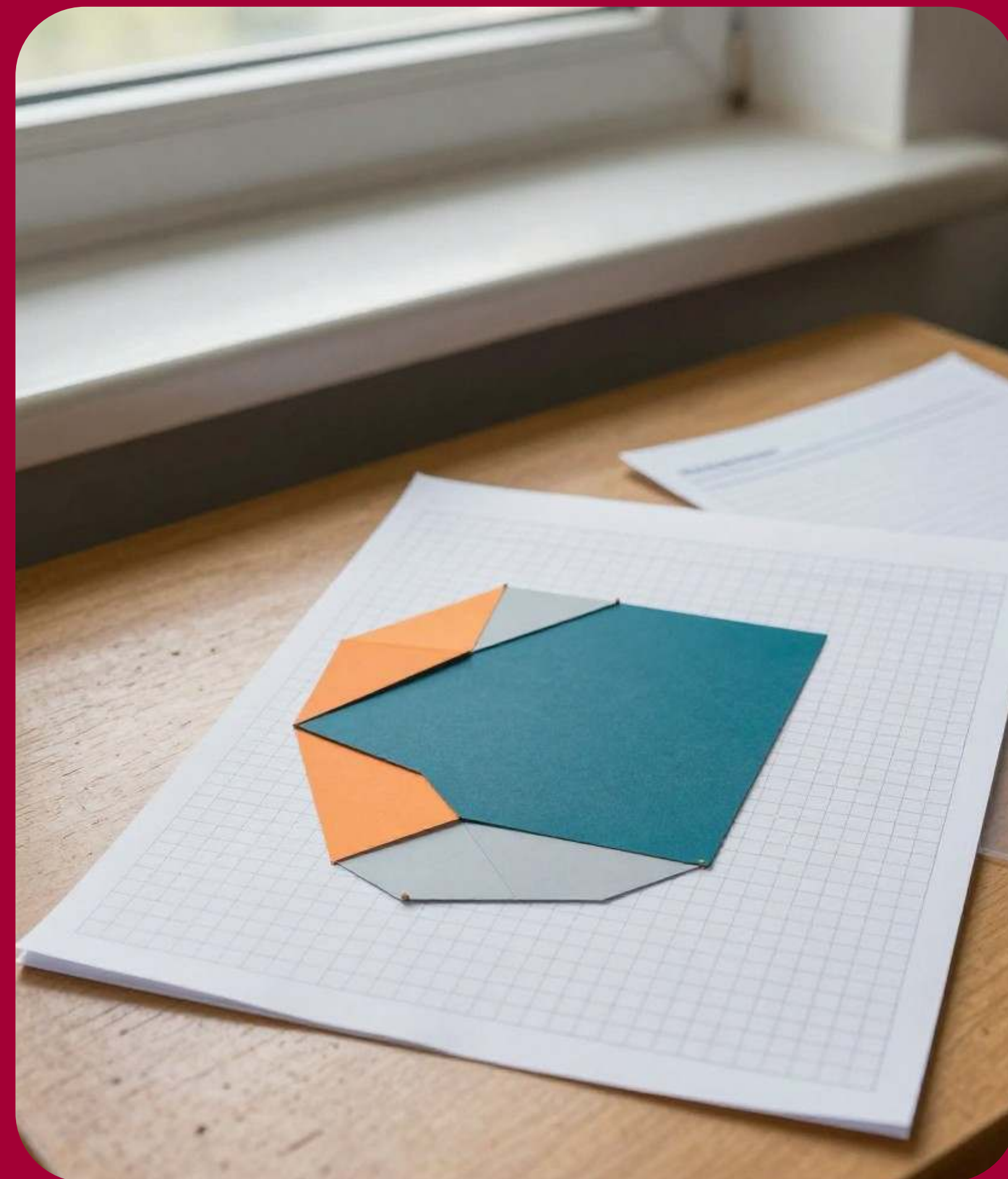


# Площадь произвольного многоугольника: как найти её в 8 классе

Сложную фигуру измеряют по частям: разбивка, клетчатая бумага и координаты.



## Что изучает эта тема и где она применяется

В 8 классе вы узнаете, как находить площадь фигур с неровными сторонами. Навык нужен при измерении участков, черчении, планировании помещений и схем. Для прямоугольника формулы уже знакомы, а для многоугольника помогают разбиение, клетчатая сетка и координаты.



