

Многоугольники: основные понятия и свойства

Поймём, как устроены многоугольники и где они встречаются.



Многоугольники вокруг нас



Формы многоугольников встречаются в зданиях, знаках, узорах и чертежах. Изучая их, легче понимать углы, стороны, площади и закономерности, которые помогают решать геометрические задачи.



Что такое многоугольник



Замкнутая линия

Многоугольник образован замкнутой ломаной: её звенья соединяются последовательно и полностью ограничивают часть плоскости. Если линия не замкнута, фигура многоугольником не считается.



Минимум три стороны

У многоугольника всегда не меньше трёх сторон, а значит, не меньше трёх вершин. Каждая сторона — это отрезок, соединяющий две соседние вершины фигуры.



Внутренняя область

Вся часть плоскости внутри замкнутой ломаной называется областью многоугольника. Именно с этой областью связаны понятия площади, а также многие геометрические задачи.



Что не подходит

Если в границе есть дуги, разрывы или самопересечения вне вершин, фигура не относится к многоугольникам. Поэтому важна строгая проверка формы по её границе.

Виды многоугольников по числу сторон



Фигура	Стороны	Вершины
Треугольник	3	3
Четырёхугольник	4	4
Пятиугольник	5	5
Шестиугольник	6	6
Семиугольник	7	7
Восьмиугольник	8	8
Десятиугольник	10	10



Название многоугольника связано с количеством его сторон и вершин. Таблица помогает быстро сравнивать основные фигуры.



У всех рассмотренных фигур число вершин совпадает с числом сторон; название показывает их количество.



Школьная геометрическая терминология

Элементы многоугольника



Стороны и вершины

Стороны многоугольника — это его отрезки, а вершины — точки, в которых они соединяются. Именно по вершинам удобно считать число сторон и строить фигуру.



Внутренние углы

Каждая вершина образует внутренний угол многоугольника. По этим углам находят сумму углов фигуры и сравнивают разные многоугольники между собой в задачах.



Диагонали

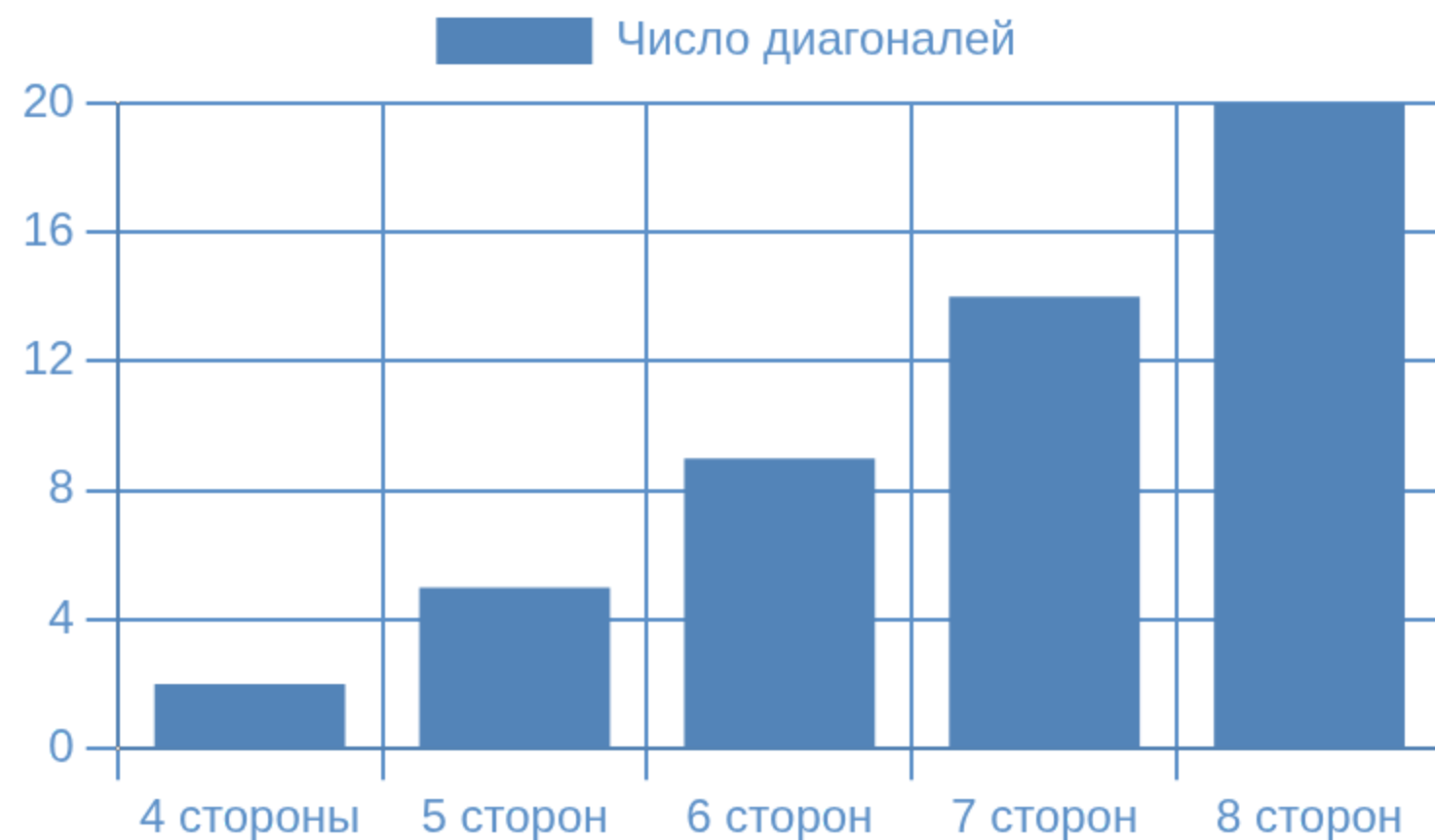
Диагональ соединяет две несоседние вершины. Она проходит внутри фигуры и помогает разбирать многоугольник на треугольники, а также изучать его свойства.



