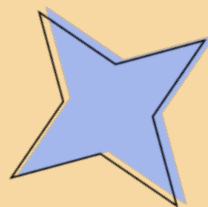
Проекции

Отрезки p и q называют проекциями катетов на гипотенузу. Они показывают, какая часть гипотенузы «принадлежит» каждому катету и позволяют записывать точные соотношения.

Связь с рисунком

Все обозначения нужны, чтобы формулы легко читались по чертежу. Если подписи сделаны верно, можно без лишних действий определить, какие элементы даны и что требуется найти.

Проверка теоремы Пифагора на числовых примерах

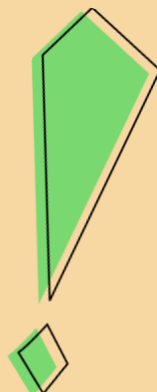
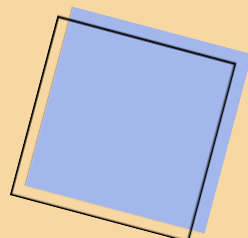
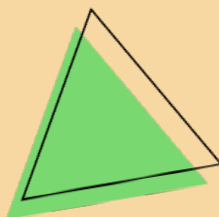


Треугольник	Проверка
3–4–5	$9+16=25$
5–12–13	$25+144=169$
6–8–10	$36+64=100$

В таблице показано, как проверяется равенство $a^2+b^2=c^2$ на знакомых тройках чисел.

Во всех трёх случаях сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы, значит треугольник прямоугольный.

Школьные примеры прямоугольных треугольников



Теорема о катете

1.

Основная формула

Квадрат катета равен произведению гипотенузы на проекцию этого катета на гипотенузу: $a^2 = c \cdot p$, $b^2 = c \cdot q$. Формула связывает сторону с частью гипотенузы напрямую.

2.

Когда она удобна

Теорема особенно полезна, если на чертеже известны гипотенуза и один отрезок на ней, а сам катет нужно найти. Тогда вычисления становятся короче и понятнее.

3.

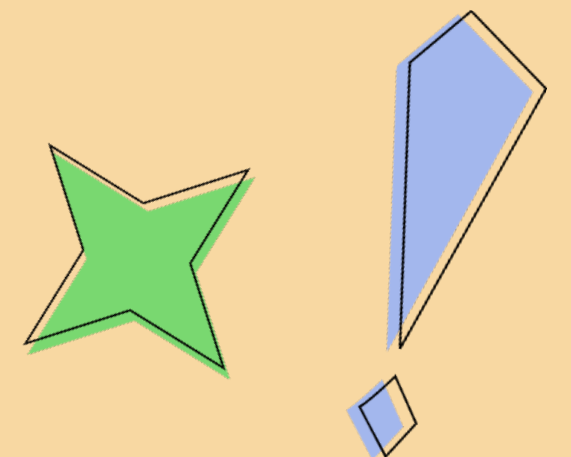
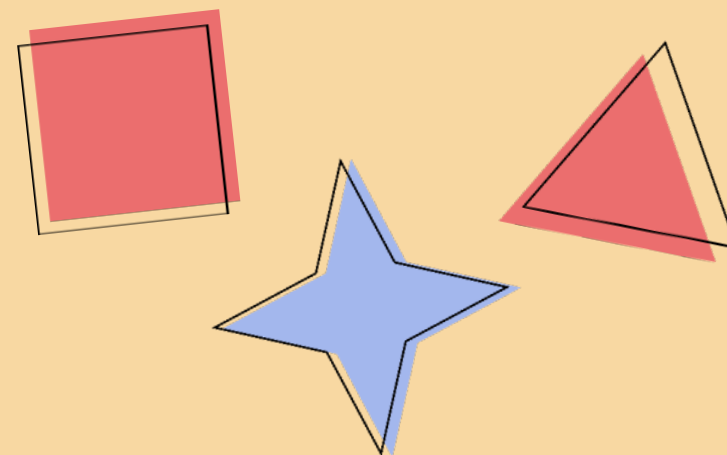
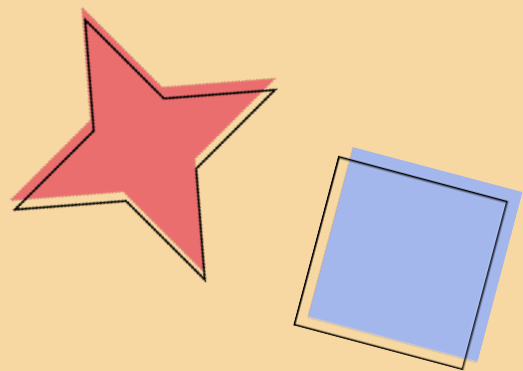
Как использовать

