

Уравнение и его корни

Научимся находить неизвестное и проверять ответ
шаг за шагом.



Почему уравнения нужны в 7 классе

Уравнения помогают быстро находить неизвестные в задачах по математике, физике и геометрии. Они учат записывать ситуацию буквами, рассуждать точно и проверять ответ, а первые способы их решения известны ещё со времён Древнего Египта и Вавилона.



Что называется уравнением

Знак равенства

Уравнение всегда содержит знак равенства, потому что его левая и правая части должны иметь одинаковое значение. Без этого знака запись уже не будет уравнением.

Неизвестное число

В уравнении есть число, которое пока не известно. Его обозначают буквой: x , a , y или другой переменной, если это удобно для записи.

Примеры записей

Уравнения могут выглядеть по-разному: $x + 5 = 12$, $3a = 18$, $2y - 7 = 9$. Во всех случаях нужно найти значение буквы.

Неравенства — это другое

Записи со знаками $>$, $<$, $\geq$ и $\leq$ не являются уравнениями, потому что в них сравнивают числа, а не ищут значение, при котором получается равенство.

6

**в уравнении $x + 4 = 10$ делает
равенство верным**

Корень — это значение переменной, которое подходит в уравнение и делает его истинным после подстановки.

Школьное определение из курса алгебры

Примеры уравнений и проверки корней

В каждом случае число считается корнем только после подстановки и проверки равенства.

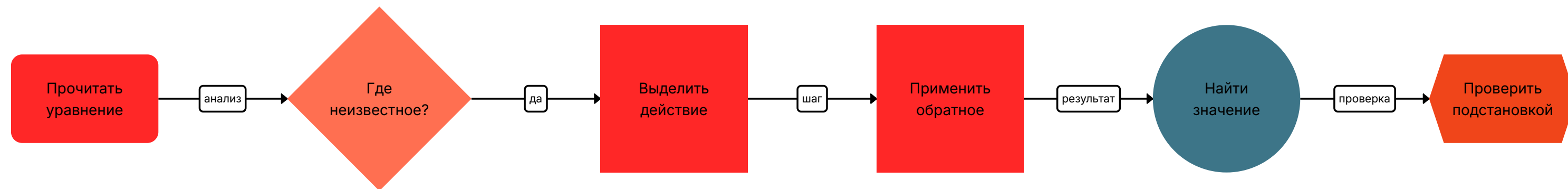
Проверка подстановкой подтверждает ответ и помогает заметить вычислительную ошибку.

Уравнение	Проверка	Корень
$x + 3 = 8$	$5 + 3 = 8$	5
$2a = 14$	$2 \cdot 7 = 14$	7
$y - 6 = 1$	$7 - 6 = 1$	7
$4 m = 20$	$4 \cdot 5 = 20$	5

Учебные примеры по теме
«Уравнения и корни»

Как находят корень уравнения

Последовательность решения показывает, как перейти от записи к ответу без лишних ошибок.



Равносильные преобразования уравнений

Сложить одно и то же

1

Если к обеим частям уравнения прибавить одинаковое число, равенство не нарушится. Это помогает убрать лишнее слагаемое и приблизить запись к виду, где неизвестное видно сразу.

Вычесть одинаковое число

2

Из обеих частей можно вычесть одно и то же число. Такой приём особенно удобен, когда в уравнении есть число, которое мешает выделить переменную.

Умножить или разделить

3

Обе части разрешается умножить или разделить на одно и то же ненулевое число. Так уравнение можно упростить, не меняя множество его корней.

