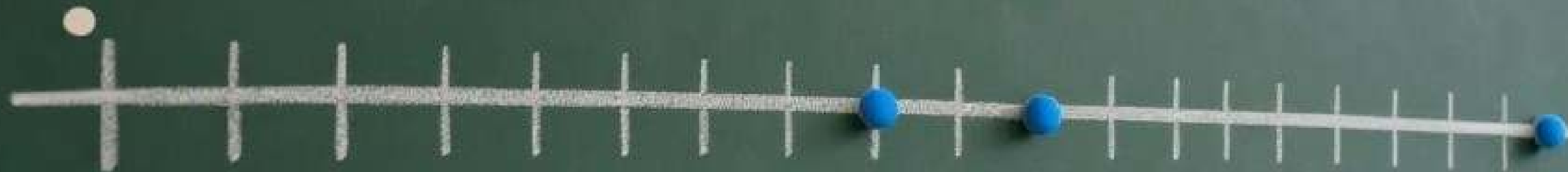


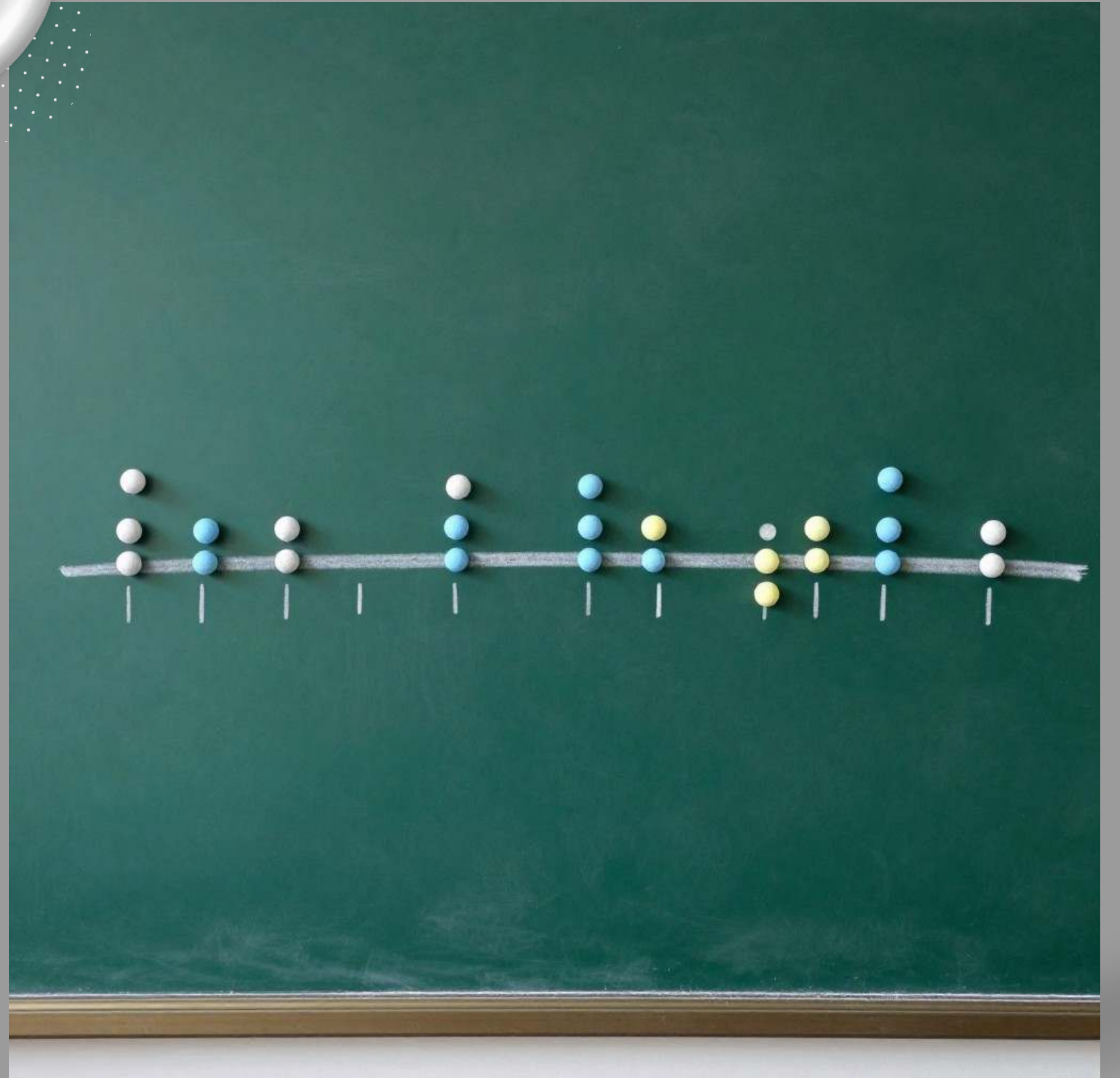
Множества точек на