Правильная фигура

В правильном многоугольнике все стороны равны и все углы равны. Такая симметрия делает его удобным для построений, измерений и распознавания в окружающих предметах.

Сколько диагоналей у многоугольников



Диагонали появляются всё чаще по мере увеличения числа сторон, поэтому их количество растёт заметно быстрее.

Число диагоналей увеличивается быстрее числа сторон; для n -угольника подходит формула $\frac{n(n-3)}{2}$.

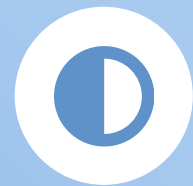
Школьная геометрия, формула числа диагоналей для n -угольника

Выпуклые и невыпуклые многоугольники



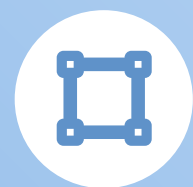
Выпуклый многоугольник

У выпуклого многоугольника нет «впадин», и любой отрезок между двумя его точками остаётся внутри фигуры. Такие многоугольники проще исследовать в школьных задачах.



Невыпуклый многоугольник

У невыпуклого многоугольника есть хотя бы одна вогнутая часть. Из-за этого некоторые отрезки между точками фигуры могут выходить наружу, что усложняет построения.

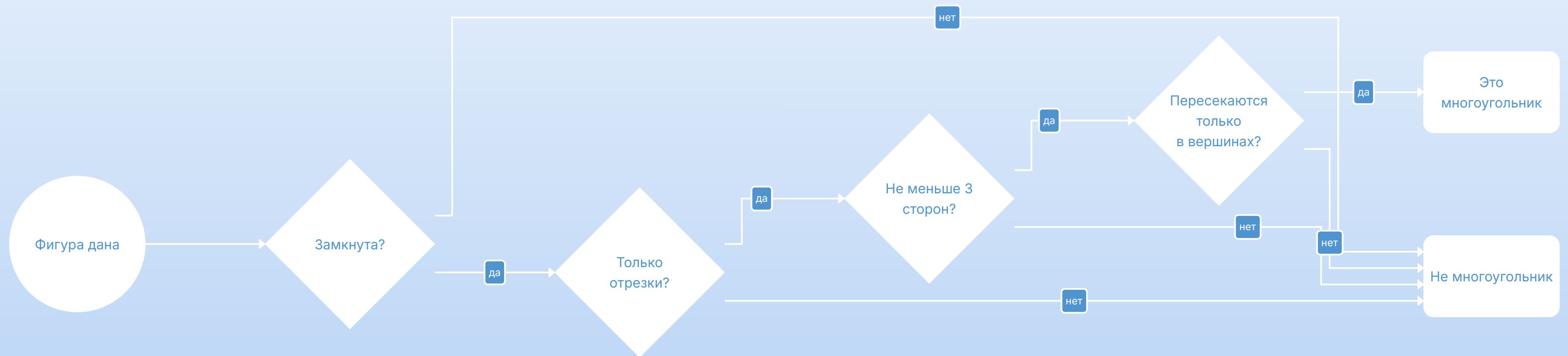


Почему это важно

Для выпуклых фигур проще находить диагонали, сумму углов и выполнять разбиение на треугольники. Поэтому именно они чаще всего встречаются в учебных заданиях.