# Что называют произвольным многоугольником



## Замкнутая ломаная

Произвольный многоугольник образуют отрезки, которые соединяются в замкнутую ломаную линию. Такая фигура имеет границу, которую можно обойти и «замкнуть» в конце.



## Разное число сторон

Многоугольник может состоять из 3, 4, 5 и более сторон. Длины сторон и величины углов могут отличаться, поэтому фигуры выглядят по-разному.



## Выпуклые и вогнутые

По расположению вершин различают выпуклые и вогнутые многоугольники. Вогнутый имеет «впадину», из-за которой площадь иногда приходится находить с вычитанием частей.



## Основные элементы

У любой фигуры есть вершины и стороны. Также выделяют диагонали — отрезки между вершинами, не соседними по стороне, и внутренние углы, которые помогают понимать форму.

# Разбиение сложной фигуры на простые части



Чтобы найти площадь, удобно провести вспомогательные линии и разделить многоугольник на простые фигуры — треугольники, прямоугольники и трапеции. Тогда общая площадь равна сумме площадей всех частей.



Если многоугольник вогнутый, некоторые области выглядят «лишними» для ответа. Их выделяют отдельно и получают площадь как разность — большой фигуры и вычитаемой части. Диагонали на рисунке помогают точнее разметить разделение.



## Площадь по разбиению: шаг за шагом

Логика расчёта строится на том, что каждая полученная часть имеет известную формулу.



# Формулы площадей простых фигур, которые используются внутри многоугольника

| Фигура        | Площадь                       | Что нужно |
|---------------|-------------------------------|-----------|
| Треугольник   | $S = 1/2 \cdot a \cdot h$     | a, h      |
| Прямоугольник | $S = a \cdot b$               | a, b      |
| Квадрат       | $S = a^2$                     | a         |
| Трапеция      | $S = 1/2 \cdot (a+b) \cdot h$ | a, b, h   |

Пока не появятся знакомые части, задача кажется сложной. Формулы помогают превратить разбиение в понятный расчёт.

Как только фигуру разбивают на треугольники, прямоугольники и трапеции, её площадь считается по готовым правилам: важны правильные основания и высоты.

---

Школьный курс геометрии (7–8 классы)

# Почему треугольник часто становится основой решения

## 1

Многие многоугольники проще всего разбить на треугольники: площадь треугольника выражается через основание и высоту. Поэтому план вычисления сразу становится ясным, даже если фигура сложная на вид.

## 2

Когда высота не указана в условии, её находят по перпендикуляру или дополнительным построениям. Часто помогают рисунок, клетчатая сетка или диагональ, которая «высвечивает» удобную высоту.

## 3

При разбиении нередко получается несколько треугольников, посчитанных одинаковым способом. Это уменьшает число разных формул и делает решение более аккуратным: остаётся только сложить найденные площади.