координатной прямой

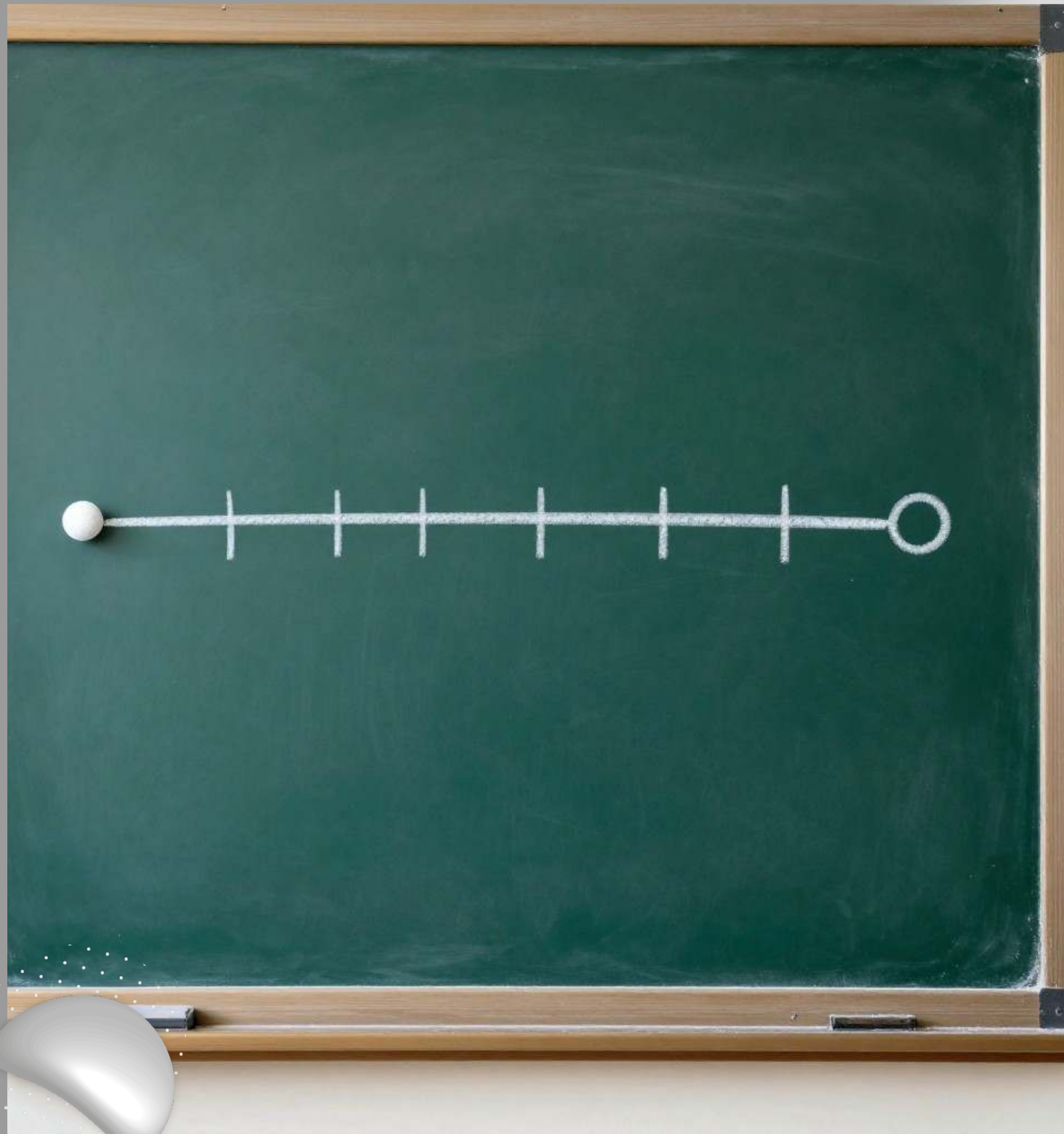
Числа, границы и неравенства на одной прямой