Сохранить корни

4

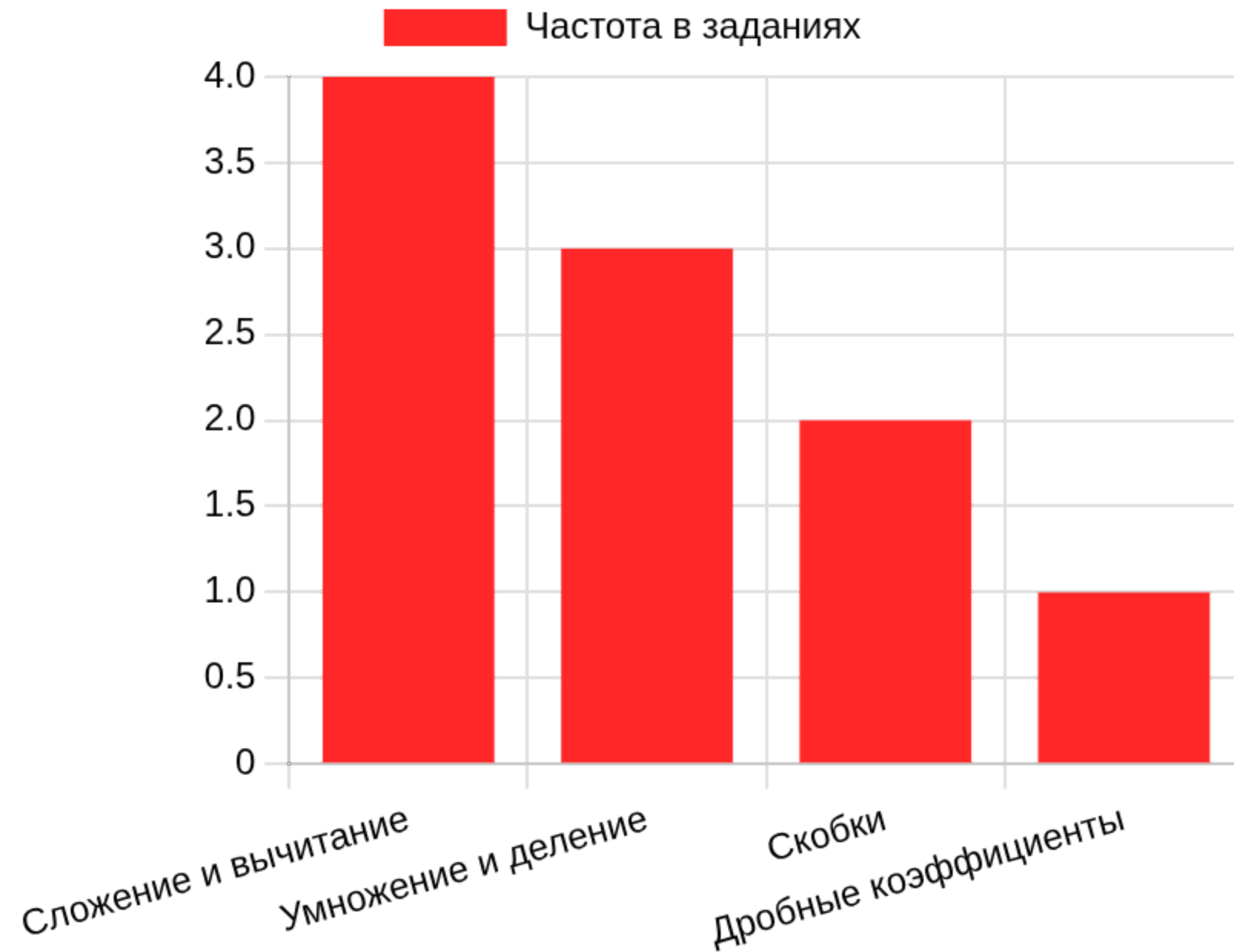
Все равносильные преобразования сохраняют верность равенства и не добавляют лишних решений. Поэтому после каждого шага важно следить, чтобы действия были одинаковыми для обеих частей.

Какие действия чаще встречаются в уравнениях

Диаграмма показывает не точную статистику, а учебную схему: сначала встречаются самые простые уравнения, затем задания с большим числом преобразований.

Чем больше действий в записи, тем внимательнее нужно соблюдать порядок преобразований и проверку ответа.