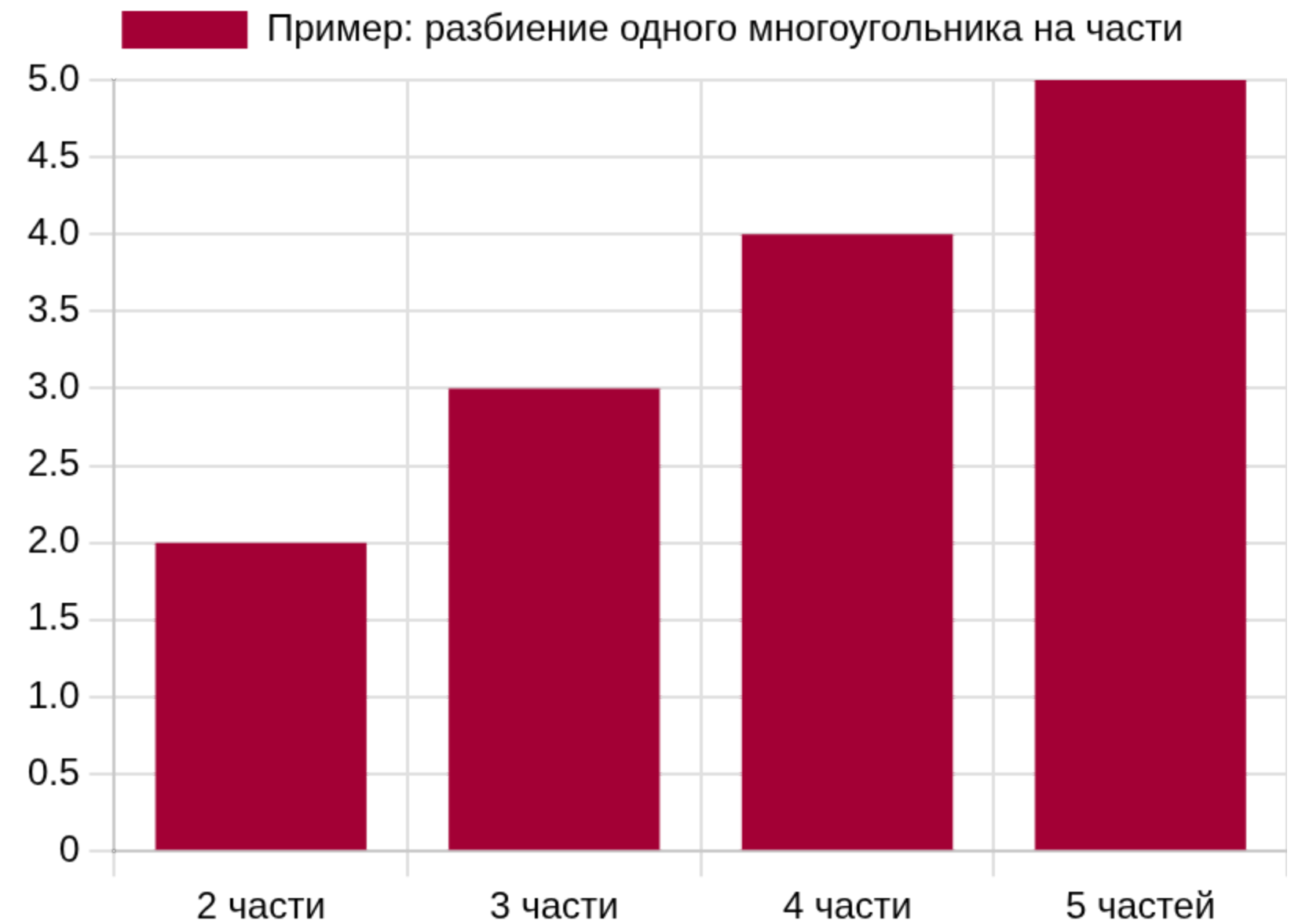
# Сколько простых частей делает вычисления удобнее

Чем больше частей, тем чаще каждая из них подходит под знакомую формулу. Однако нужно внимательно контролировать, что ничего не потеряно и нет двойного учёта.