Почему эта тема важна в 7 классе

Координатная прямая помогает увидеть не отдельные числа, а целые области значений. Эта тема связана с неравенствами, сравнением чисел и чтением графических записей в задачах о времени, температуре, росте и длине.





Что такое множество точек

Общее свойство

Множество точек — это набор точек, объединённых одним условием. На прямой таким условием может быть ограничение на значение x , например $x > 3$ или $1 < x < 5$.

Каждое число — это точка

Любому числу на координатной прямой соответствует одна точка. Поэтому запись множества через числа позволяет сразу понять, какие точки подходят, а какие исключаются.

Условие и рисунок

Одно и то же множество можно задать словами, неравенством и изображением на прямой. Выделенная часть линии показывает все точки, которые удовлетворяют условию.

Границы множества

Граница отделяет подходящие точки от неподходящих. В одних случаях она входит в множество, в других — нет, и это обязательно видно по записи и рисунку.

Координатная прямая и положение точки

4

Начало отсчёта

Точка 0 делит прямую на две части. Справа находятся положительные числа, слева — отрицательные, поэтому по координате легко определить положение любой точки.

Единичный отрезок

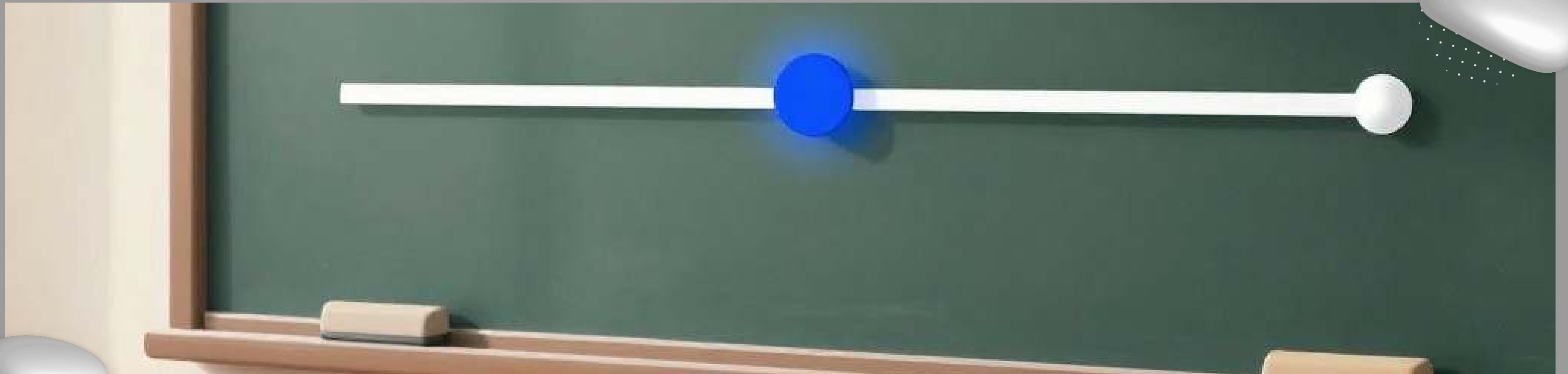
Расстояние между соседними целыми числами обычно принимают за один единичный отрезок. Это помогает точно отмечать точки и сравнивать их координаты.

Направление вправо

На чертеже удобно показывать стрелку вправо: так видно, где растут значения. Тогда числа 1, 2, 3 располагаются правее нуля, а -1 , -2 — левее.