Учебная схема по усложнению уравнений в 7 классе



Уравнение как весы

Две равные части

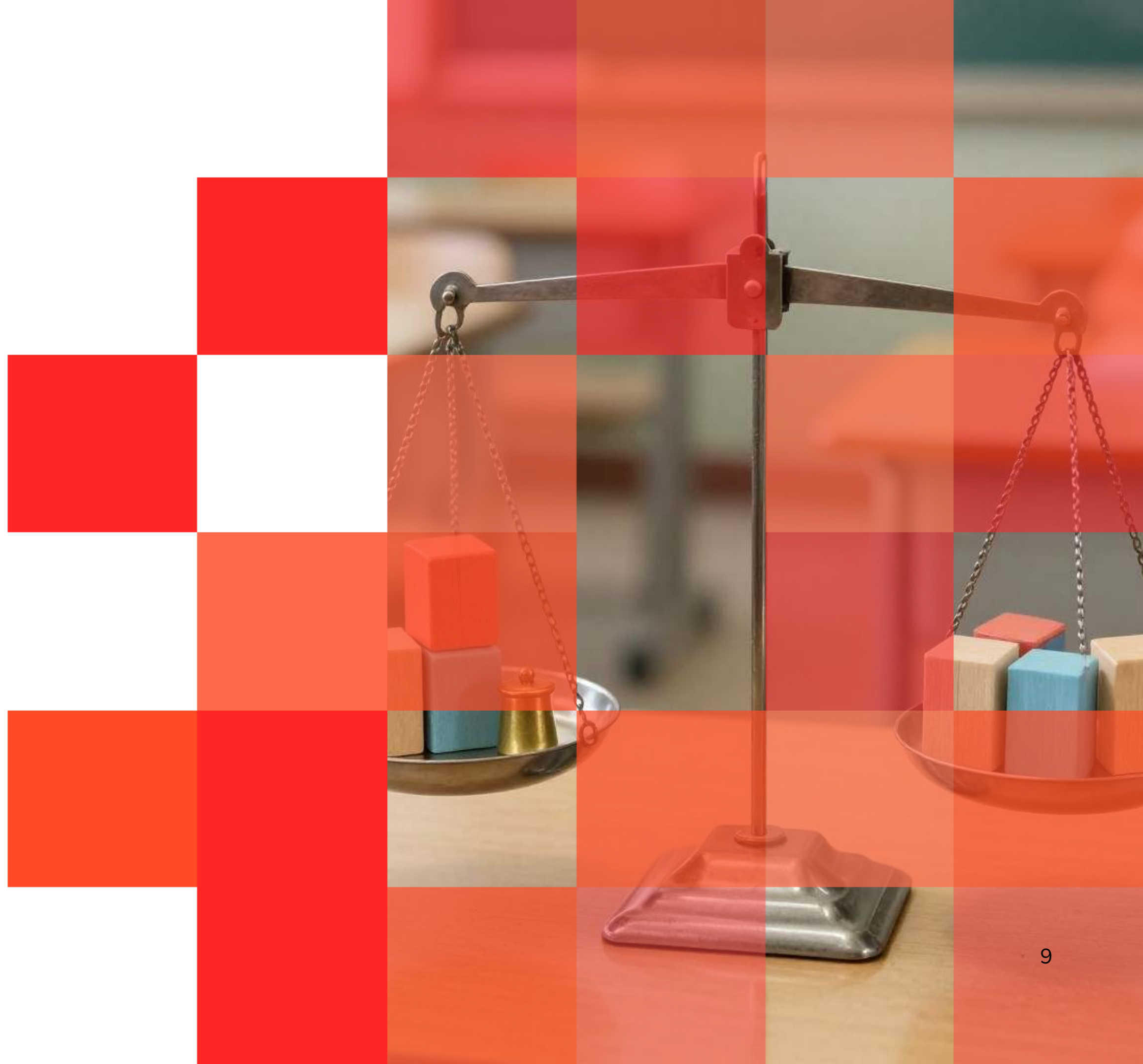
Левая и правая части уравнения похожи на две чаши весов. Пока они уравновешены, равенство верно; если одна часть меняется, другая должна измениться так же.