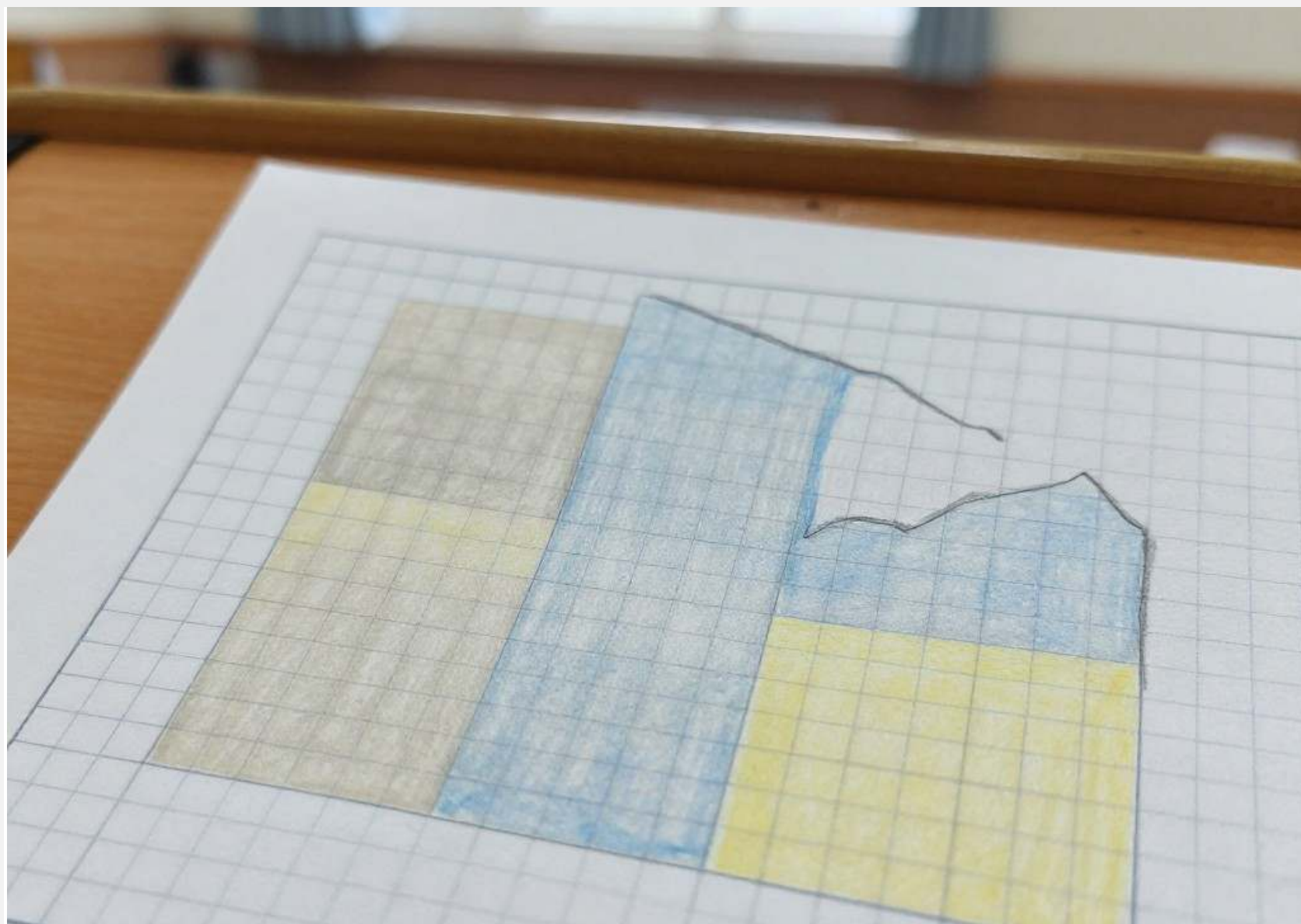
Увеличение числа частей обычно упрощает расчёты по формулам, но повышает требования к аккуратности: площади следует считать и проверять до финальной записи.

---

Учебная демонстрация принципа: разбиение на 2–5 частей (числа — количество частей)



# Работа на клетчатой бумаге



1

На клетчатой бумаге площадь удобно оценивать по полным клеткам и по частям клеток. Полные клетки считают сразу, а неполные обычно объединяют парами или группируют так, чтобы получить близкие к целым значения.

2

Этот способ особенно помогает для фигур с неровным контуром, когда граница проходит не по линиям сетки. Клетчатая сетка также служит проверкой: результат, полученный другим методом, проще сравнить и уточнить.

# Координатный способ для многоугольников

1

Если вершины многоугольника заданы координатами, площадь можно находить по данным точек. Тогда не требуется рисунок в точном масштабе: важны числа в координатах и связанная с ними геометрия.

3

Координатный подход особенно удобен для треугольников, четырёхугольников и фигур, которые естественно лежат на координатной плоскости. Он подходит и тогда, когда проще считать по расстояниям и направлениям, чем проводить сложные построения.

2

Обычно используют координатную сетку и последовательность вершин при обходе контура. Правильный порядок точек помогает гарантировать, что линии соединяются именно так, как образует фигуру.

4

Результат получается точнее, когда координаты заданы точно. Поэтому этот метод выбирают, если в задаче есть таблица точек или координаты вершин указаны явно.

# Как координаты вершин связаны с вычислением площади

| Что записываем       | Как соединяем      | Зачем это нужно               |
|----------------------|--------------------|-------------------------------|
| Координаты (x,y)     | Соседи соединяются | Формируем контур              |
| Порядок обхода       | По часовой/против  | Не «переворачиваем» данные    |
| Первая вершина снова | В конце дублируем  | Последовательность замыкается |

Вершина многоугольника — это точка с координатами  $x$  и  $y$ . Стороны соединяют соседние вершины, образуя замкнутый контур. Чтобы вычисления были корректными, точки записывают в порядке обхода фигуры.