Проверка фигуры на принадлежность к многоугольникам

Последовательность условий для распознавания многоугольника по его границе



Правильные многоугольники

1

Равные стороны

Правильный многоугольник отличается тем, что все его стороны имеют одинаковую длину. Благодаря этому фигура выглядит симметрично и легко распознаётся на чертежах и в узорах.

2

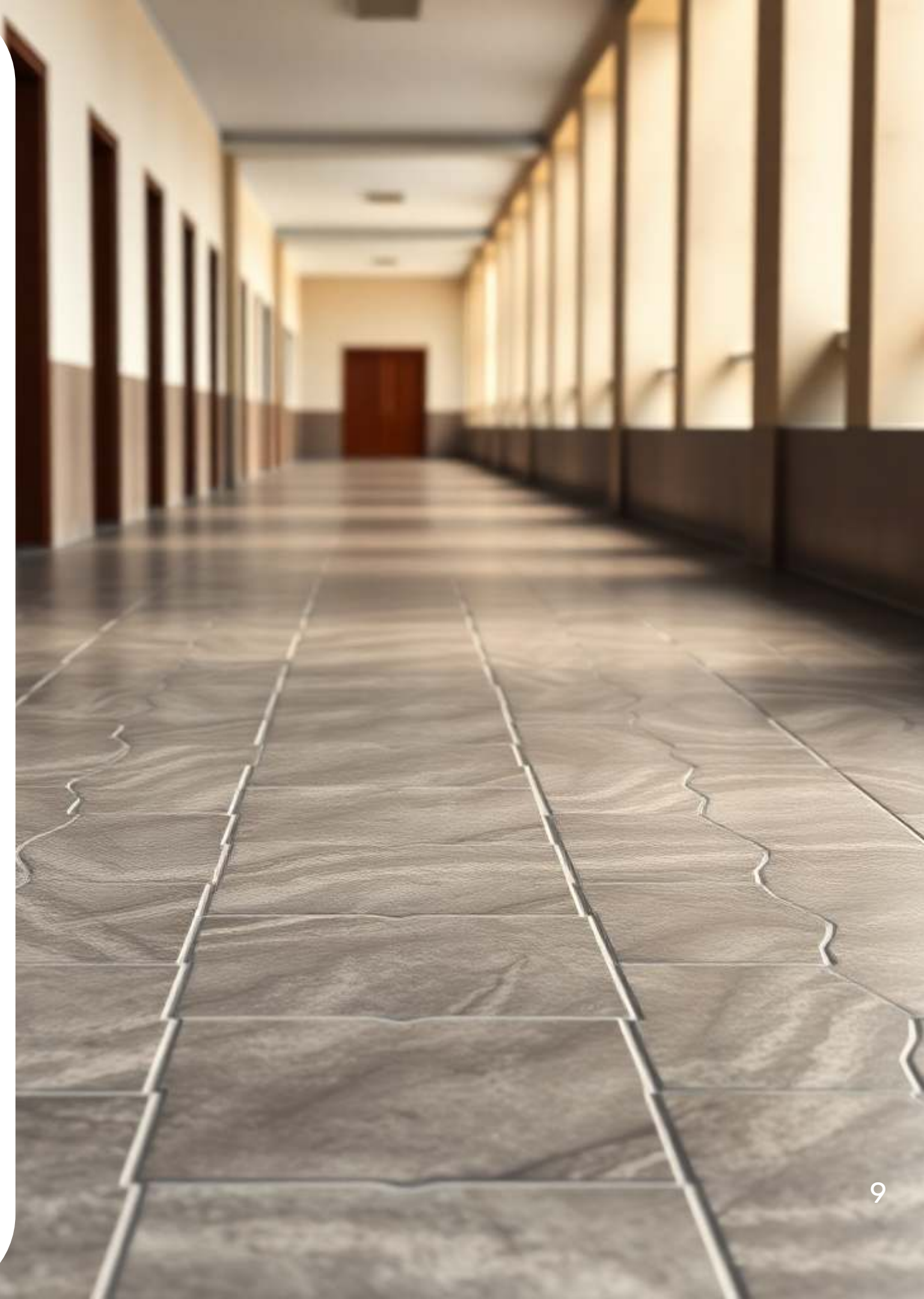
Равные углы

