

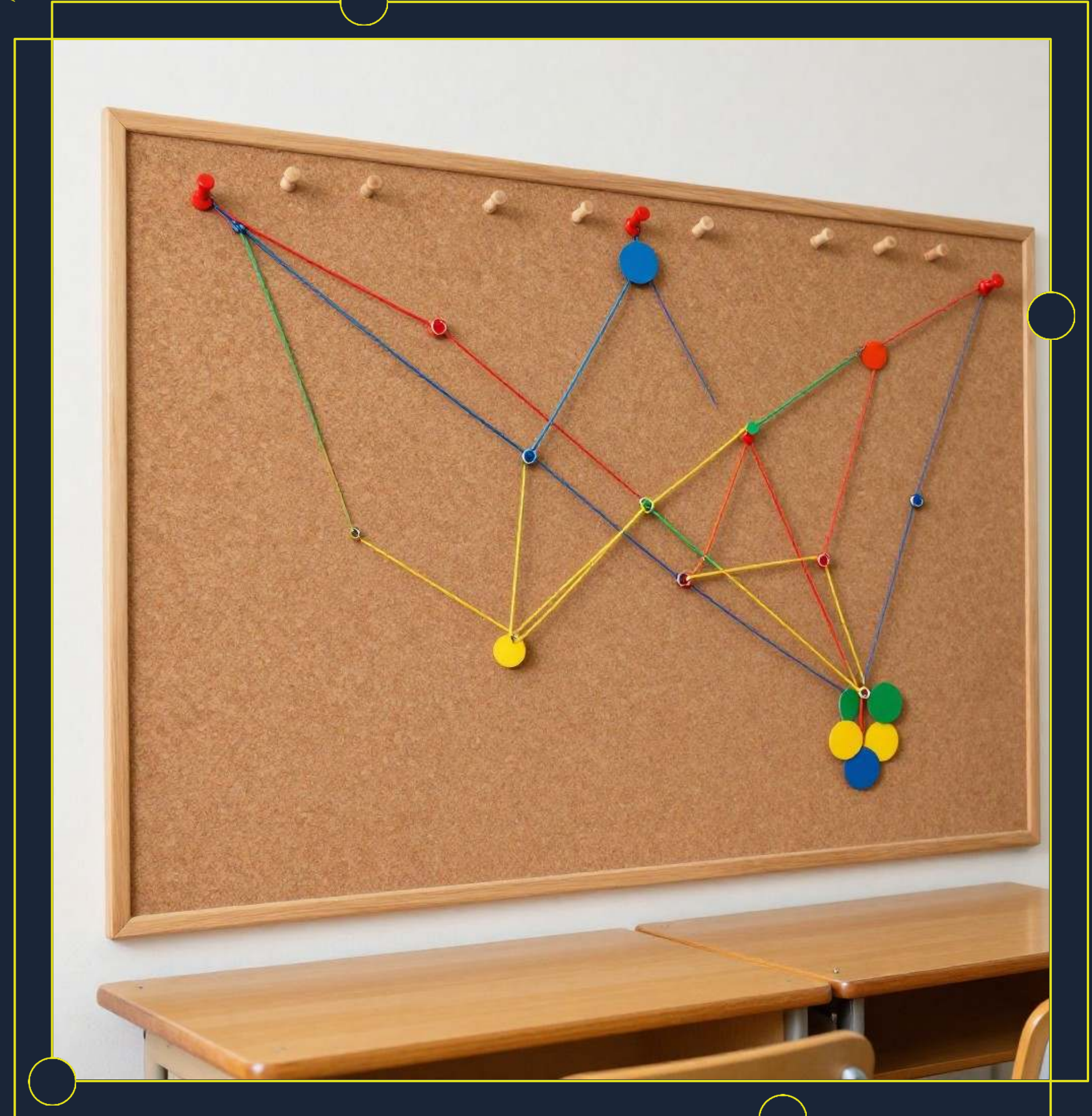
The background features a wooden board with a graph structure. Nodes are represented by small black circles, and edges are represented by colorful strings (blue, green, yellow, red) connected between these nodes. The board is set against a dark blue background with a grid of yellow lines and yellow star-like shapes. A large dark blue circle is centered over the board, containing the title and subtitle.