Главный смысл: порядок вершин влияет на результат, потому что координаты должны описывать именно тот замкнутый контур, который есть у фигуры.

Учебные сведения по координатному методу в школьной геометрии

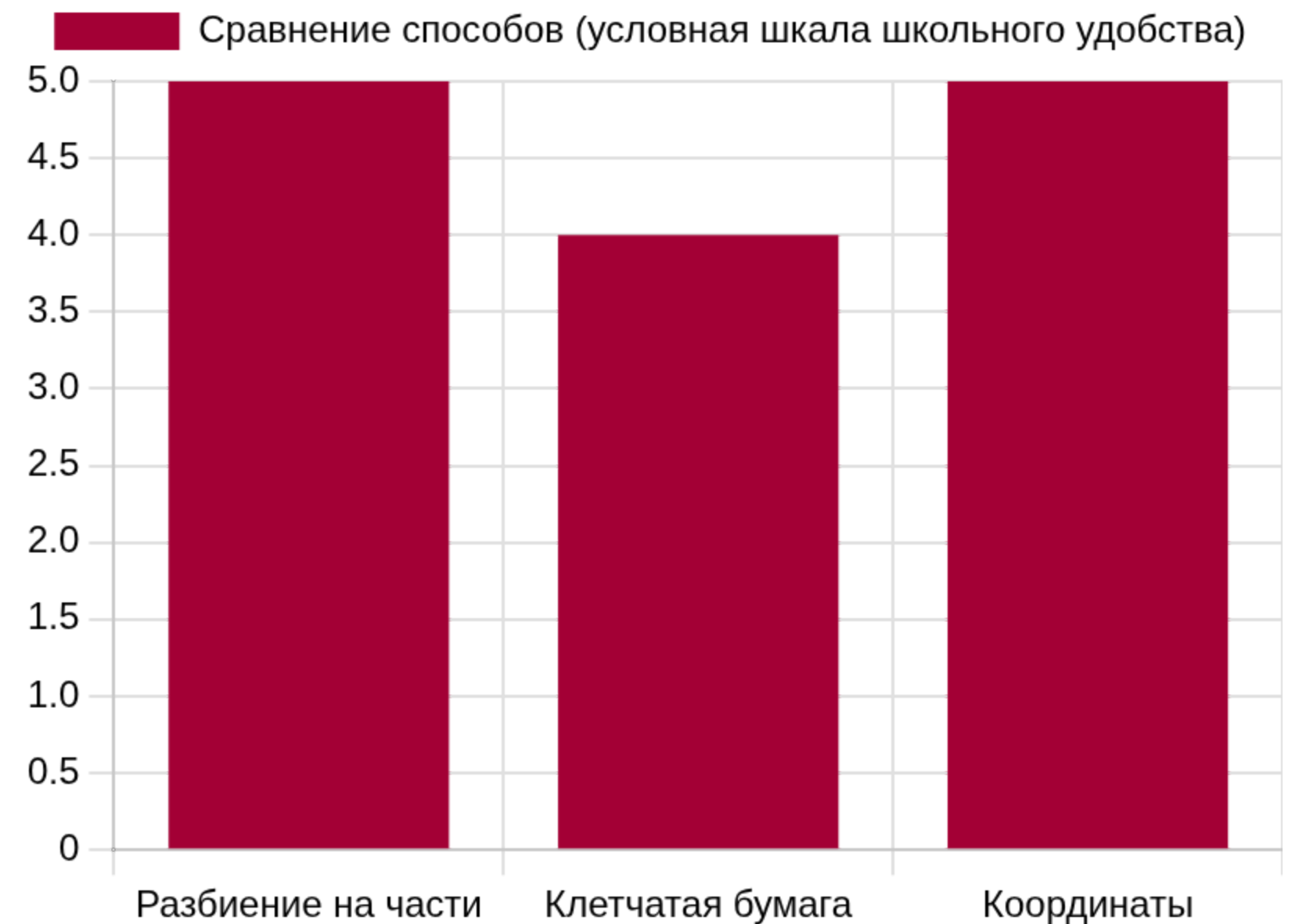
# Сравнение способов нахождения площади

Разбиение на части проще объяснить «по рисунку», клетчатая бумага помогает прикинуть площадь и проверить, а координатный способ точен, когда вершины заданы числами.