Одинаковые действия

Если из одной стороны убрать число или добавить его, то то же самое делают и во второй стороне. Тогда равновесие сохраняется, а знак равенства остаётся верным.

Понятный образ

Образ весов помогает запомнить смысл уравнения: обе части должны иметь одинаковое значение. Это особенно полезно, когда нужно объяснить решение без лишних формул.



Уравнения с одной операцией

1

Сложение

В уравнении $x + 9 = 15$ неизвестное находят вычитанием 9. Так переменная остаётся одна, а ответ сразу можно проверить подстановкой.

2

Вычитание

В уравнении $x - 4 = 11$ к 11 прибавляют 4, потому что нужно выполнить обратное действие. После этого получают значение x и проверяют его.

3

Умножение

В уравнении $5x = 35$ делят 35 на 5. Так находят число, которое при умножении на 5 даёт нужный результат.

4

Деление

В уравнении $x : 3 = 8$ умножают 8 на 3. Обратное действие помогает восстановить неизвестное число и убедиться в правильности ответа.

Уравнения в несколько шагов

1. Прочитать запись

Сначала внимательно смотрят на уравнение и определяют, где находится неизвестное число. Это помогает понять, какие действия уже выполнены над буквой.

2. Убрать прибавление или вычитание

Если к неизвестному что-то прибавили или вычли, используют обратное действие. Так переменная быстрее остается одна в одной части уравнения.

3. Освободить множитель

Когда перед буквой стоит число, переходят к делению или умножению. Это позволяет найти значение переменной без лишних вычислений.

4. Проверить результат

После нахождения ответа его подставляют в исходное уравнение. Проверка показывает, верно ли выполнены все шаги и нет ли ошибки в вычислениях.

Типичные ошибки при решении уравнений

Чаще всего ошибки связаны не со сложностью задания, а с невнимательностью при преобразованиях и вычислениях.

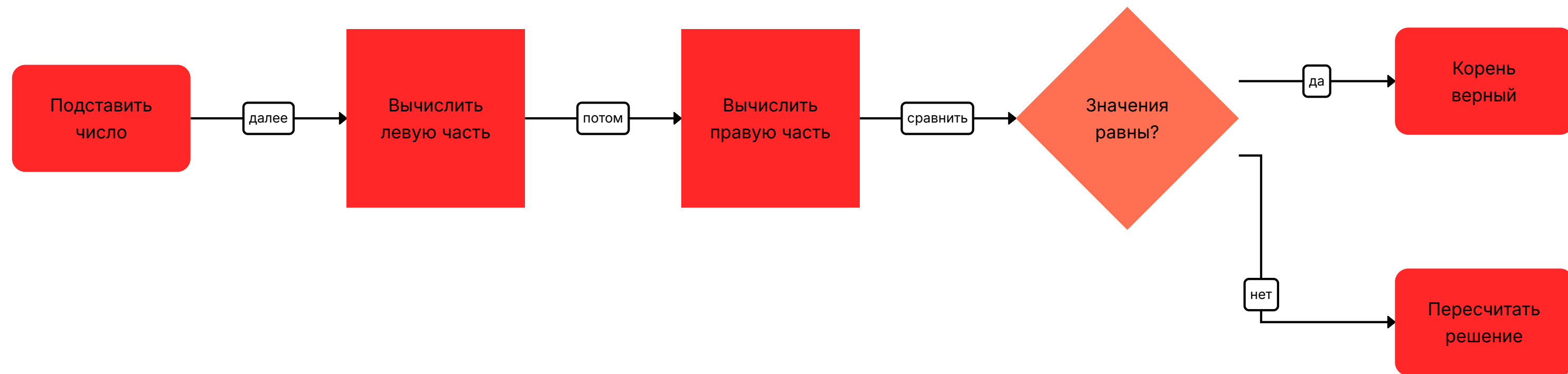
Ошибка	Причина	Способ
Меняют знак	Нет правила	Сохранять равенство
Не раскрывают скобки	Пропуск действия	Раскрыть полностью
Делят на 0	Недопустимо	Выбрать другое
Не проверяют ответ	Нет контроля	Подставить число

Основные ошибки возникают при нарушении равносильных преобразований, пропуске действий и отсутствии проверки. Аккуратная запись уменьшает риск неверного ответа.