Кроме сторон, у правильного многоугольника равны все внутренние углы. Такое сочетание равенства сторон и углов делает свойства фигуры особенно удобными для вычислений.

3

Примеры и применение

К правильным многоугольникам относятся равносторонний треугольник, квадрат, правильный пятиугольник и шестиугольник. Их часто используют в мозаике, плитке, орнаментах и изображениях сот.



Сумма внутренних углов многоугольника

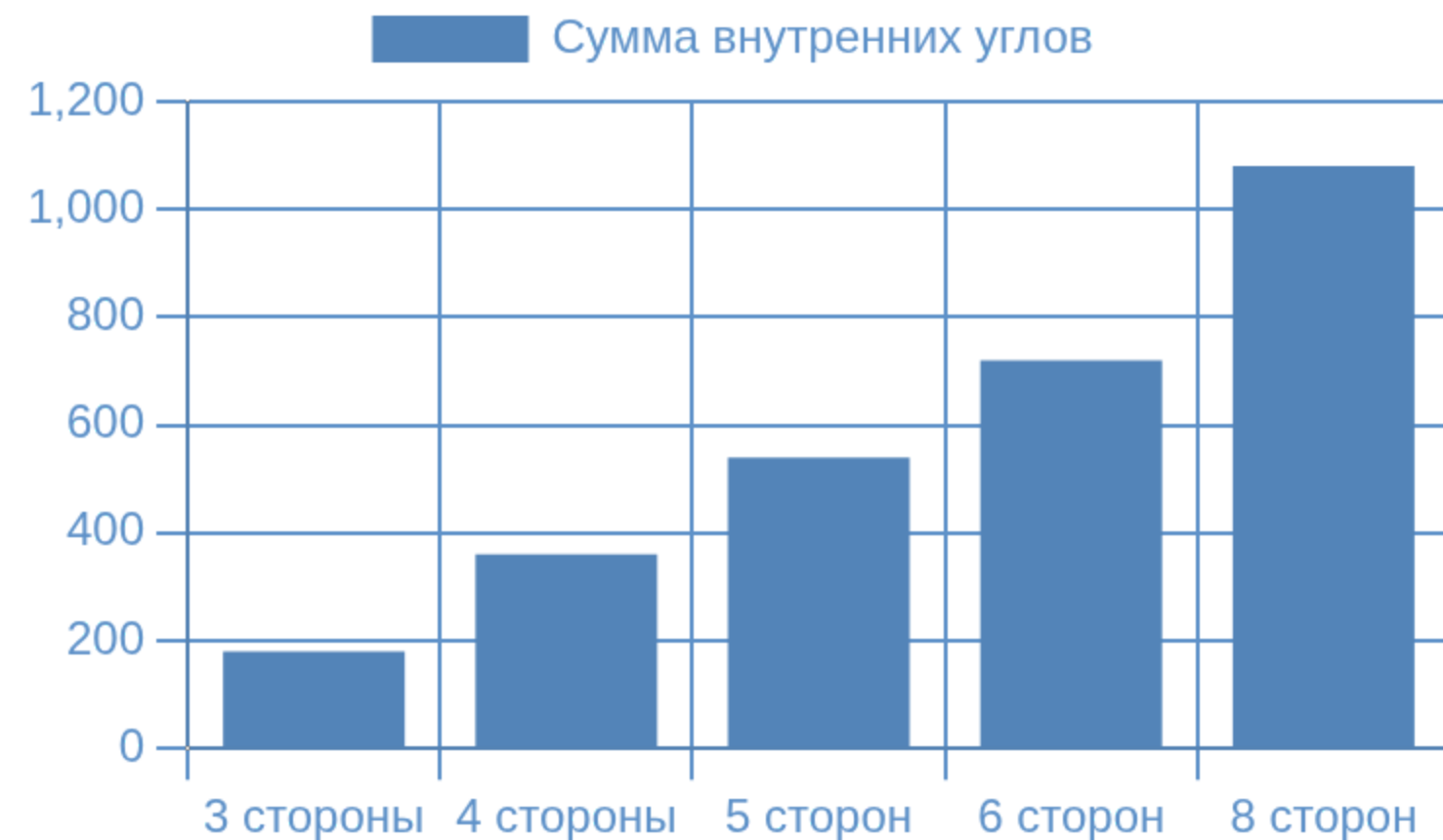
- Школьная геометрия, формула суммы внутренних углов выпуклого n-угольника