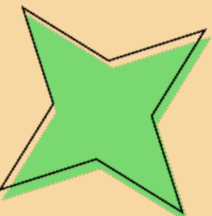
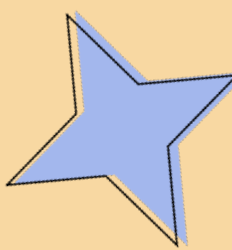
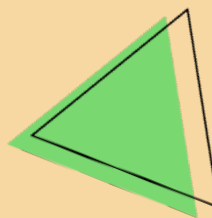
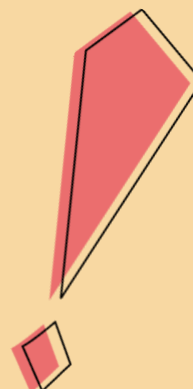
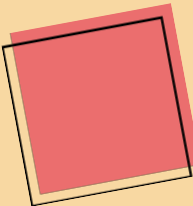
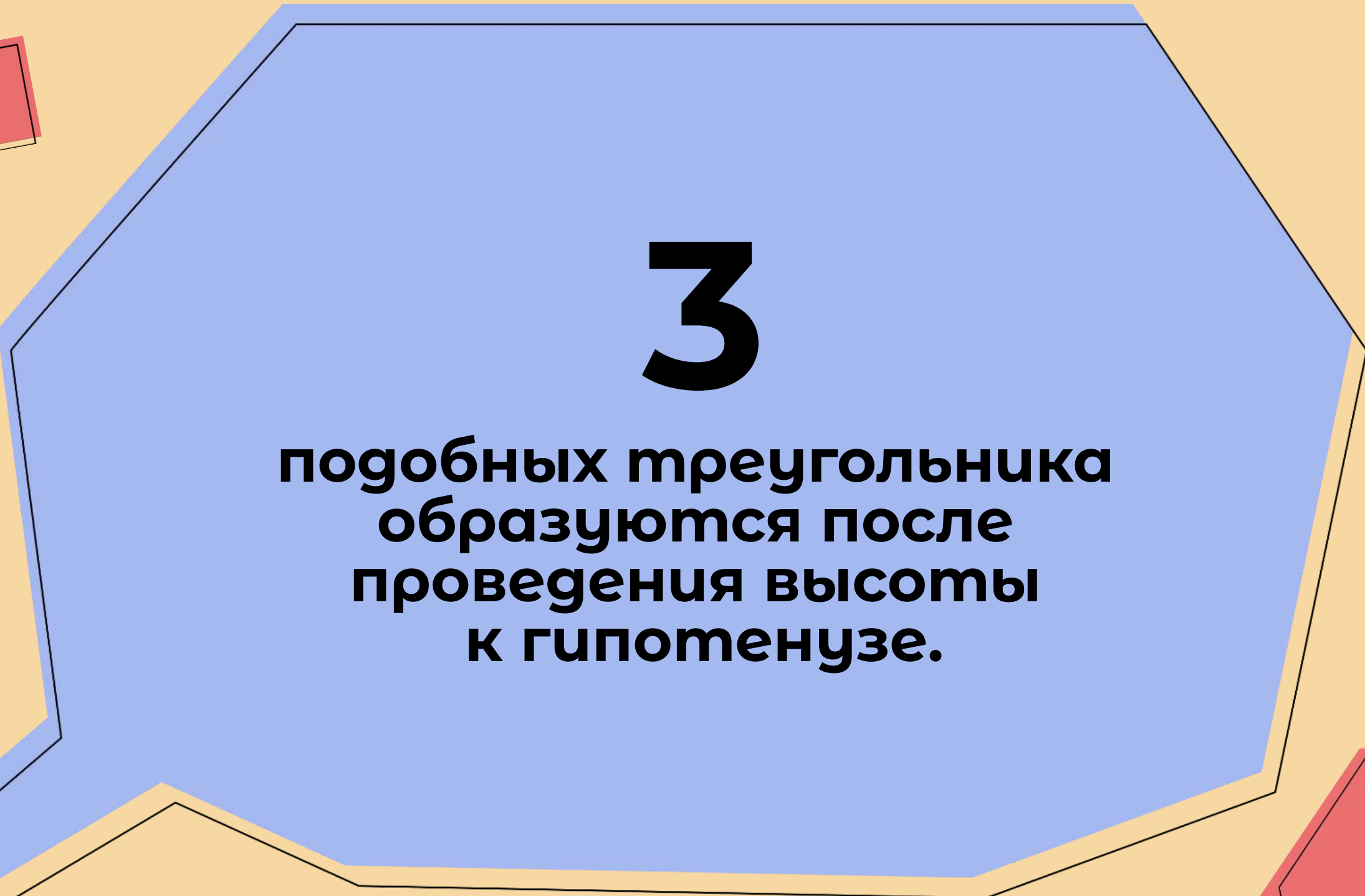
Сначала определяют, какой катет связан с какой проекцией, затем подставляют значения в формулу. Ошибиться легко, если перепутать p и q , поэтому важно внимательно смотреть на рисунок.

4.

Чем помогает

Эта теорема избавляет от построения лишних вспомогательных треугольников. Она позволяет быстро получить длину нужной стороны и сразу проверить, согласуется ли ответ с заданными данными.

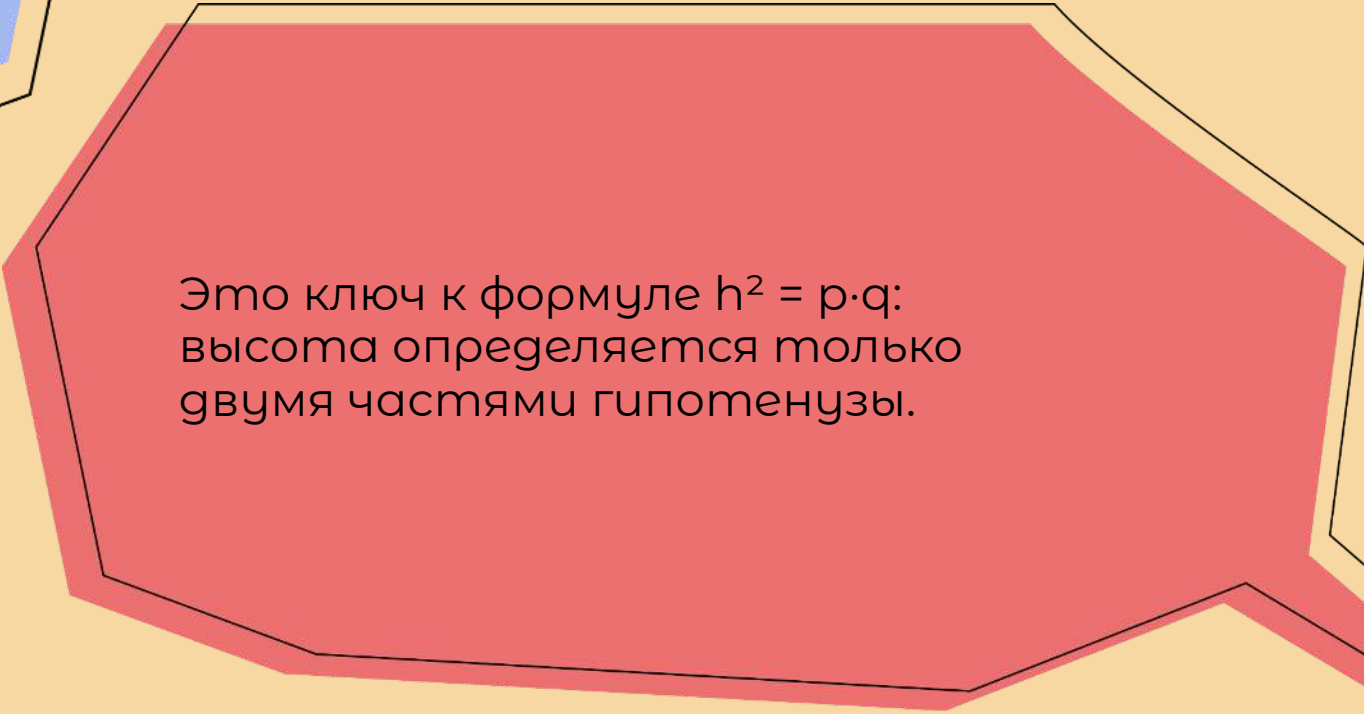




3

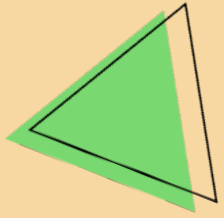
**подобных треугольника
образуются после
проведения высоты
к гипотенузе.**