Обобщение правил решения уравнений из школьного курса алгебры 7 класса

Проверка найденного корня

Алгоритм показывает, как убедиться, что найденное значение действительно подходит исходному уравнению.



Сколько корней может быть у уравнения

Один корень

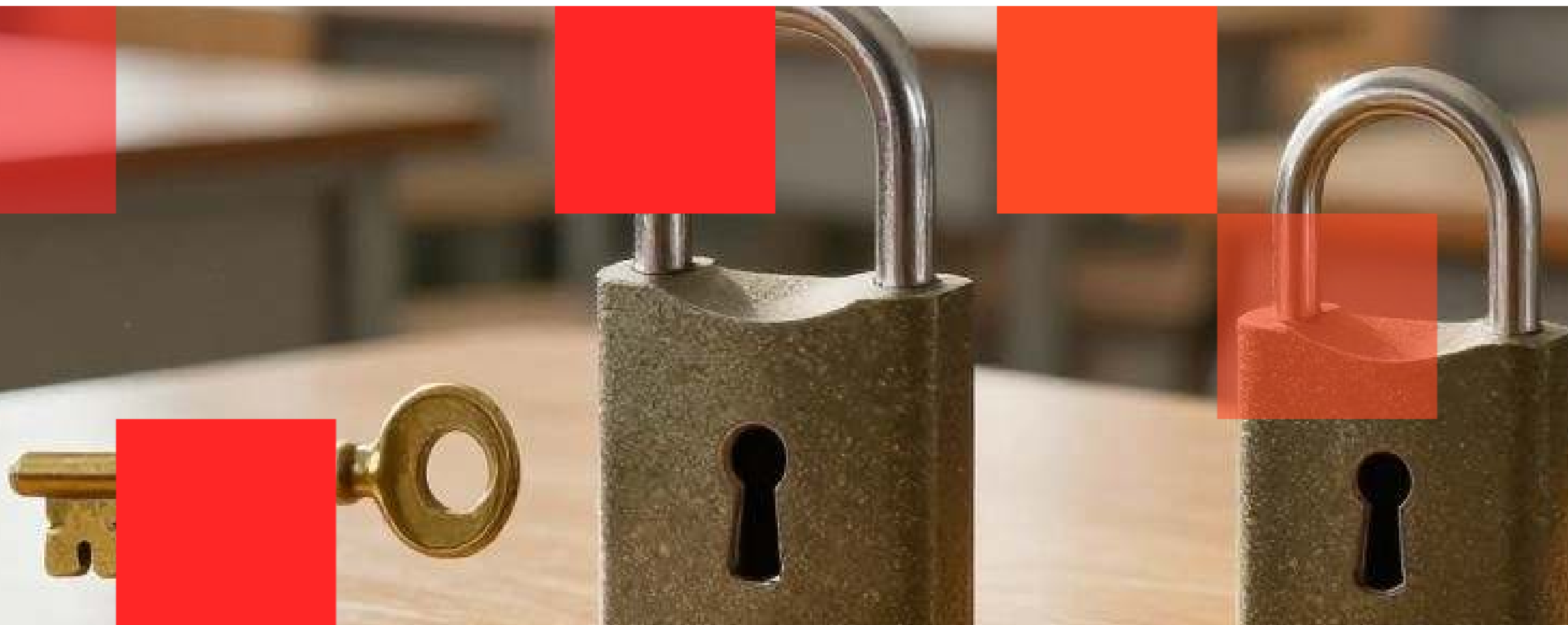
Чаще всего в школьных задачах уравнение имеет одно решение. Например, в записи $x = 7$ подходит только число 7, потому что именно оно делает равенство верным.