Подписи на схеме

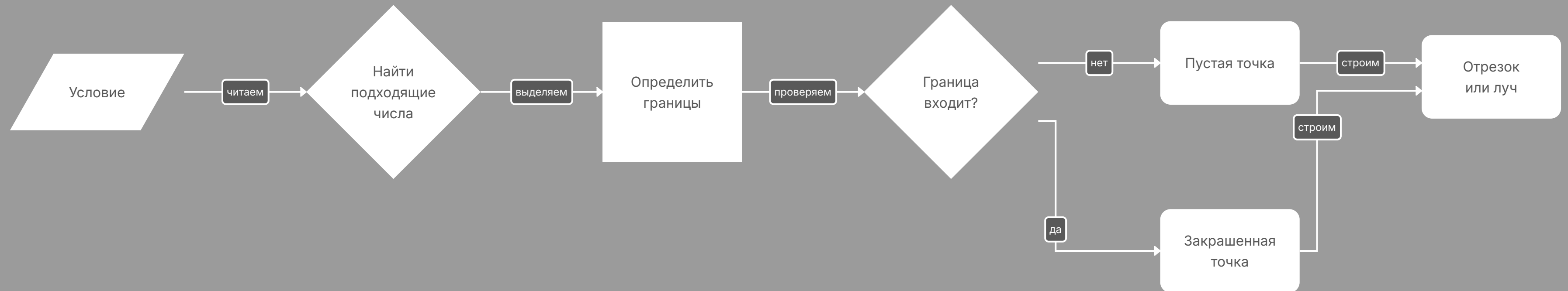
Подписи 0, 1, 2, -1 , -2 делают рисунок понятным и позволяют быстро читать координаты. По ним удобно проверять, не перепутано ли положение точки.



Как читать запись множества на прямой

5

Схема показывает путь от условия к изображению множества и выбору границ.



Основные виды множеств на координатной прямой

Вид	Запись	Границы	Пример
Отрезок	$[a; b]$	обе входят	$[2; 6]$
Луч	$x \geq a$	одна входит	$x \geq 3$
Промежуток	$a < x < b$	обе не входят	$1 < x < 4$

- Эти записи показывают, какие точки входят в множество и как оно выглядит на прямой.
- По виду записи сразу видно, сколько границ у множества и входят ли они в ответ.

Как знаки неравенства связаны с границами

7

- Строгие и нестрогие знаки отличаются только отношением к границе, но это полностью меняет изображение на прямой.
- Если знак строгий, граница исключается; если нестрогий, она принадлежит множеству и отмечается закрашенной точкой.

Отрезок как множество точек

1

Две границы

Отрезок $[a; b]$ содержит все числа от a до b вместе с концами. Его удобно использовать, когда нужно указать точный допустимый диапазон.

2

Пример с числами

Если $a=2$ и $b=6$, то множеству принадлежат 2, 3, 4, 5 и 6. Между границами нет пропусков, поэтому все промежуточные точки тоже входят.