Свойство высоты в прямоугольном треугольнике



Это ключ к формуле $h^2 = p \cdot q$:
высота определяется только
двумя частями гипотенузы.

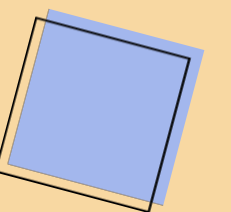
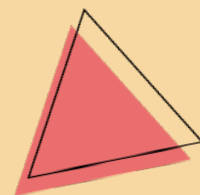
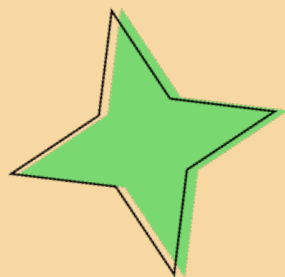
Сравнение элементов прямоугольного треугольника



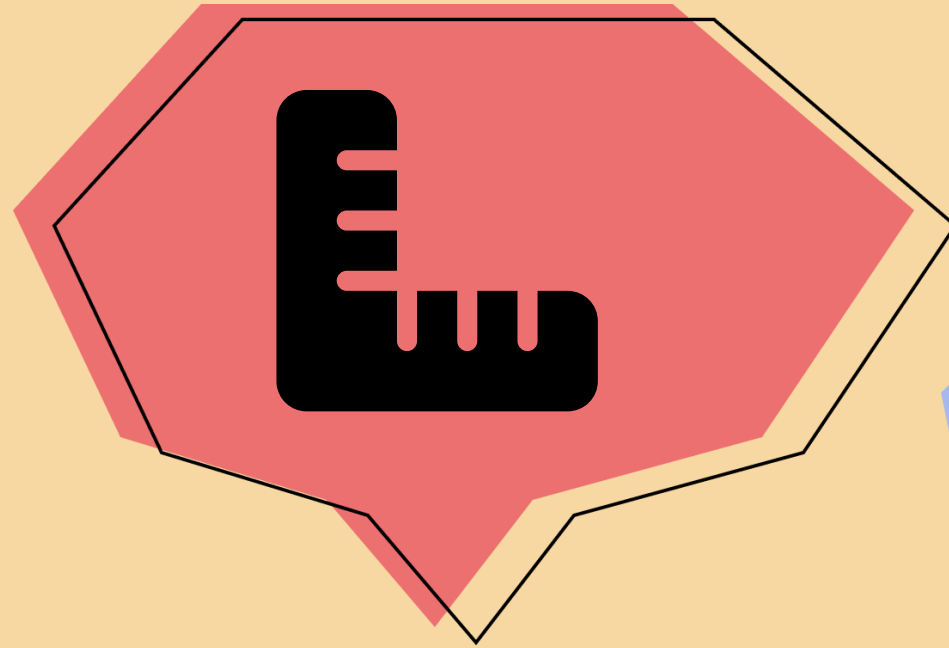
Числа взяты из одного прямоугольного треугольника и показывают, как от одной гипотенузы зависят все остальные элементы.

Высота меньше катетов, а проекции могут отличаться. Все значения согласованы с формулами темы.

Пример на основе треугольника 6–8–10

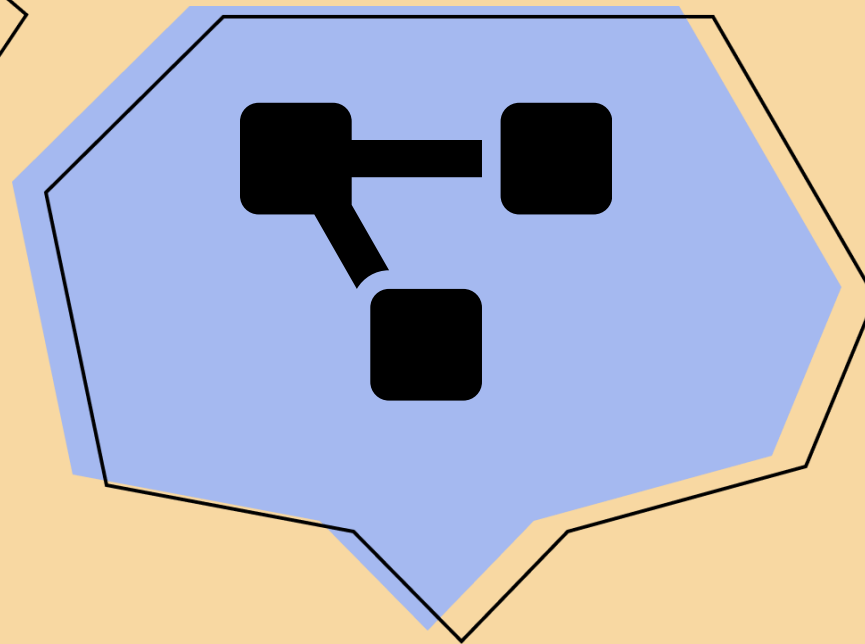
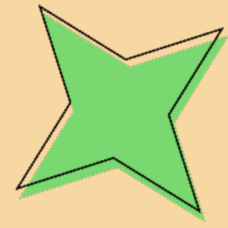