Подсчет вариантов с помощью графов

Графы помогают увидеть все варианты выбора и не ошибиться

Как графы помогают считать варианты

В алгебре важно не только вычислять, но и быстро находить все возможные ответы. Графы делают задачи на выбор, маршруты и последовательности наглядными и понятными для проверки.



Основные элементы графа

Вершина

Вершина обозначает объект, состояние или выбор. В задачах на подсчет вариантов она помогает выделить каждую точку, из которой начинается или в которую приходит путь.

Ребро

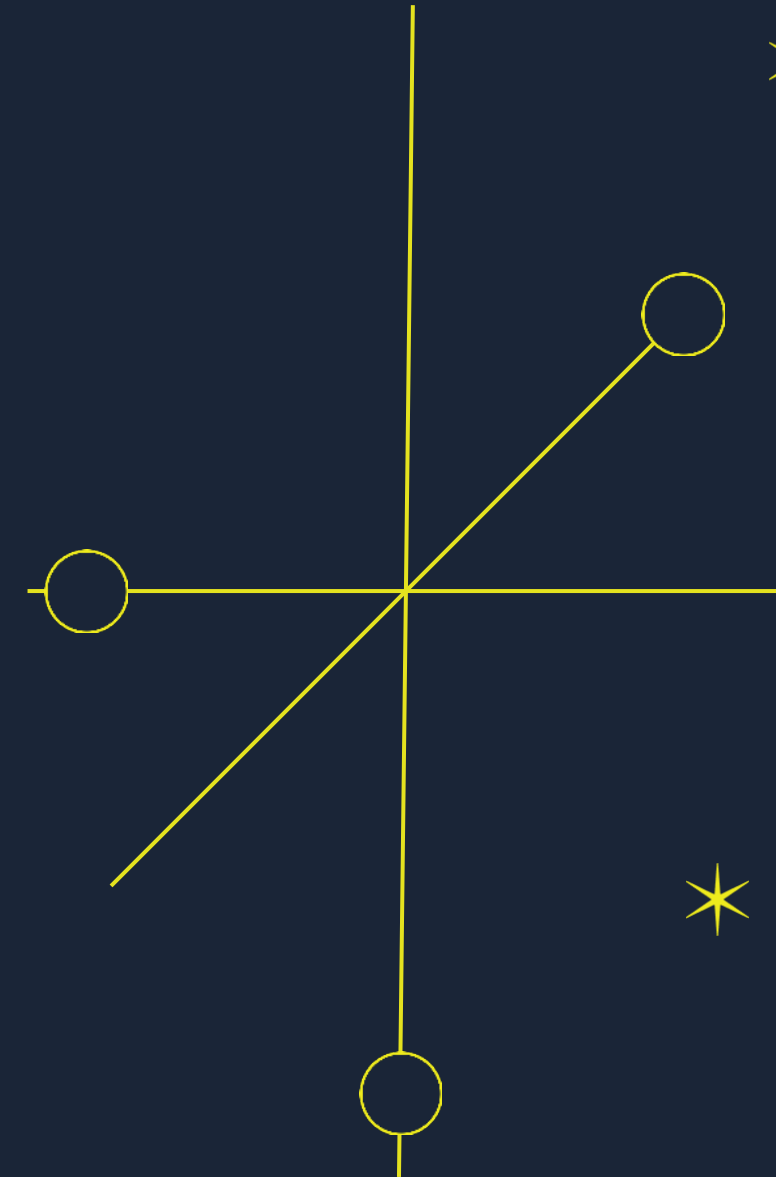
Ребро показывает переход между вершинами. Оно соединяет варианты между собой и помогает понять, какие действия можно выполнить дальше без пропуска возможных путей.

Направление

В ориентированном графе переход задается стрелкой, а в неориентированном направление не учитывается. Это важно, когда путь можно пройти только в одном или в обоих направлениях.

Разветвление

Разветвление показывает, где число вариантов увеличивается. Именно в таких местах удобно применять граф, потому что на схеме сразу видно, сколько путей продолжается дальше.



Дерево вариантов как наглядная схема выбора

1 Начало выбора

Сначала отмечают исходную точку или первый шаг. От нее строятся все дальнейшие ветви, чтобы каждый возможный путь был виден отдельно и не смешивался с другими.