3

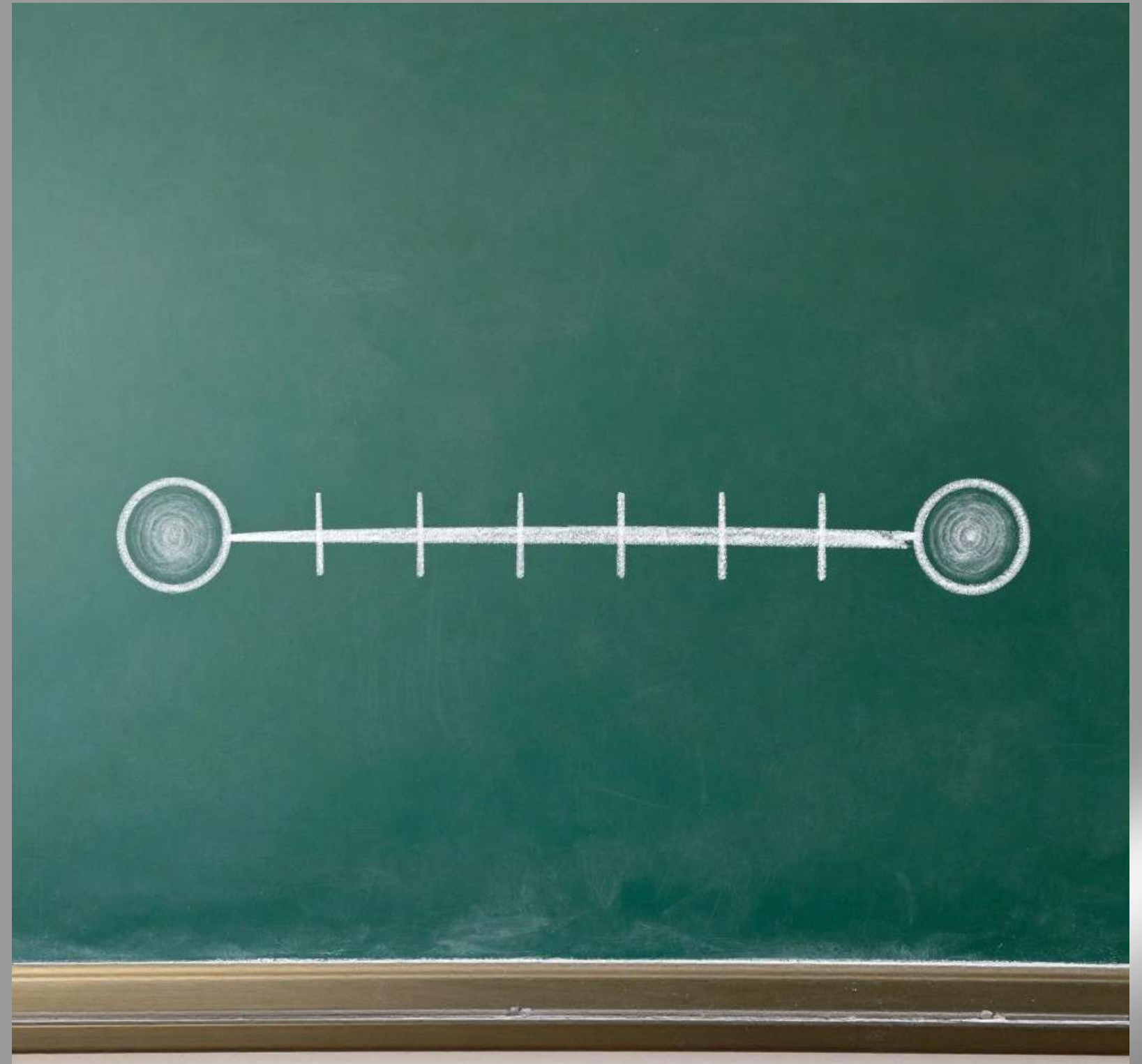
Как выглядит на прямой

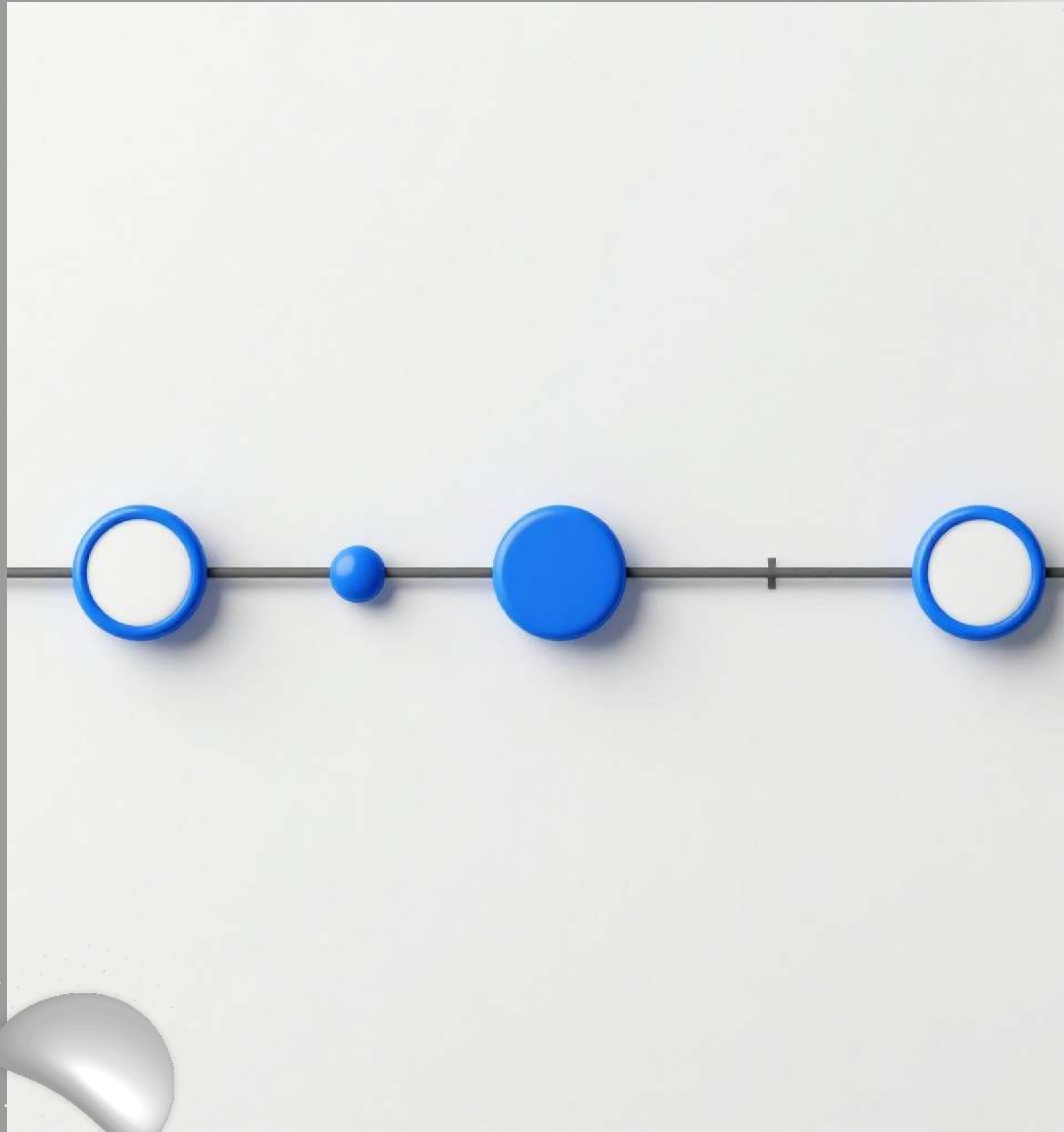
На координатной прямой отрезок изображают сплошной линией между двумя закрашенными точками. Закрашивание показывает, что обе крайние точки входят в множество.

4

Почему он конечный

У отрезка есть две известные границы, поэтому его длина конечна. Он не продолжается дальше влево или вправо, а заканчивается на заданных числах.





Промежуток и открытые границы

Только внутренние точки

Промежуток $a < x < b$ включает числа строго между границами. Значит, подходят все значения внутри, но сами крайние числа a и b исключаются из множества.

Пример записи

Неравенство $1 < x < 4$ означает, что x больше 1 и меньше 4. Подходят 1,5; 2; 3,9, а 1 и 4 не входят в ответ.

Пустые кружки

На рисунке открытые границы показывают пустыми кружками. Это быстро подсказывает, что крайние точки не принадлежат множеству и их нельзя включать в ответ.

Сравнение отрезка, луча, промежутка и полупромежутка

10

- Одинаковый тип записи может означать очень разные множества: конечные, бесконечные и с разным отношением к границам.
- Чтобы не ошибиться, нужно смотреть сразу на число границ, их принадлежность и наличие бесконечного продолжения.