Подобие треугольников как источник формул



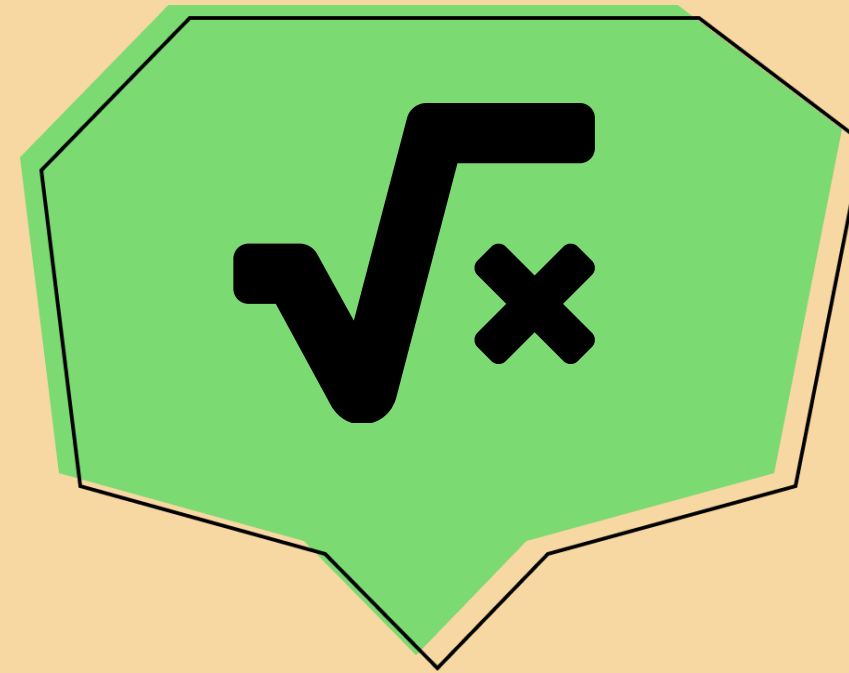
Одинаковые углы

После проведения высоты к гипотенузе появляются три треугольника с одинаковыми углами. Именно это делает их подобными и позволяет сравнивать стороны по пропорциям.



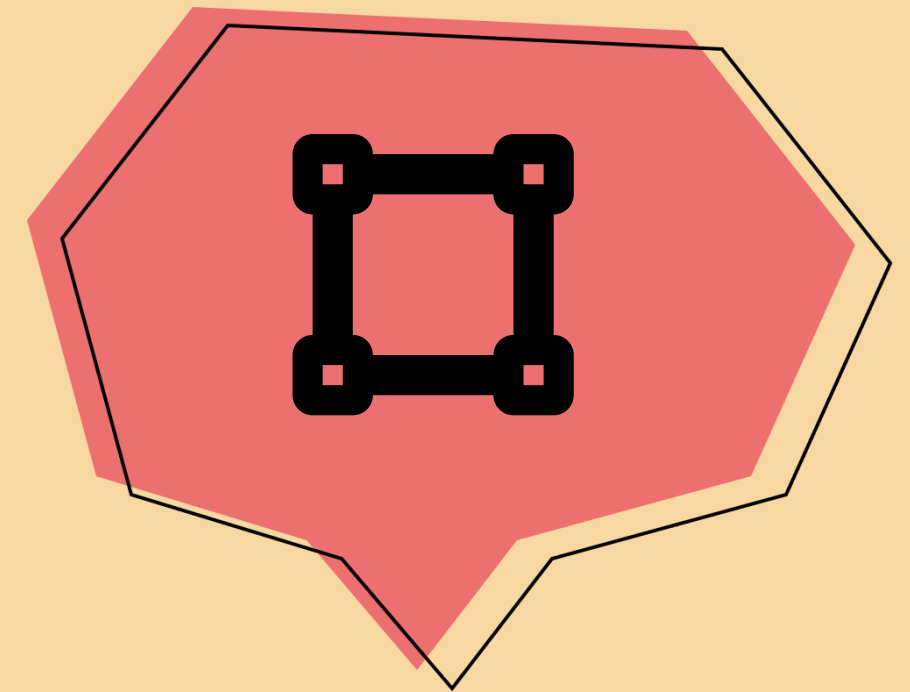
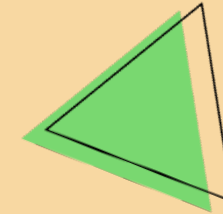
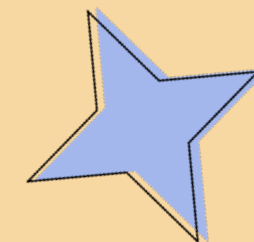
Пропорциональные стороны

У подобных треугольников соответствующие стороны связаны одинаковыми отношениями. Благодаря этому можно выводиться формулы для катетов, высоты и проекций без отдельного запоминания каждого случая.



Источник теорем

Из подобия выводятся теорема Пифагора, теорема о катете и теорема о высоте. Все они опираются на одну и ту же геометрическую идею, а не на разные правила.