Фигура	Сумма углов	Формула
Треугольник	180°	—
Четырёхугольник	360°	—
Пятиугольник	540°	—
Шестиугольник	720°	—
n-угольник	$(n-2) \cdot 180^\circ$	общая

Таблица показывает, как меняется сумма внутренних углов при увеличении числа сторон. Эта закономерность лежит в основе многих задач.

При добавлении одной стороны сумма внутренних углов увеличивается на 180°; формула подходит для любого выпуклого n-угольника.

Как растёт сумма внутренних углов



Каждый новый отрезок по границе добавляет к фигуре ещё один треугольник и увеличивает сумму на 180° .

Рост суммы углов идёт равномерно: у выпуклого n -угольника она зависит только от числа сторон.

Школьная геометрия; формула суммы внутренних углов выпуклого многоугольника $(n-2) \cdot 180^\circ$.

Периметр многоугольника

1

Что измеряют

Периметр — это общая длина границы фигуры. Чтобы его найти, нужно сложить длины всех сторон многоугольника без пропусков и повторов.

2

Пример с квадратом

Если сторона квадрата равна 6 см, то периметр равен $6 + 6 + 6 + 6 = 24$ см. У равных сторон одинаковые значения.

3

Удобная запись

Для правильных фигур используют короткую формулу: $P = n \cdot a$, где n — число сторон, а a — длина одной стороны. Это ускоряет вычисления.



Площадь некоторых многоугольников :::



Смысл площади

Площадь показывает, какую часть плоскости занимает фигура внутри своей границы. Её сравнивают по квадратным единицам: мм², см², м².



Квадрат и прямоугольник

Для квадрата применяют формулу $S = a^2$, а для прямоугольника — $S = a \cdot b$. Эти формулы удобны, потому что стороны сразу дают нужные размеры.



Треугольник

Площадь треугольника находят по формуле $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$, где a — основание, а h — высота. Высота должна быть перпендикулярна основанию.