2 Переход по уровням

На каждом следующем уровне добавляют новые варианты. Так схема постепенно расширяется, а количество ветвей показывает, как меняется число возможных решений.

3 Один путь — один ответ

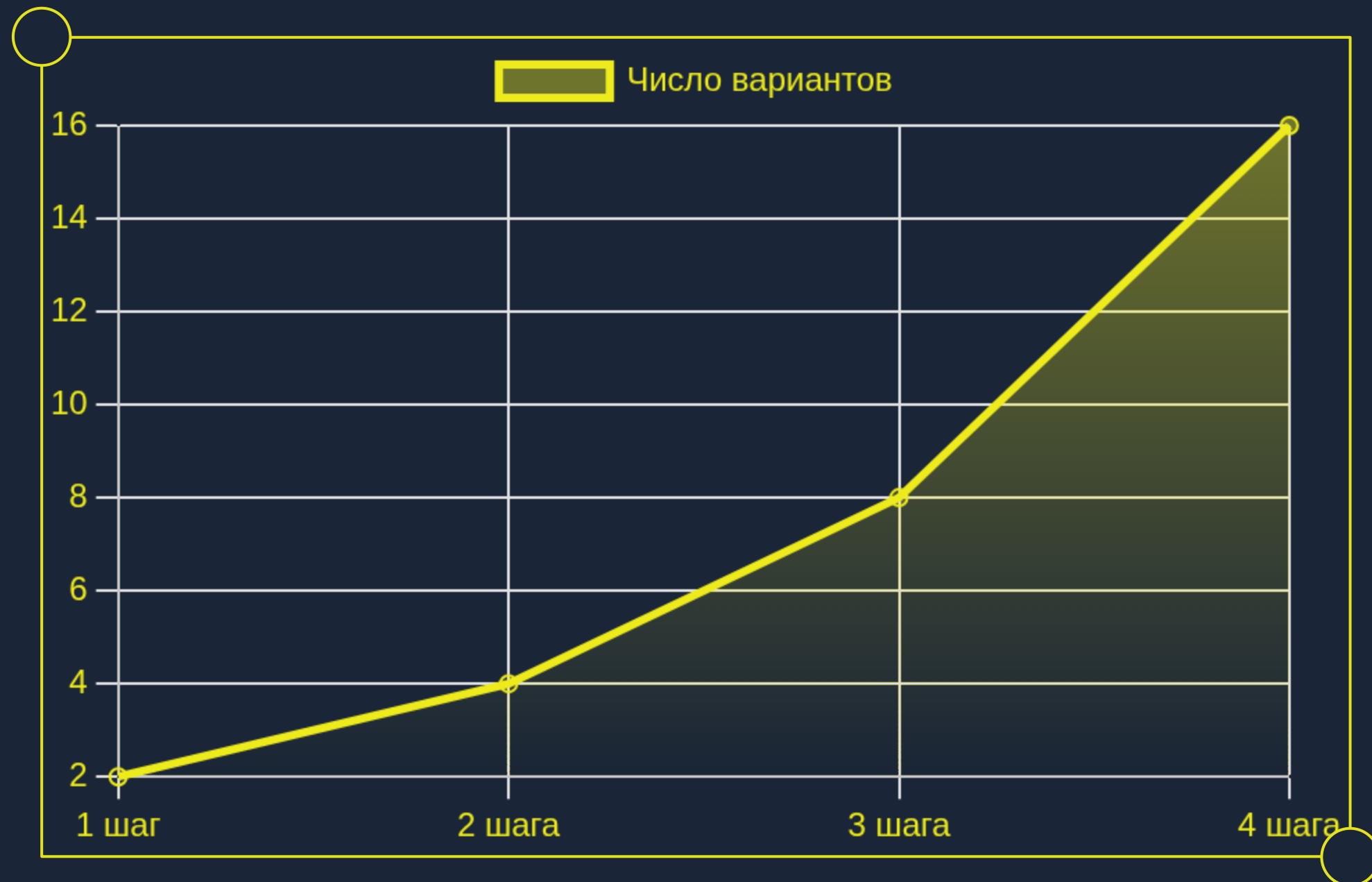
Каждая ветвь от начала до конца соответствует отдельному варианту. Поэтому дерево удобно использовать там, где нужно перечислить все ответы по шагам и ничего не забыть.