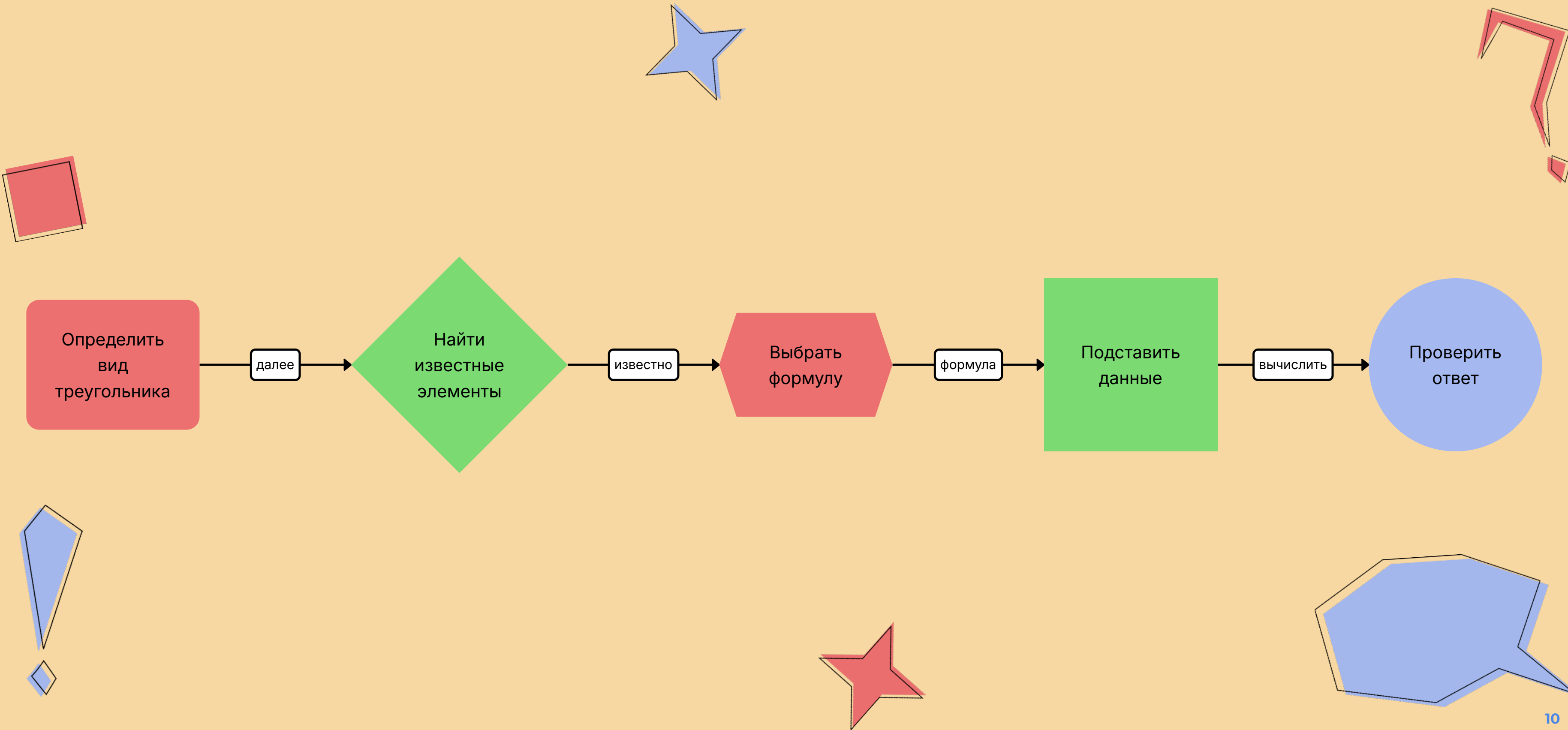


Связь элементов

Проекции, катеты и высота оказываются частями единой схемы. Когда известен один отрезок, подобие помогает восстановить остальные и проверить правильность решения по чертежу.

Как решать задачи на метрические соотношения

Последовательность шагов для работы с чертежом и формулами темы.



Метрические отношения в остроугольном треугольнике

Высота как ключ

Высота, опущенная из вершины, делит остроугольный треугольник на два прямоугольных. Поэтому в задаче можно применять уже знакомые формулы и искать неизвестные отрезки через более простые фигуры.

Роль оснований

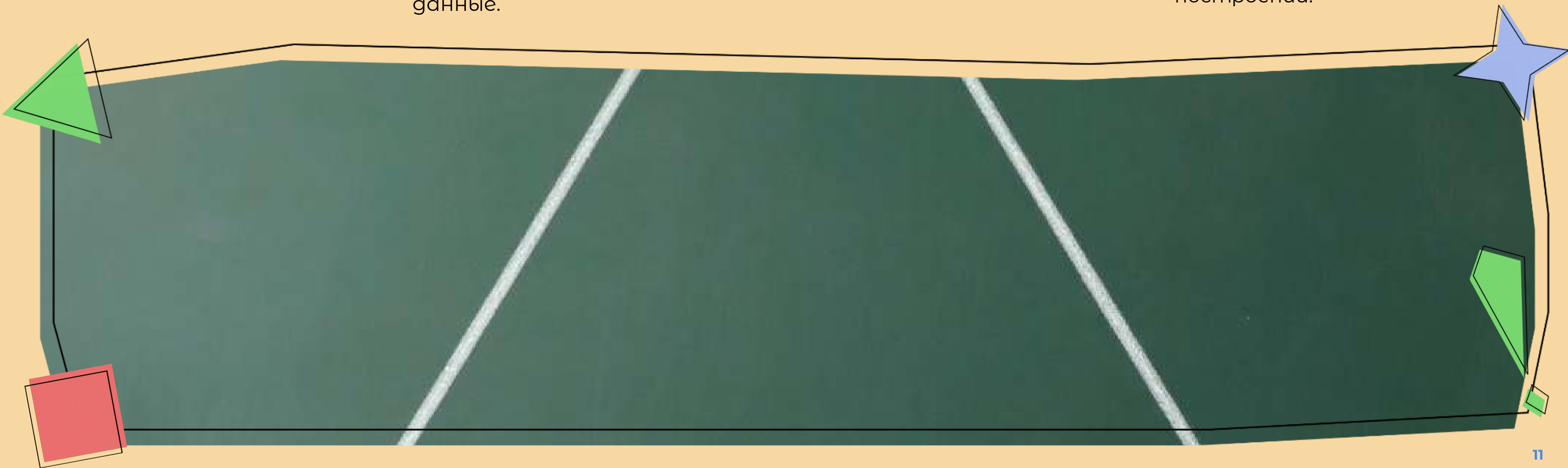
Точка основания высоты помогает увидеть, как одна сторона разбивается на части. Эти отрезки становятся опорой для вычислений и показывают, где в чертеже скрыты нужные данные.

Связь с углами

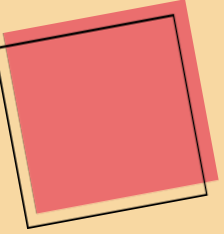
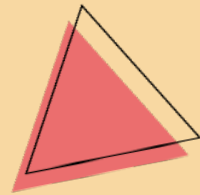
Углы остроугольного треугольника сохраняют возможность сравнивать получившиеся треугольники по подобию. Благодаря этому появляются пропорции сторон, которые позволяют переходить от рисунка к формуле.

Что отмечать на рисунке

В чертеже важно выделить вершину, основание высоты, боковые стороны и получившиеся треугольники. Тогда легче заметить, какие элементы уже известны и какие можно найти без лишних построений.