Сложные фигуры

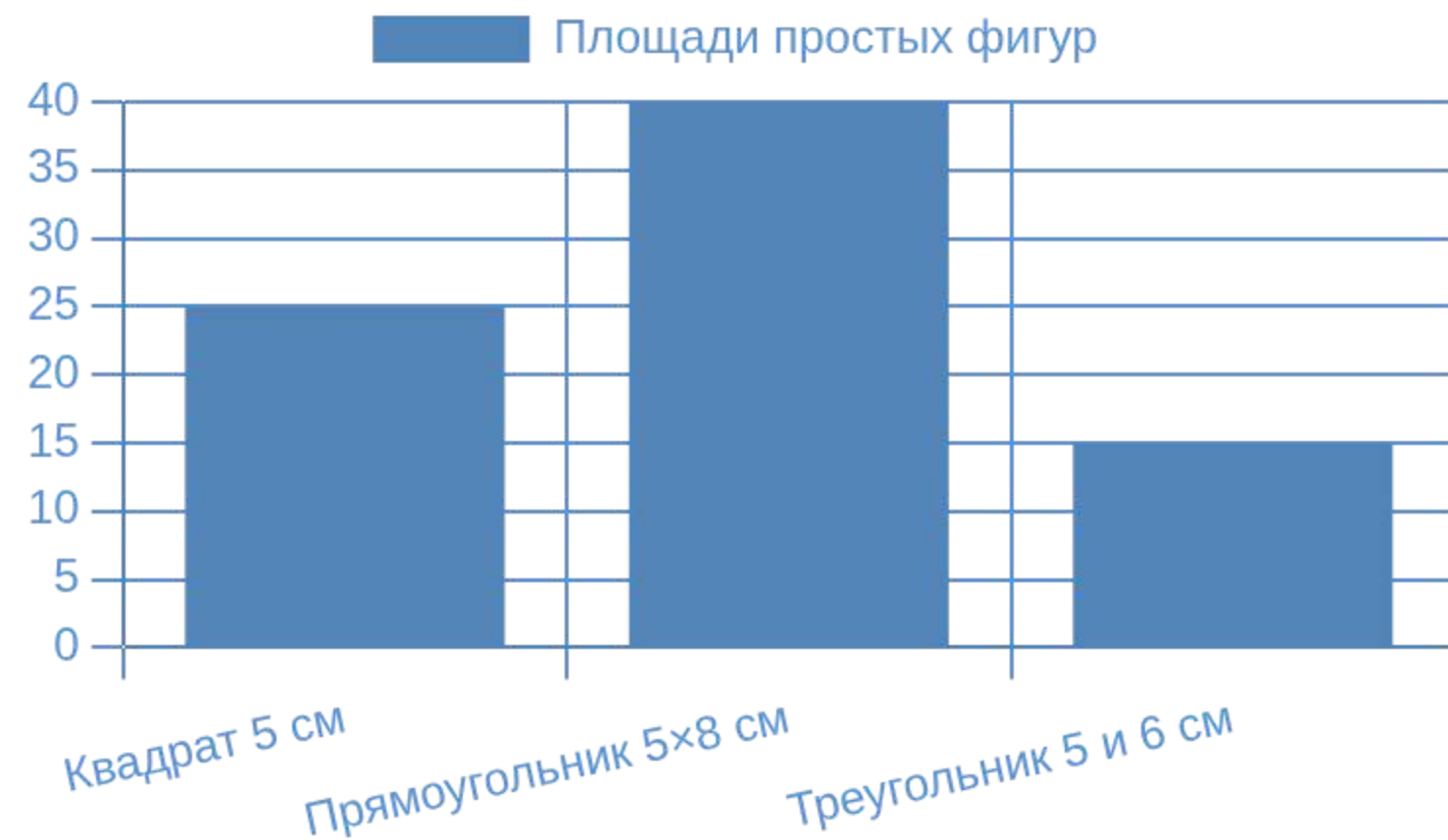
Если многоугольник непростой формы, его часто делят на несколько прямоугольников и треугольников. Потом площади частей складывают.



Полезная проверка

Результат всегда записывают в квадратных единицах. Это помогает не перепутать площадь с длиной, периметром или числом сторон.

Сравнение площадей простых фигур



Для сравнения важно использовать одинаковые единицы измерения, иначе значения нельзя сопоставлять корректно.

Даже при близких размерах фигуры могут иметь разные площади: решающую роль играет не только размер, но и форма.

Школьные формулы площади: квадрат, прямоугольник, треугольник.

Разбиение многоугольника на треугольники

1. Выбираем вершину

Из одной вершины проводят диагонали ко всем несоседним вершинам. Так начинают разбиение выпуклого многоугольника на более простые части.

2. Получаем треугольники

После проведения диагоналей фигура распадается на треугольники. Их число всегда на два меньше числа сторон: $n-2$.

3. Применяем свойство

Это разбиение помогает находить сумму внутренних углов и объясняет, почему для выпуклых многоугольников работают общие формулы.

Где многоугольники помогают в жизни :::

Соты без пустот

Шестиугольная форма в пчелиных сотах удобна тем, что ячейки плотно прилегают друг к другу и почти не оставляют промежутков. Поэтому пространство используется очень экономно, а структура получается прочной и аккуратной.