Бесконечно много решений

Иногда корнем становится любое число. Так происходит в уравнении $0x = 0$: после умножения на ноль всегда получается ноль, поэтому подходят все значения переменной.

Решений нет

Если после преобразований получается невозможное равенство, корней не существует. В уравнении $0x = 5$ левая часть всегда равна нулю, а правая — пяти, поэтому подходящего числа нет.



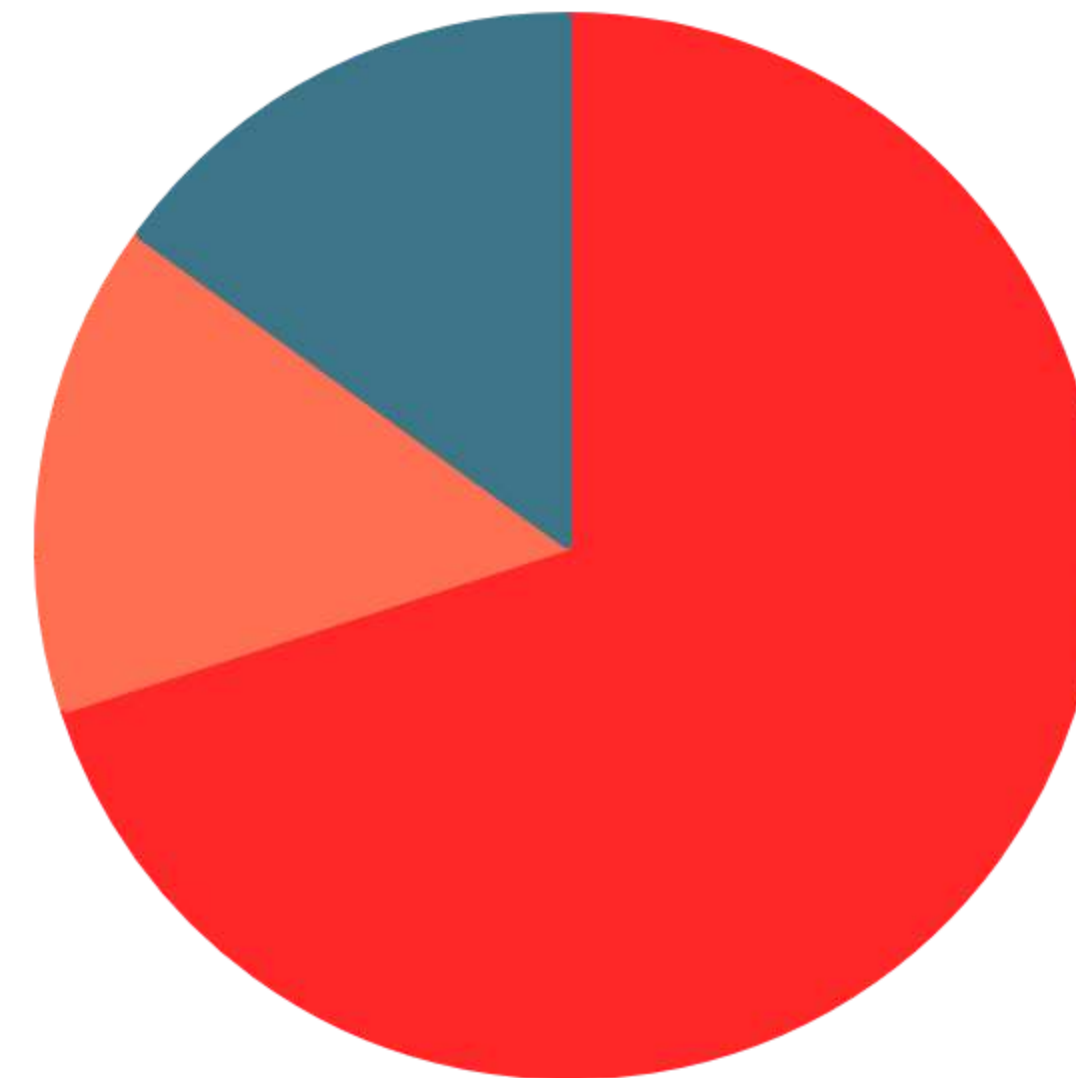
Виды уравнений по числу решений

В школьной практике чаще всего встречаются уравнения с одним ответом, но иногда полезно рассматривать и особые случаи без единственного корня.