4 Понятный пример

Маршрут от дома до школы легко изобразить как дерево: дом, развилка, улица, школа. Такая схема помогает увидеть все дороги сразу, а не вспоминать их по памяти.



Как быстро растет число вариантов



Даже в короткой задаче количество решений увеличивается очень заметно, если каждый новый выбор удваивает предыдущий результат.

Число вариантов растет по схеме удвоения, поэтому дерево быстро становится большим.

Схематический пример для учебной задачи: 1 шаг — 2, 2 шага — 4, 3 шага — 8, 4 шага — 16.

6

путей получается,
если сначала есть 3
выбора, а затем к каждому
добавляется еще 2.

На графе это видно как последовательное ветвление: каждый первый выбор соединяется с несколькими следующими. Если шаги независимы, количество вариантов удобно перемножать.

Учебный пример на правило умножения: $3 \times 2 = 6$.

Способы подсчета вариантов и их применение

Три способа помогают решать задачи разной сложности и проверять ответ без пропусков.

Чем сложнее задача, тем полезнее графическая схема: она делает перебор наглядным и уменьшает риск ошибки.

Способ	Когда применять	Особенность
Полный перебор	Мало вариантов	Считаем все
Дерево вариантов	Выбор по шагам	Видны ветви
Правило умножения	Шаги независимы	Быстрый счет

Обобщение учебных способов подсчета вариантов.

Маршруты на карте как пример графа

От дома к первой развилке

Представьте район, где от дома можно выйти на две разные улицы. Каждая улица ведет к следующей точке, и уже на этом шаге видно, как граф разделяет один маршрут на несколько возможных путей.