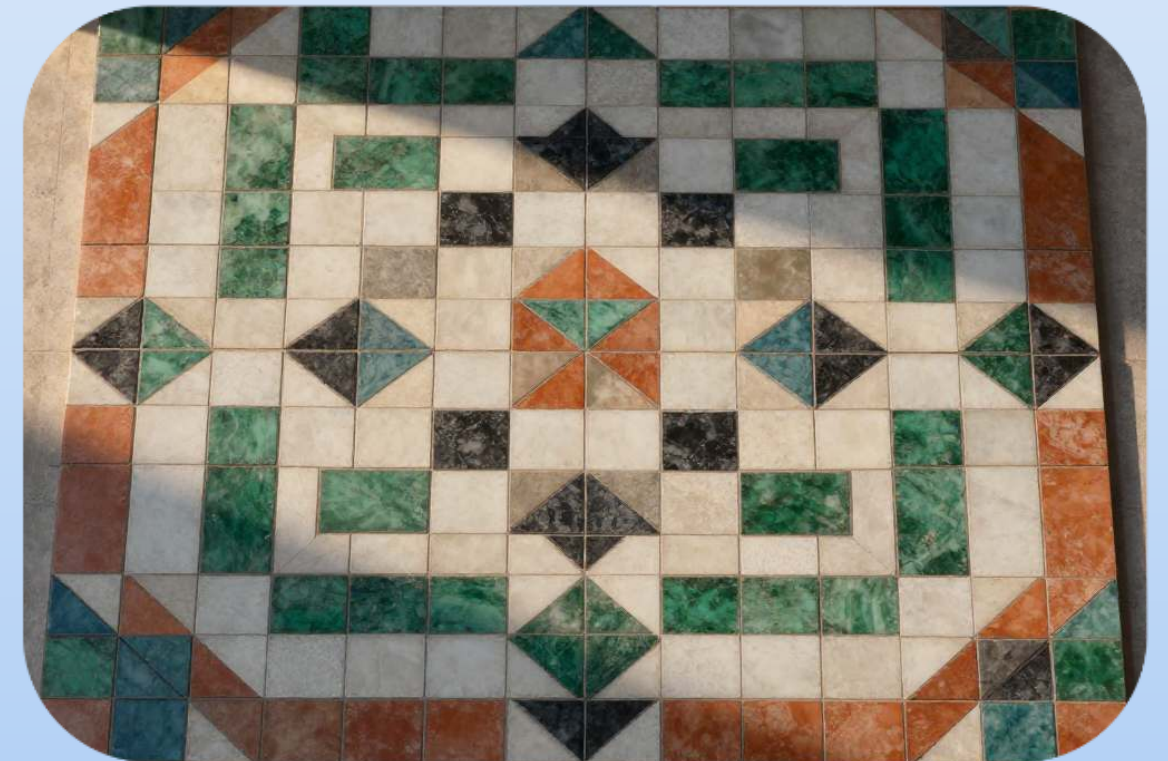
Надёжные конструкции

Треугольники часто встречаются в мостовых фермах, крышах и каркасах. Такая форма хорошо сохраняет форму под нагрузкой, поэтому детали не смещаются так легко, как стороны четырёхугольника.



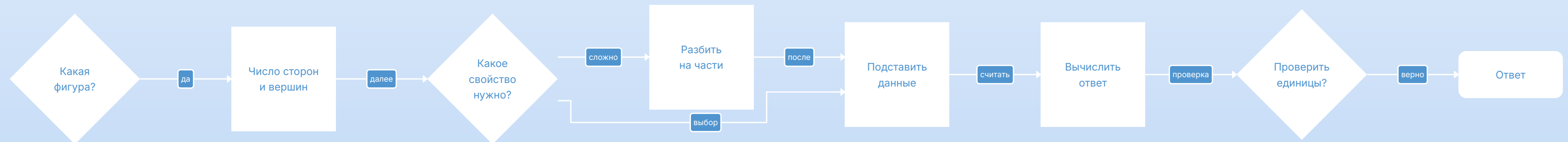
Узор и рисунок

Четырёхугольники и другие многоугольники создают в плитке, витражах и мозаике ровные повторяющиеся узоры. Благодаря этому можно сочетать красоту, порядок и точную геометрию в одном изображении.



Как решать задачи о многоугольниках

Последовательность действий для вычислений и проверки ответа в задачах по теме.