Оптимальный выбор зависит от того, что дано в задаче: рисунок, сетка или координаты. Чем точнее исходные данные, тем точнее итоговый ответ.

---

В основе — описания трёх методов из школьной геометрии; значения на диаграмме условны и отражают удобство в 8 классе (без новых измерений).



## Выбор способа: что дано — то и решаем

Условия для выбора метода: рисунок/сетка, стороны и высоты, координаты вершин, а также выпуклость или вогнутость.



# Типичные ошибки при вычислении площади

## 1

Часто забывают указать единицы измерения: ответ должен быть записан в квадратных единицах ( $\text{см}^2$ ,  $\text{м}^2$  или  $\text{мм}^2$ ). Без них даже правильные числа выглядят неполноценно, и результат легко перепроверить неправильно.

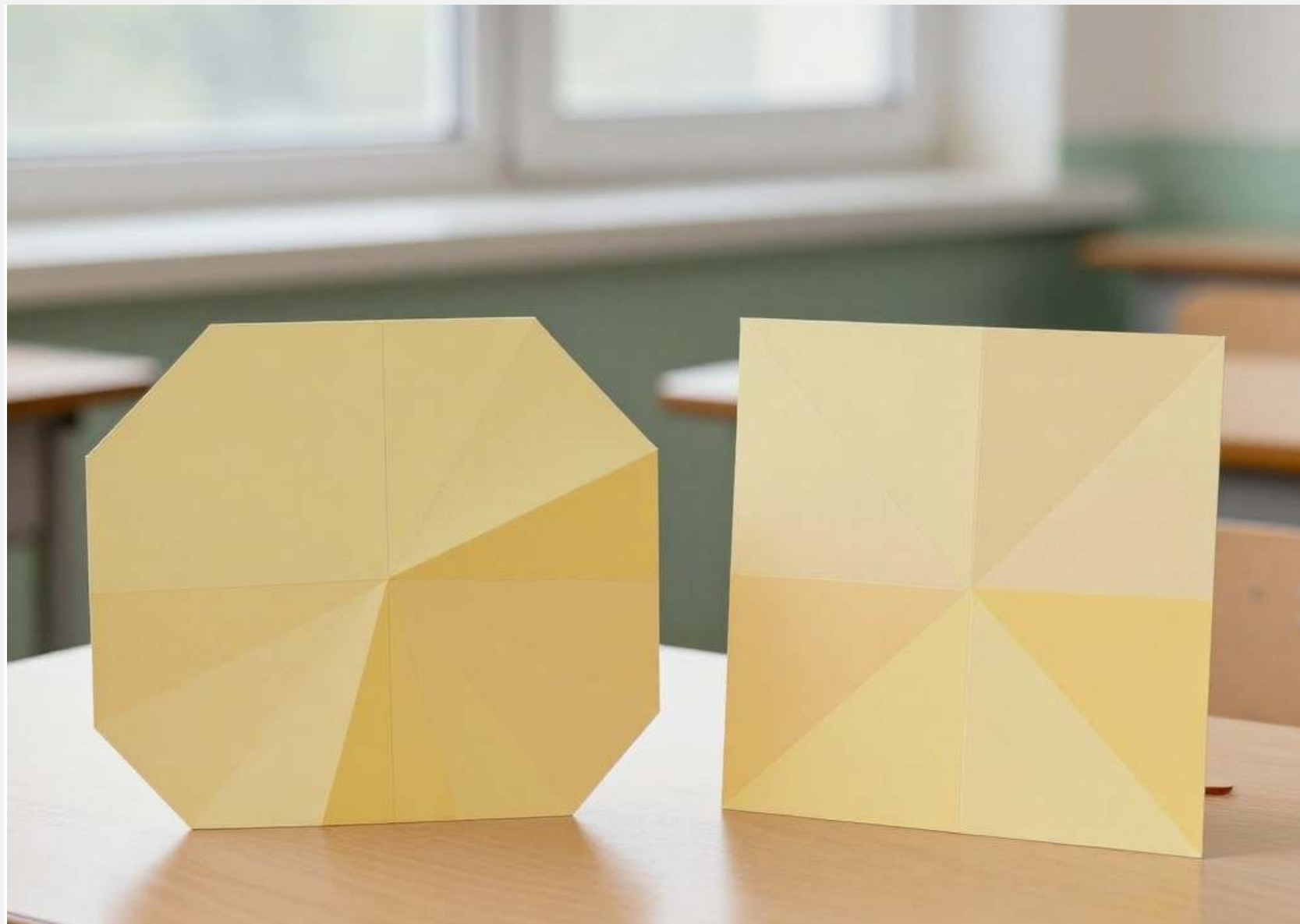
## 2

Ещё одна ошибка — перепутать основание и высоту. Высота всегда перпендикулярна основанию, поэтому при разбиении треугольников важно мысленно провести перпендикуляр и только затем подставлять значения в формулу.