Медиана и её особые свойства



Проведение медианы

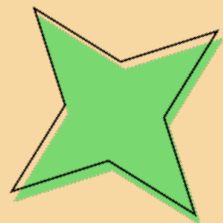
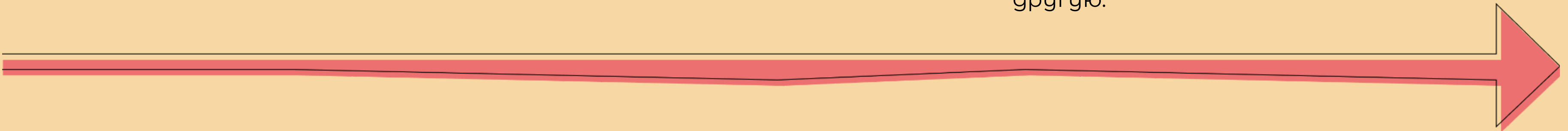
Из вершины проводят отрезок к середине противоположной стороны. Он делит эту сторону на две равные части и помогает точно описать внутреннее строение треугольника.

Использование в задачах

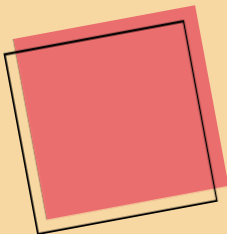
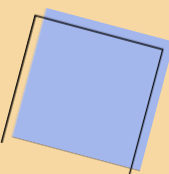
Медиану применяют, когда нужно найти сторону, площадь или другие отрезки фигуры. Она часто служит дополнительной линией, которая делает чертёж удобнее для вычислений.

Особый случай в прямоугольном треугольнике

Если медиана проведена к гипотенузе, она равна половине гипотенузы. Это свойство особенно полезно, когда известна одна длина, а требуется быстро определить другую.

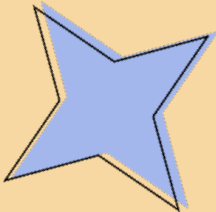
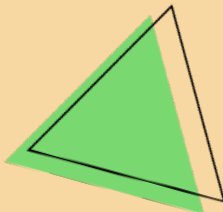


Основные линии треугольника и их свойства



Линия	Свойство	Где применяют
Высота	Перпендикуляр	Площади
Медиана	Делит пополам	Поиск стороны
Биссектриса	Делит угол	Пропорции

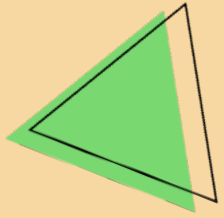
Свойства линий треугольника из школьного курса геометрии



Сравнение показывает, как разные линии помогают строить и решать геометрические задачи.

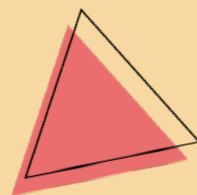
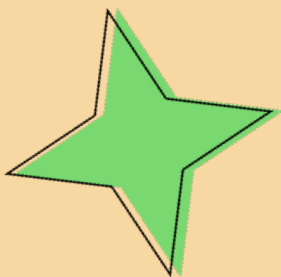
Каждая линия задаёт своё отношение между элементами фигуры, поэтому выбор линии напрямую влияет на способ решения задачи.

Какие задачи чаще всего решают по теме

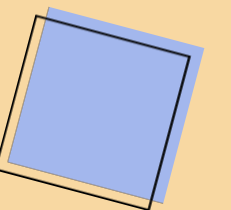


Круговая диаграмма отражает, какие формулы школьники используют чаще всего при решении стандартных упражнений.

Чаще всего встречаются задачи на Пифагора и теорему о катете; остальные типы дополняют тему и требуют внимательной работы с чертежом.



Обобщение типовых школьных задач по теме «Метрические соотношения в треугольнике»



Типичные ошибки при решении задач

Путают стороны

Иногда гипотенузу принимают за катет или наоборот. Из-за этого вся формула подставляется неверно, поэтому сначала нужно внимательно рассмотреть прямой угол и подписи на чертеже.

Неверные проекции

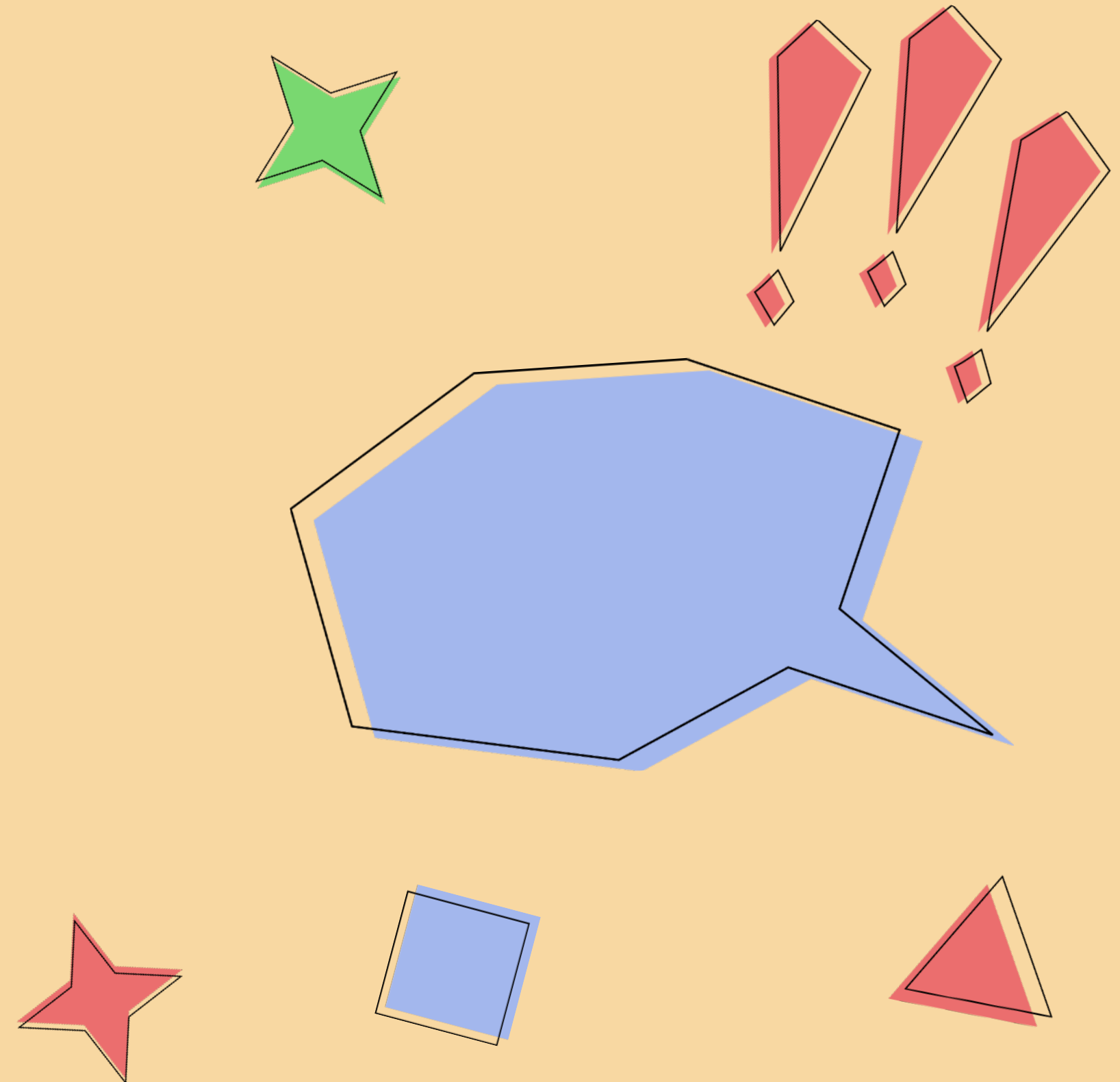
Ошибки часто возникают при обозначении отрезков на гипотенузе. Если перепутать p и q , то теорема о катете и теорема о высоте дадут неправильный результат.