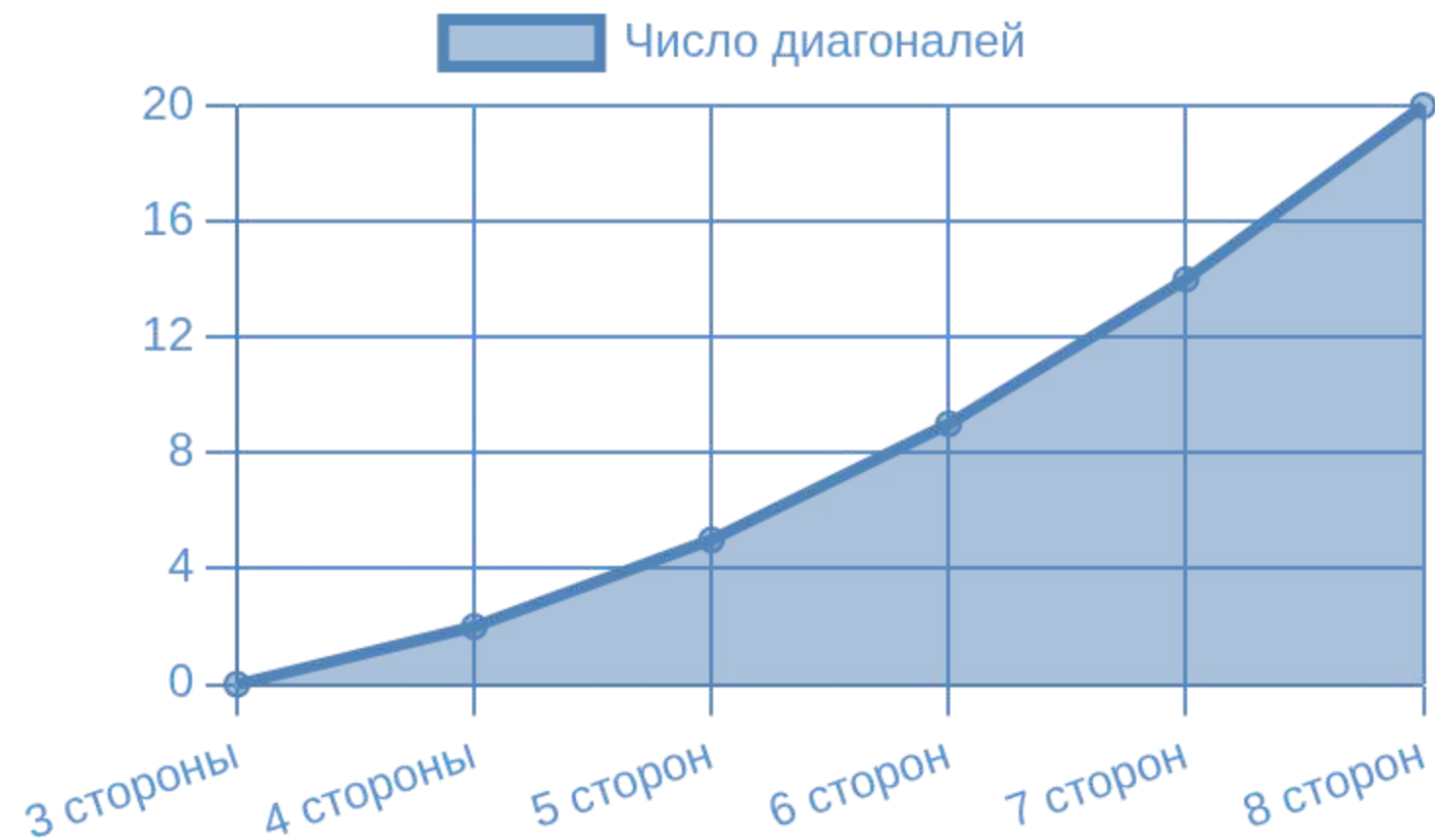
Сравнение свойств основных многоугольников



Фигура	Стороны	Углы	Сумма
Треугольник	3	3	180°
Четырёхугольник	4	4	360°
Пятиугольник	5	5	540°
Шестиугольник	6	6	720°

- + Таблица показывает, как связаны число сторон, число вершин и сумма внутренних углов у основных многоугольников.
- + Чем больше сторон у многоугольника, тем больше его внутренняя сумма углов; число вершин всегда равно числу сторон.
- Школьная геометрическая терминология и формула суммы внутренних углов выпуклого n-угольника.

Количество сторон и число диагоналей



Диагонали соединяют только несоседние вершины, поэтому в треугольнике их нет вовсе, а в более сложных фигурах их число быстро увеличивается.

Число диагоналей растёт быстрее числа сторон, что отражает формулу $n(n-3)/2$ для n -угольника.

Школьная геометрия; формула числа диагоналей многоугольника $n(n-3)/2$.

Что важно запомнить о многоугольниках

Многоугольники помогают увидеть, как связаны стороны, вершины, диагонали, периметр, площадь и углы. Если понимать основные закономерности, задачи решаются быстрее, а геометрия становится понятнее и ближе к реальным предметам.