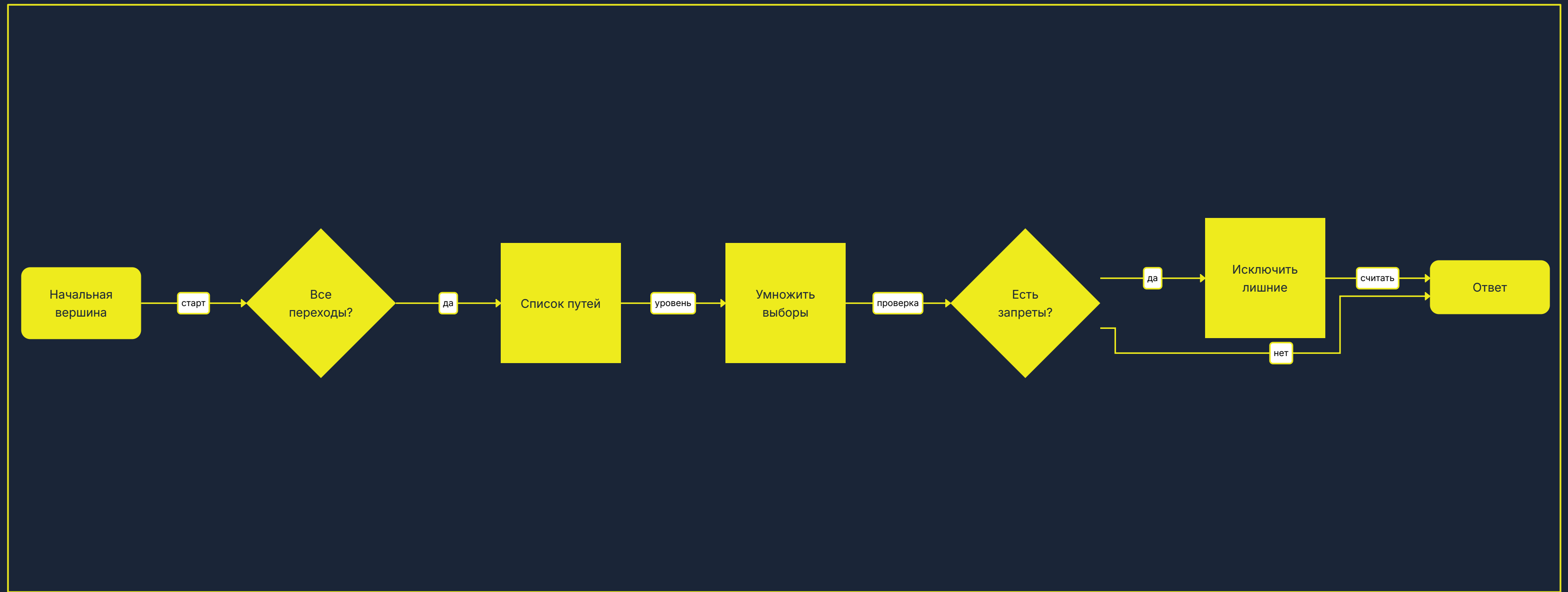
Дальше по разным дорогам

После развилки открываются еще три поворота, и каждый из них дает новый маршрут к нужному месту. Такая схема похожа на карту возле школы: перекрестки становятся вершинами, а дороги — ребрами.



Порядок подсчета вариантов по графу

Алгоритм решения задач на разветвляющемся графе



Где графы используются в жизни

Транспорт

На схемах метро и автобусных маршрутов вершины обозначают станции, а ребра показывают пересадки и направления движения между ними.

Игры

В компьютерных играх граф помогает описывать уровни, переходы между локациями и возможные действия игрока на каждом шаге.

Социальные сети

Люди в сети можно представить как вершины, а связи между ними — как ребра. Так удобно понимать, кто с кем связан.

Карты и маршруты

На картах граф используют для поиска пути между точками. Это помогает находить все варианты движения и выбирать удобный маршрут.



Число путей по уровням дерева



Каждый следующий уровень удваивает число ветвей, поэтому даже короткая схема быстро дает много ответвлений.

Рост идет по степени двойки: 2, 4, 8, 16. Это удобно для быстрой проверки ответа без полного перебора.

Учебный пример по теме подсчета вариантов, без внешних данных.

Пример с выбором одежды

1

Выбор футболки

Сначала выбирается одна из трех футболок. На дереве вариантов это первый уровень разветвления, где каждая ветвь обозначает отдельный стартовый выбор и ведет к следующему шагу.

2

Добавление шорт

Затем к каждой футболке можно подобрать одну из двух пар шорт. Поэтому от каждой первой ветви отходят еще две, и число сочетаний увеличивается в два раза.

3

Подсчет результата

Всего получается $3 \times 2 = 6$ сочетаний. Такой пример показывает, как поэтапный выбор превращается в полный список вариантов, который легко увидеть на схеме без лишних вычислений.



Сравнение трех задач

Учебные примеры по комбинаторике для 7 класса.

Задача	Вершины	Вариантов
Маршрут	перекрестки	6
Одежда	вещи	6
Код	цифры	8

В каждой задаче граф помогает организовать выбор по шагам и быстро посчитать все допустимые варианты.

Смысл графа не меняется: меняются только объекты выбора. Важно считать все ветви и не смешивать разные уровни.

Пути без повторов и ограничения в задаче

1 Запрещенные повторы

В некоторых маршрутах нельзя дважды заходить в одну и ту же вершину. Тогда путь считается допустимым только при соблюдении этого условия, а повторяющиеся варианты сразу исключаются.

2 Ограниченные ребра

Иногда часть переходов недоступна по условию задачи. На схеме такие ребра не учитываются, поэтому подсчет ведется только по разрешенным ветвям, а лишние пути не записываются.

3 Отбор вариантов

Чтобы не ошибиться, полезно сначала выделить все допустимые линии, а затем считать только их. Так граф помогает отделить правильные решения от тех, что нарушают правило.