Забывают про квадраты

В формулах метрических соотношений важны именно квадраты длин. Подстановка обычных значений вместо квадратов приводит к неверным вычислениям, даже если сами числа выбраны правильно.

Неподходящая формула

Теорему Пифагора нельзя применять к любому треугольнику без проверки прямого угла. Сначала нужно определить вид треугольника, а потом выбирать нужное правило.



Где встречаются метрические соотношения в жизни

1. На местности

При измерении расстояний и высот на местности часто выделяют прямоугольный треугольник. Тогда можно не идти по всей длине, а вычислить её по известным сторонам и углам.

2. В строительстве

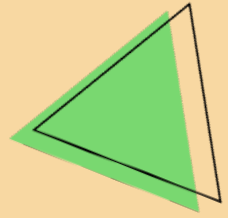
При проектировании лестниц, крыш и опорных конструкций геометрические формулы помогают заранее проверить размеры. Это делает чертежи точнее и помогает избежать ошибок при сборке.

3. В повседневных схемах

Даже на простых рисунках — от плана комнаты до схемы маршрута — нередко встречается треугольная модель. Если увидать в ней прямоугольный треугольник, задача становится намного проще.



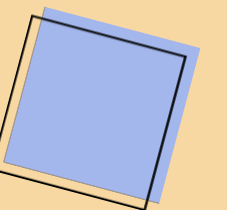
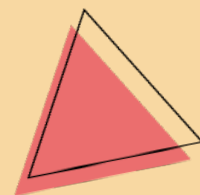
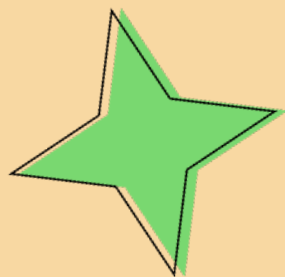
Пример вычисления по формулам



Последовательность показывает, как одно известное значение помогает шаг за шагом восстановить остальные элементы треугольника.

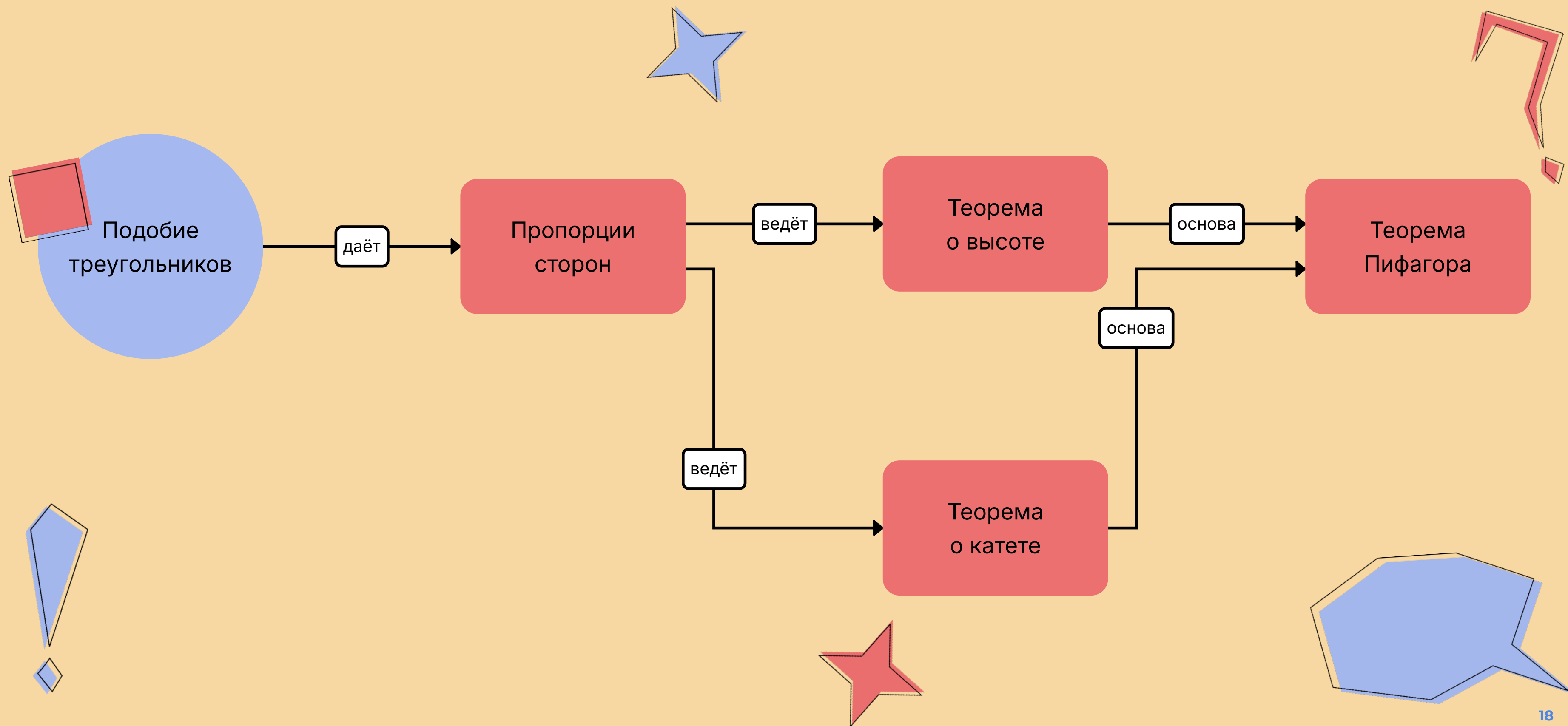
Сначала находят квадрат катета, затем сам катет, после чего вычисляют проекцию и высоту. Формулы работают как цепочка связанных действий.