**это означает, что луч содержит бесконечно
много точек и его нельзя перечислить
поштучно.**

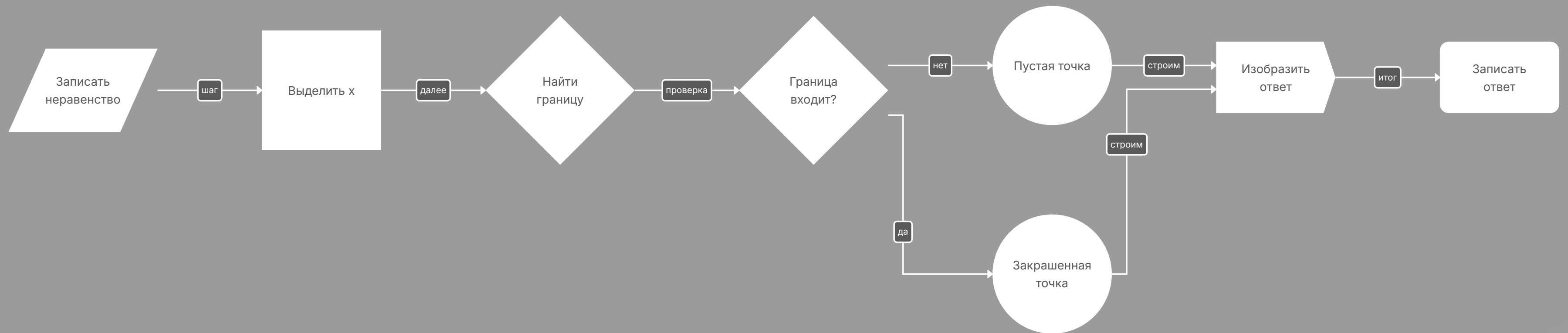
Луч задаёт сразу целую область значений, а не отдельные
числа. Это удобно, когда условие выполнено для всех
подходящих точек.

Математическое понятие бесконечного множества.

Как решить неравенство и записать ответ

12

Последовательность действий при работе с неравенством и его изображением на координатной прямой.



Символы записи множеств

- Короткая памятка по знакам, которые показывают, входит ли граница в множество.
- Один знак сразу показывает, включена ли крайняя точка, поэтому запись и рисунок легко сопоставить.

Символ	Значение	Пример
$<, >$	строго	$x < 3$
$\leq, \geq$	включая границу	$x \geq 0$
$[]$	граница входит	$[2; 5]$
$()$	граница не входит	$(1; 4)$

Две операции над множествами



Когда нужна общая часть

Если два множества пересекаются, нас интересуют только числа, которые подходят сразу обоим условиям. На числовой прямой это выглядит как общий участок, выделенный плотнее или другим цветом. Такой приём помогает быстро увидеть решение системы ограничений.



Когда нужны все подходящие точки

Объединение собирает точки из обоих множеств без потери. Если одно условие верно для одной части прямой, а другое — для другой, объединение показывает весь допустимый диапазон. На рисунке это обычно две выделенные области, соединённые в один ответ.

Где в жизни встречаются множества точек

- Такие диапазоны удобно переводить в неравенства: они задают границы допустимых значений в реальных ситуациях.
- Во всех примерах главное — не отдельное число, а допустимый интервал значений. Поэтому неравенство и прямая работают вместе.

Типичные ошибки при работе с границами

Путаница в знаке

Строгие и нестрогие неравенства выглядят похоже, но дают разный ответ. Если перепутать $<$ и $\leq$, на прямой изменится принадлежность крайней точки.

Неверное направление

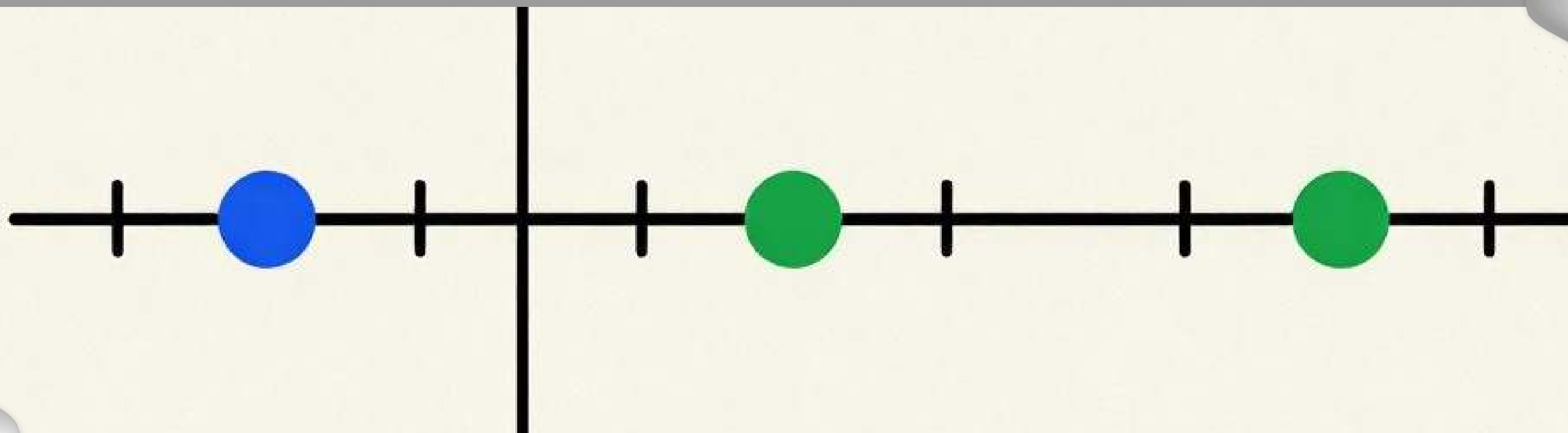
Луч должен идти туда, где находятся подходящие числа. Ошибка в направлении сразу меняет множество и делает ответ несовместимым с условием.