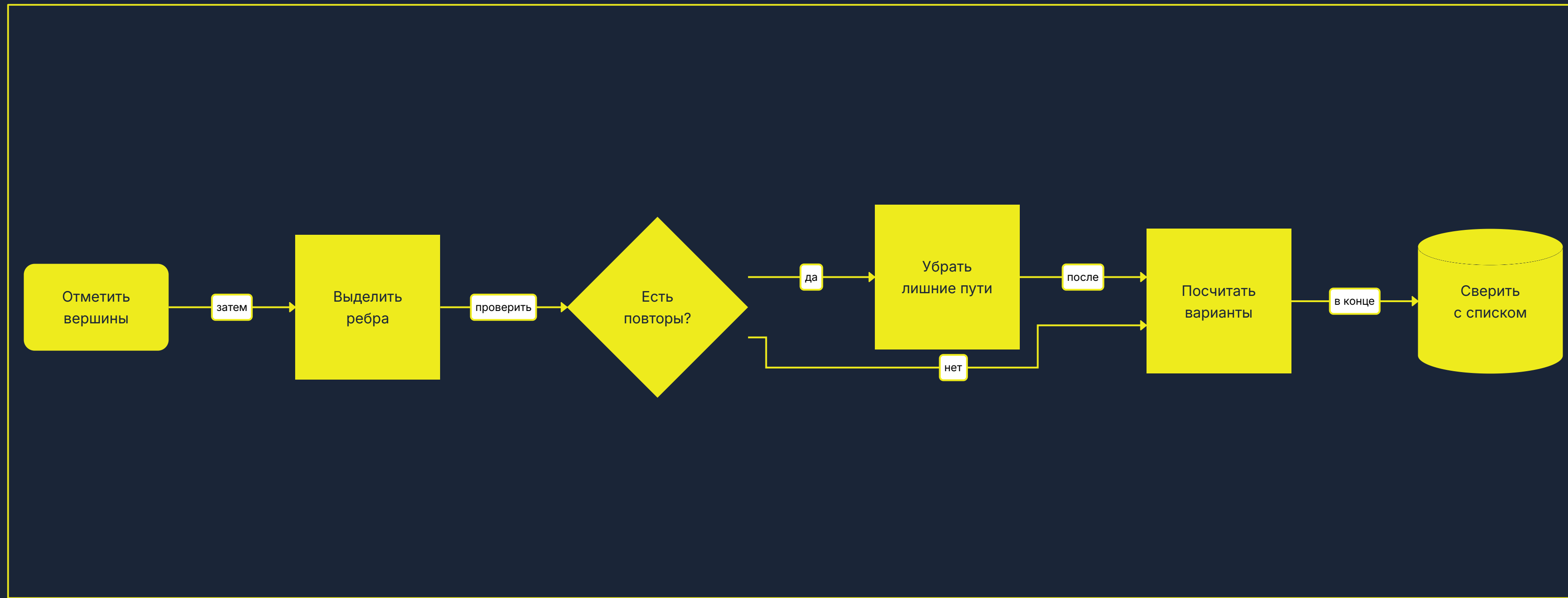
4 Проверка списка

После подсчета стоит еще раз просмотреть рисунок и убедиться, что каждый путь попал в ответ ровно один раз. Это особенно важно в задачах с несколькими ограничениями.



Проверка ответа по графу

Последовательность действий при подсчете вариантов на схеме



Почему граф удобнее длинного списка

Видна структура

Граф сразу показывает, где начинается выбор и как он разветвляется. Вместо длинной записи ученик видит схему целиком и быстрее понимает, сколько шагов нужно учитывать.

Легче искать ошибки

На рисунке проще заметить пропущенную ветвь или повторяющийся путь. Это делает проверку ответа надежнее, чем в длинном перечне, где легко потерять одну строку.

Порядок действий

Когда путь разбит на уровни, подсчет идет по шагам. Такой способ помогает не смешивать варианты разных этапов и не сбиваться при вычислении общего числа решений.

Быстрая проверка

Если результат получен по правилу умножения, граф позволяет быстро сверить его с полной схемой. Это особенно полезно в задачах с несколькими последовательными выборами.

Рост числа вариантов в простой задаче



Даже при небольшом числе шагов количество решений быстро становится заметным, если каждый выбор удваивает предыдущий результат.

Последовательное умножение приводит к стремительному росту вариантов. Поэтому граф особенно полезен там, где решений становится очень много.

Учебный пример по теме подсчета вариантов, без внешних данных.

Связь с комбинаторикой

1

Что изучает раздел

Комбинаторика рассматривает способы выбора, расположения и соединения объектов. Подсчет вариантов с помощью графов относится именно к этим задачам, потому что показывает все возможные комбинации шаг за шагом.

2

Почему нужен граф

Схема помогает увидеть, как отдельные выборы складываются в полный ответ. Это удобно, когда нужно не просто назвать число, а понять, откуда оно получилось.