Учебный пример по формулам $a^2=c \cdot p$ и $h^2=p \cdot q$

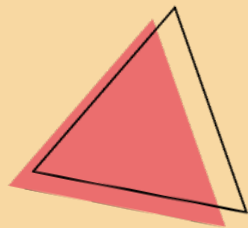
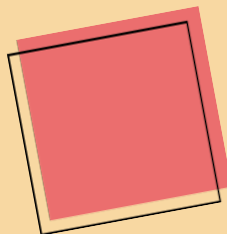
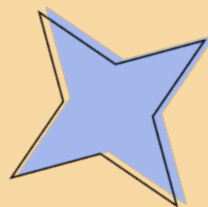


Единая система метрических соотношений

Схема показывает, как из подобия треугольников выводятся основные формулы темы.



Формулы, которые нужно помнить

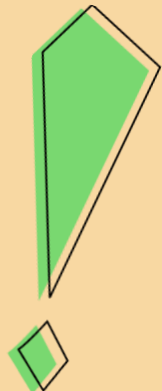
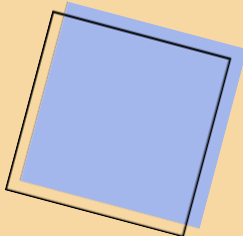
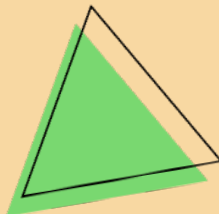


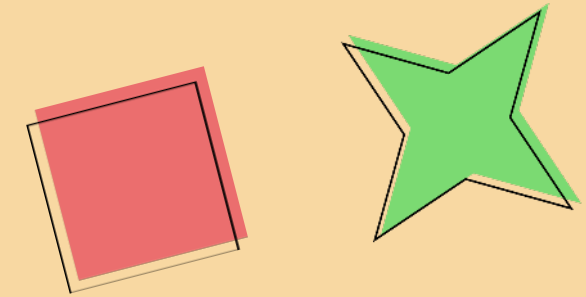
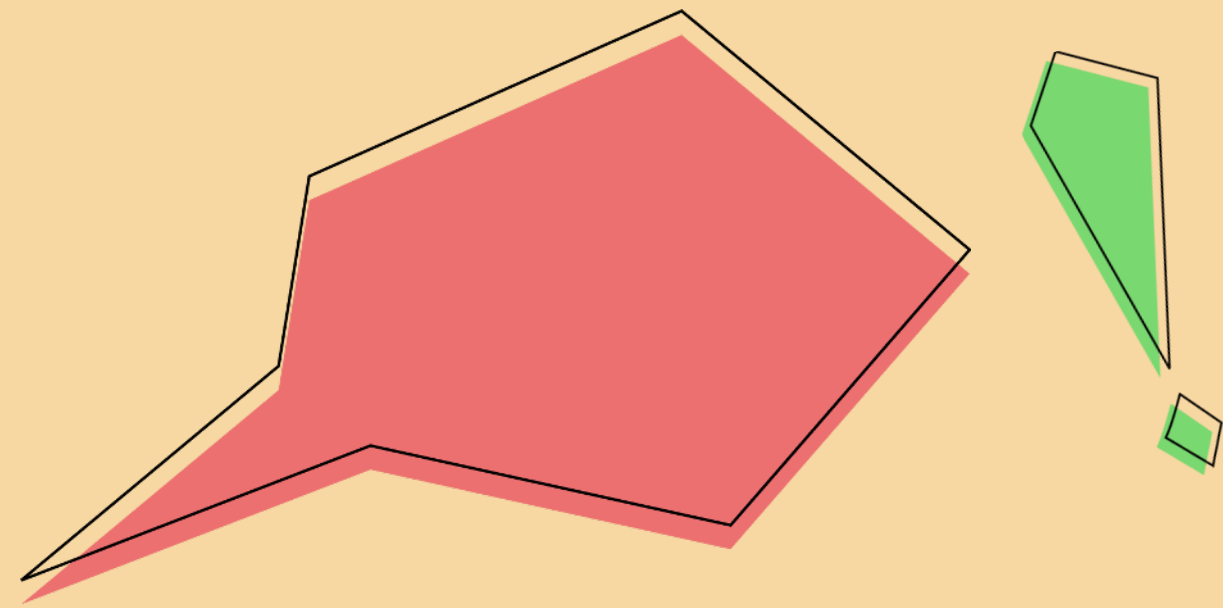
Формула	Когда применять	Что найти
$a^2+b^2=c^2$	Прямоугольный	Сторону
$a^2=c \cdot p$	Известны c, p	Катет
$h^2=p \cdot q$	Известны p, q	Высоту
$m=c/2$	К гипотенузе	Медиану

Таблица помогает быстро выбрать нужное правило по данным, которые уже есть в задаче.

Если определить, какие элементы даны, нужная формула находится быстро: каждая связана с конкретной ситуацией на чертеже.

Основные формулы темы из школьного курса геометрии





Главное о метрических соотношениях

Метрические соотношения превращают чертёж в понятную систему связей между сторонами, высотами и проекциями. Если помнить основные формулы и видеть прямоугольный треугольник, задачи решаются быстрее и увереннее.