## 3

При разбиении можно потерять или дважды посчитать часть фигуры. В координатном способе часто ошибаются с порядком вершин обхода или путают значения  $x$  и  $y$ , из-за чего контур описывается неверно.

# Выпуклые и вогнутые многоугольники



## 1

### Выпуклый: удобнее разрезать из одной вершины

Выпуклый многоугольник имеет «ровный» внешний вид: все его вершины лежат по одну сторону от любой стороны. Поэтому его часто удобно разбивать на треугольники, соединяя одну выбранную вершину с остальными.

## 2

### Вогнутый: часть площади может вычитаться

Вогнутый многоугольник содержит «впадину». Из-за неё при разбиении появляются внутренние области, которые не входят в итоговую площадь. Их выделяют отдельно и при необходимости вычитают из площади большей фигуры.

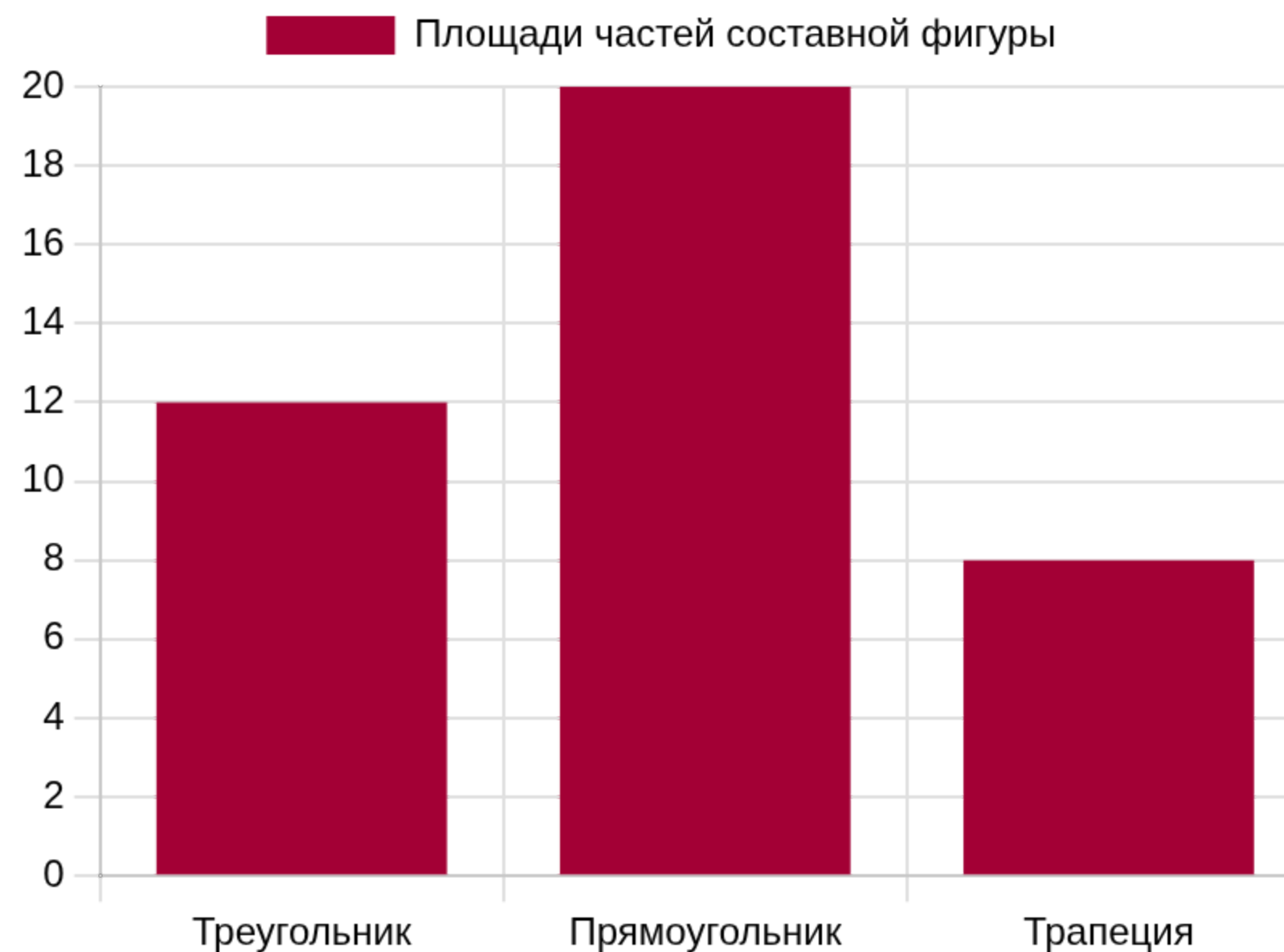
# Пример суммы площадей частей составной фигуры