Распределение показывает, что тип решения зависит от итогового вида уравнения: большинство задач приводит к одному корню, а особые равенства дают бесконечно много решений или их отсутствие.

Учебная классификация уравнений по числу решений

Одно решение Бесконечно много решений
Нет решений



Уравнения в жизни и учебных задачах



Покупка билетов

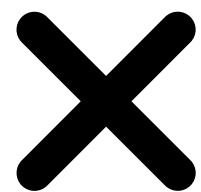
В кассе уравнение помогает связать цену одного билета, количество покупок и сдачу. Если за три билета заплатили 200 рублей и вернули 20 рублей, можно записать $3x + 20 = 200$. Такая запись быстро переводит ситуацию в понятную математическую модель.



Поездка и измерения

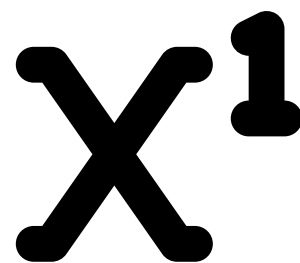
Уравнения нужны не только в магазине, но и на уроках математики, физики и геометрии. С их помощью находят время, расстояние и длину отрезка, когда одна из величин неизвестна. Поэтому умение составлять уравнение экономит время и упрощает решение задач.

Буквы как обозначения неизвестных



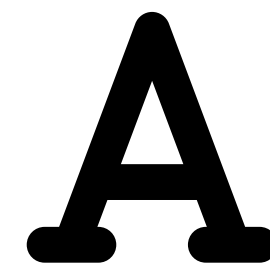
Одна буква — одно число

Внутри одного уравнения буква обозначает конкретное неизвестное число. Если в записи несколько раз встречается x , это всегда одно и то же значение, а не разные числа.



Разные буквы — разные величины

Если в уравнении есть несколько букв, каждая может обозначать свою величину. Это помогает описывать задачи, где неизвестных больше одного и их нужно рассматривать отдельно.



Частые обозначения

Для неизвестных обычно используют x , y , a , b . Эти буквы удобно писать и читать, поэтому они часто встречаются в учебных задачах и простых алгебраических выражениях.

От простых уравнений к более сложным

Сначала — одно действие

- 1 На первых этапах рассматривают записи вроде $x + 7 = 19$ и $4x = 28$. Они учат находить неизвестное по одному шагу и уверенно пользоваться обратными действиями.

Потом — несколько действий

- 2 Затем появляются уравнения, где нужно сначала убрать одно действие, а потом другое. Такой порядок формирует аккуратность и помогает не потеряться в вычислениях.

Дальше — скобки

- 3 Уравнения со скобками требуют внимания к порядку действий. Сначала раскрывают скобки, затем упрощают выражение и только после этого находят корень.

Переход к дробям

- 4 Более сложные задания включают дробные коэффициенты и несколько преобразований подряд. Они подготавливают к изучению алгебры в старших классах и развивают точность вычислений.

Главные правила решения уравнений

Каждое преобразование должно сохранять равенство и не менять множество корней.

Решение строится на трех опорах: одинаковых действиях, обратных операциях и проверке. Если хотя бы одно правило нарушено, результат может оказаться неверным.

Школьные правила
преобразования уравнений

Правило	Смысл	Пример
Одинаковые действия	Равенство сохраняется	+5 к обеим
Обратные действия	Находим x	$x+5=11$
Проверка ответа	Подтверждает решение	$x=6$

Итоги темы «Уравнение и его корни»

Уравнение помогает находить неизвестное число, а корень показывает, при каком значении равенство становится верным. Если применять обратные действия, сохранять равносильность и всегда проверять ответ, решение будет надежным.