3

Переход к вычислению

Сначала ученик рисует ветви, затем считает их по уровням и получает точный результат. Так наглядное изображение превращается в алгебраический способ решения задачи.

4

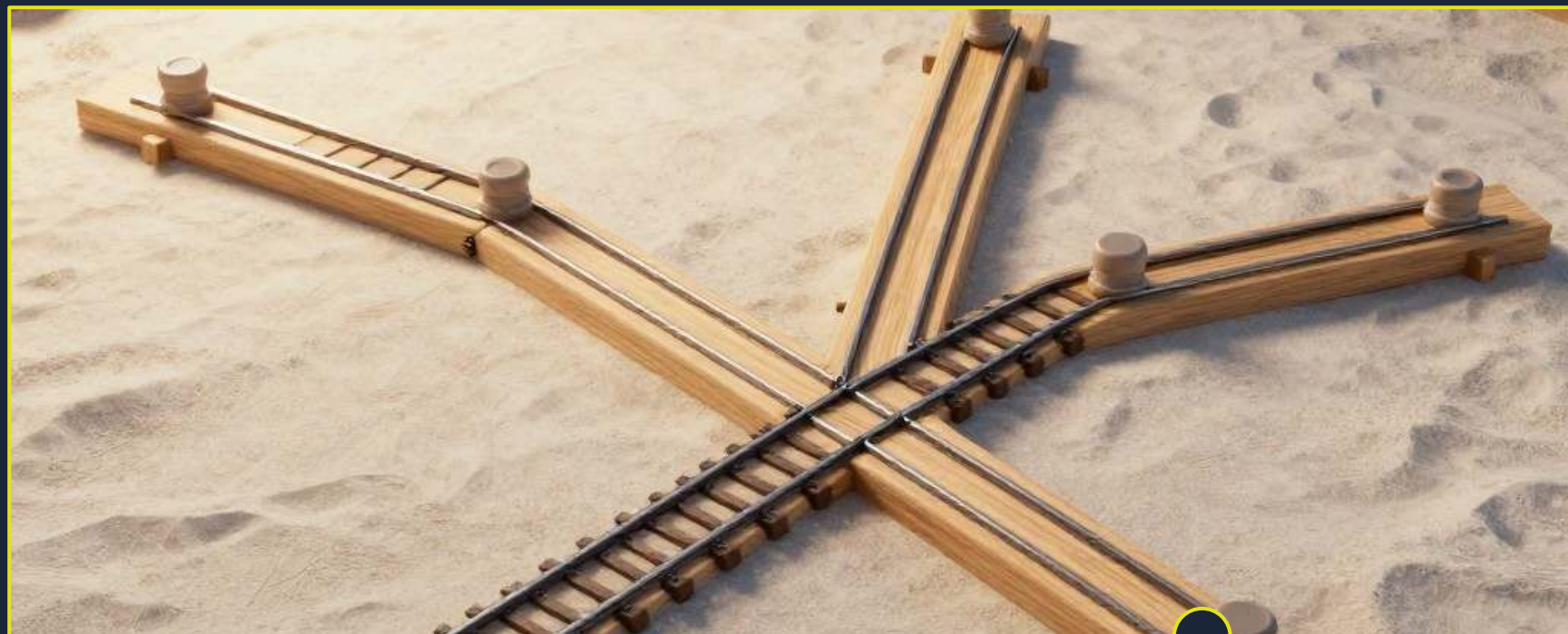
Практический смысл

В 7 классе такой подход соединяет рисунок, логику и вычисление. Он помогает быстрее разбирать задачи и увереннее проверять ответы без лишних пересчетов.