Сложная площадь получается как сумма площадей всех учтённых частей. В этом примере важно не пропустить ни один участок и не включить лишнюю область.

Когда фигура разбита на простые части без перекрытий и пробелов, итоговая площадь находится сложением соответствующих значений.

---

Демонстрационный пример из школьной геометрии ( $12 \text{ см}^2$ ,  $20 \text{ см}^2$ ,  $8 \text{ см}^2$ ).



# Проверка правильности ответа

| Что проверить    | Как сделать                | Что должно получиться                     |
|------------------|----------------------------|-------------------------------------------|
| Части на рисунке | Сверить разбиение          | Ни одна область не пропущена              |
| Лишние области   | Посмотреть на «перекрытия» | Нет двойного счёта                        |
| Единицы          | Проверить запись           | Есть $\text{см}^2/\text{м}^2/\text{мм}^2$ |

Проверка помогает убедиться, что все части учтены и нет лишних областей. Сверка с рисунком и единицами измерения особенно важна после разбиения на треугольники или использования координат.

Если при проверке обнаруживаются пропуски, перекрытия или неверные единицы, правильнее исправлять сразу, пока не завершены вычисления.

---

Методические рекомендации по самопроверке в задачах на площадь

# Где встречаются задачи на площадь произвольного многоугольника



## Планы участков и территорий

На схемах дворов, участков и границ территорий контуры часто не бывают строго прямоугольными. Площадь находят разбиением на части, чтобы получить точный результат из простых формул.



## Чертежи деталей и заготовок

При проектировании деталей контур детали может иметь выступы и впадины. Разбиение на треугольники помогает вычислить площадь материала или рабочей поверхности без сложных «новых» формул.



## Мозаики и наборы плиток

Мозаика редко укладывается в идеальные квадраты. По площади отдельных элементов можно суммировать общий результат и понять, сколько плиток нужно для покрытия нужной области.



## Картографические и схемные задачи

На картах и схемах границы районов и объектов нередко имеют ломаные линии. Умение считать площадь по частям помогает работать с такими фигурами на практике.



## Построения в реальных объектах

В реальных задачах линии могут идти не ровно и не по сетке. Поэтому школьный навык разбиения и проверки по рисунку напрямую переносится на измерения и расчёты.

# Главные выводы по теме

1

Площадь произвольного многоугольника находят через разбиение на простые фигуры, по клетчатой бумаге или с помощью координат. Во всех случаях используются знакомые идеи школьной геометрии.

2

Разбиение на части делает задачу наглядной: треугольники, прямоугольники и трапеции имеют понятные формулы, а итог получается суммированием или вычитанием нужных областей.

3

Клетчатая бумага подходит для приблизительной оценки и быстрой проверки. Координатный способ даёт более точный результат, если вершины заданы координатами и контур записан в правильном порядке.

4

Точность решения зависит от выбора метода, аккуратных построений и внимательной записи ответа в квадратных единицах. После вычислений полезно выполнить проверку по рисунку или по сетке.

## **Итог: сложная фигура измеряется по понятным правилам**

Произвольный многоугольник не требует отдельной формулы для каждого случая: его площадь находят через разбиение, координаты вершин и проверку по рисунку или клетчатой сетке, чтобы уверенно решать практические задачи.