Пустая и закрашенная точка

Закрашенная точка означает, что граница входит в множество, а пустая — что не входит. Если отметить их неверно, рисунок перестанет соответствовать неравенству.

Скобки в записи

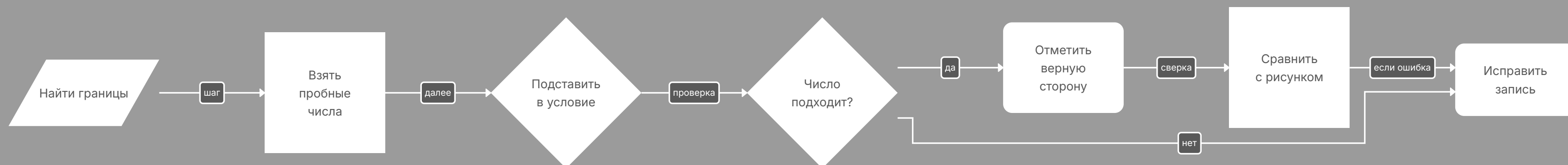
У отрезка и промежутка разные скобки, поэтому важно читать запись внимательно. Круглые скобки показывают исключённую границу, квадратные — включённую.



Как проверить правильность ответа

17

Проверка по пробным значениям помогает сопоставить условие, запись и рисунок на прямой.



Множества точек в задачах по алгебре

18



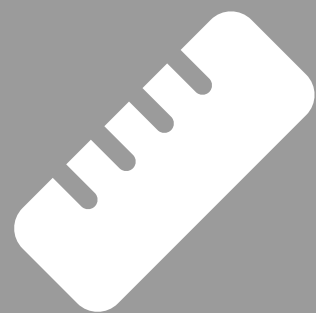
Движение

Задачи о скорости и пути часто задают допустимый диапазон значений. Тогда удобнее записать условие неравенством и сразу увидеть его на координатной прямой.



Покупки

При цене, количестве или сумме покупки нередко есть нижняя или верхняя граница. Это помогает быстро понять, какие числа подходят, а какие уже нет.



Измерения

Длина, масса и температура почти всегда выражаются числом с ограничением. Поэтому множество точек удобно использовать для описания реальных измеряемых величин.



Возраст и допуск

Возраст для участия в конкурсе или экзамене обычно задаётся минимальным значением. Такое условие легко переводится в неравенство и отмечается лучом.

Одно множество — разные записи

Словами	Неравенством	На прямой
от 2 до 5	$2 \leq x \leq 5$	отрезок
больше 7	$x > 7$	луч
не больше 4	$x \leq 4$	луч
между 1 и 3	$1 < x < 3$	промежуток

- Сравнение словесной записи, неравенства и изображения на прямой показывает, что это один и тот же объект.
- Разные формы записи удобны для разных задач, но описывают одинаковый набор точек.

Главная идея темы

Координатная прямая помогает видеть не отдельные числа, а целые области значений. Если уверенно читать границы, знаки и рисунок, можно точно записывать ответы и проверять их без ошибок.