Правило умножения на коротком примере

Два пути, шесть решений

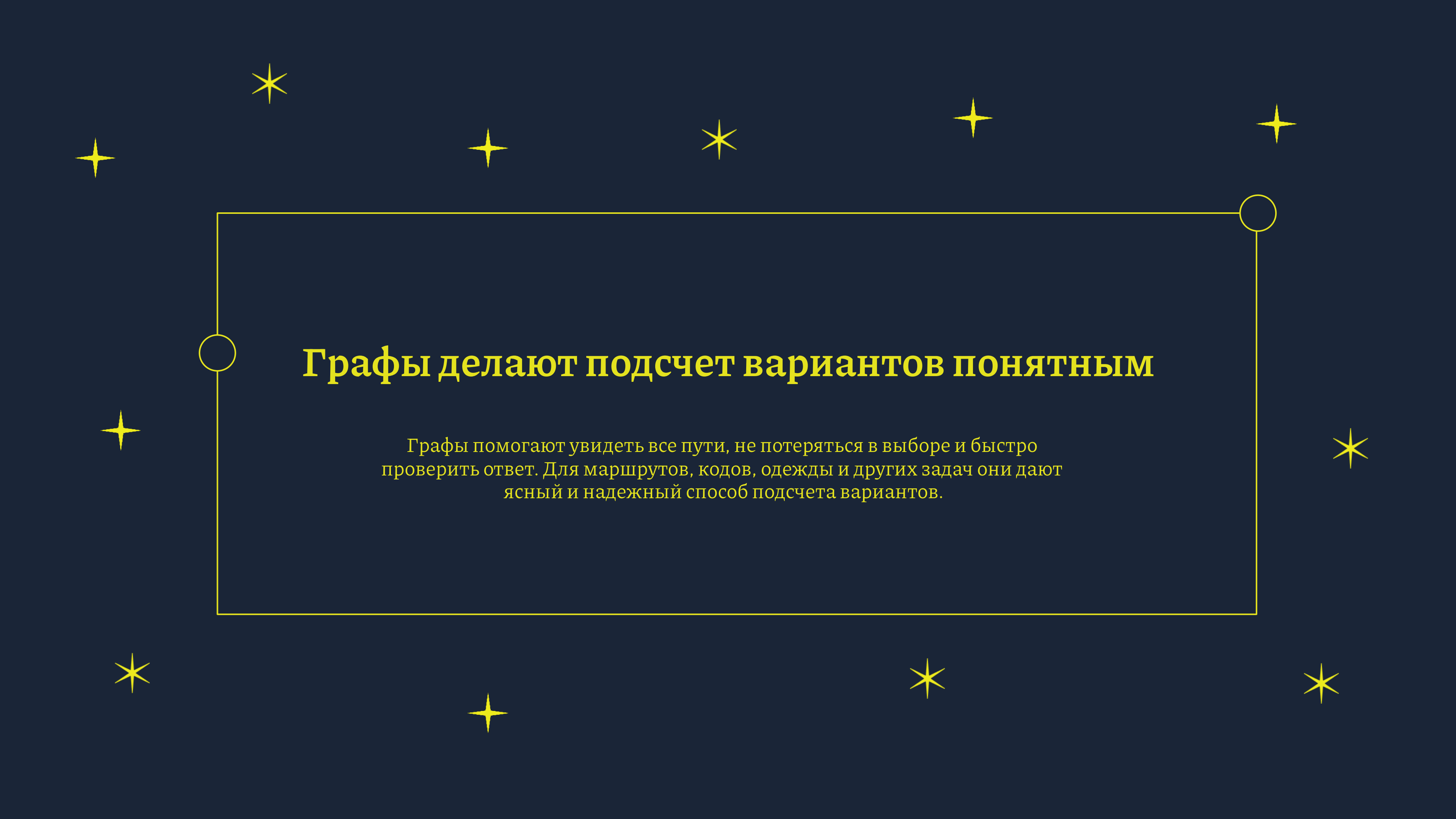
Из точки А выходит две дороги, а дальше каждая из них разветвляется еще на три. Если перечислить все маршруты на схеме, получится $2 \times 3 = 6$ вариантов. Разные линии помогают не запутаться и увидеть, как два шага дают полный набор решений.



Как граф показывает умножение

На первом уровне видно два выбора, на втором — по три продолжения для каждого. Поэтому каждое ребро первого уровня соединяется с тремя последующими, а общий ответ получается умножением. Такой рисунок удобно использовать для быстрой проверки вычислений.





Графы делают подсчет вариантов понятным

Графы помогают увидеть все пути, не потеряться в выборе и быстро проверить ответ. Для маршрутов, кодов, одежды и других задач они дают ясный и надежный способ подсчета вариантов.