

Цилиндр: основные понятия, формулы и применение

Пространственная фигура, которую легко узнать в окружающем мире.



Цилиндр в стереометрии: от фигуры к формулам

Цилиндр изучают в стереометрии как одно из базовых тел вращения. Он помогает связывать геометрию с реальными предметами и учит находить площади и объёмы на практике.



Элементы цилиндра



Два основания

У цилиндра есть два равных круглых основания. Они лежат в параллельных плоскостях и имеют одинаковый размер, поэтому фигура выглядит симметричной и устойчивой.



Радиус основания

Радиус обозначают буквой r . Он показывает расстояние от центра круга до его границы и определяет размер основания, а значит, влияет и на площадь, и на объём.



Высота цилиндра

Высота цилиндра обозначается буквой h . Это расстояние между плоскостями оснований, то есть длина фигуры по вертикали, если цилиндр расположен прямо.



Боковая поверхность

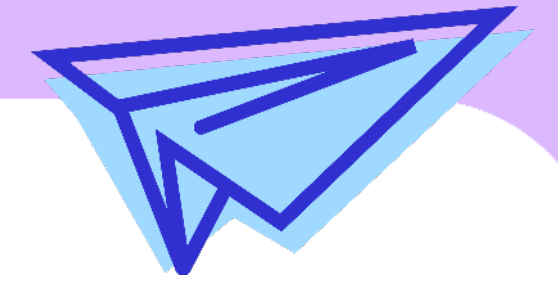
Боковая поверхность соединяет оба основания по краю. Она образует «стенки» цилиндра и становится особенно важной, когда нужно найти площадь поверхности или изготовить развёртку.



Ось цилиндра

Ось проходит через центры оснований. В прямом цилиндре она перпендикулярна основаниям и помогает понять, как расположена фигура в пространстве.





Прямой и наклонный цилиндр

✦ Прямой цилиндр

У прямого цилиндра ось перпендикулярна основаниям. Именно такую фигуру чаще всего рассматривают в 9 классе, потому что для неё удобнее применять стандартные формулы площади и объёма.

✦ Наклонный цилиндр

Наклонный цилиндр расположен под углом к основаниям. Его образующая уже не совпадает с высотой, поэтому при решении задач важно внимательно читать условие и не путать величины.

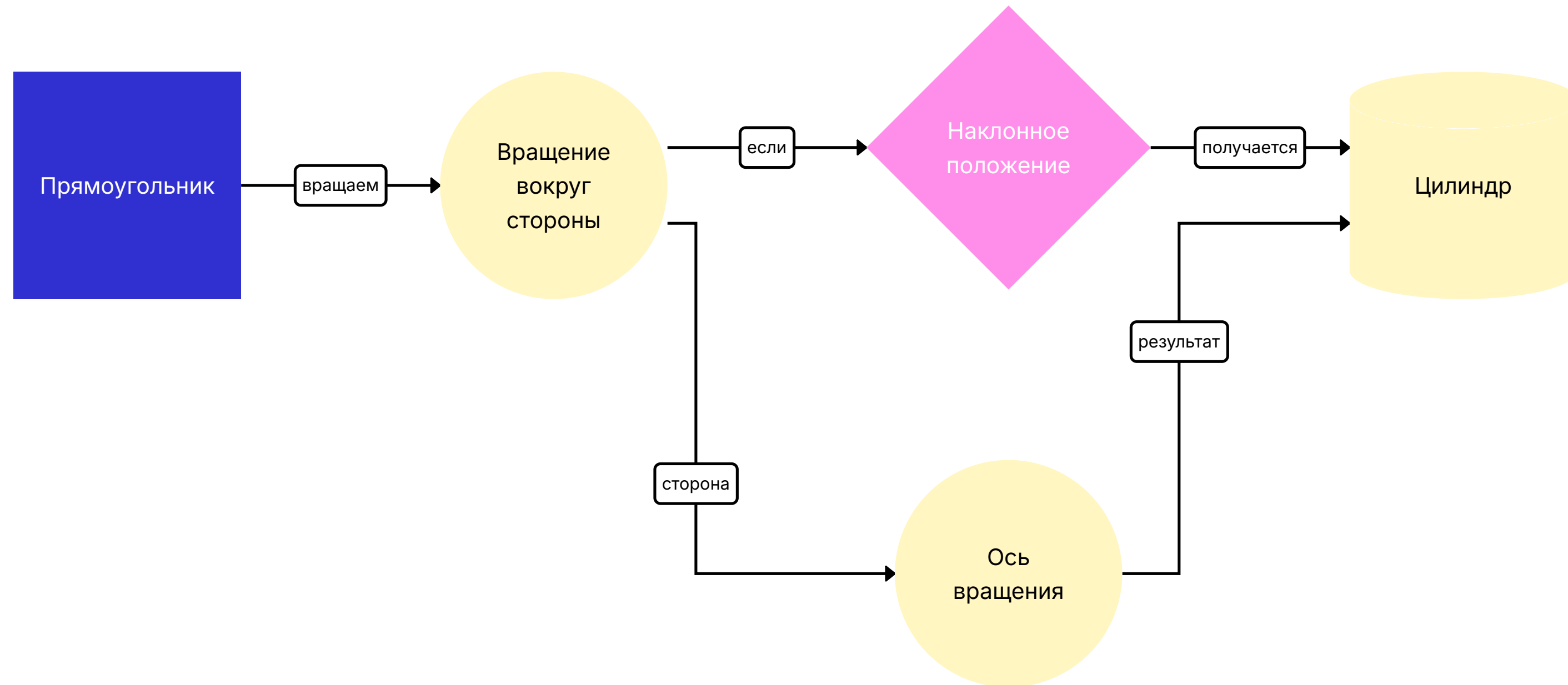
✦ Что выбирать в задачах

В школьных заданиях обычно используют прямой цилиндр. Это упрощает вычисления и помогает сосредоточиться на главном: правильно определить радиус, высоту и нужную формулу.



Как получается цилиндр при вращении

Переход от плоской фигуры к пространственному телу через вращение прямоугольника





π

входит в формулу площади круга
и показывает, что основание
цилиндра зависит от радиуса
квадратично.

Формула площади круга $S = \pi r^2$

Площадь основания быстро растёт при увеличении
радиуса, поэтому даже небольшое изменение r заметно
меняет размеры цилиндра.

Как меняется площадь основания при росте радиуса



На графике видно, что зависимость не является линейной: при увеличении радиуса площадь растёт всё быстрее.

Удвоение радиуса даёт примерно четырёхкратный рост площади основания, потому что радиус входит в формулу в квадрате.



✦ Расчёты по формуле $S = \pi r^2$

Формула объёма цилиндра



1 Связь с основанием

Объём цилиндра зависит от площади его основания. Чем больше круг внизу, тем больше пространства может вместить фигура при той же высоте.

2 Основная формула

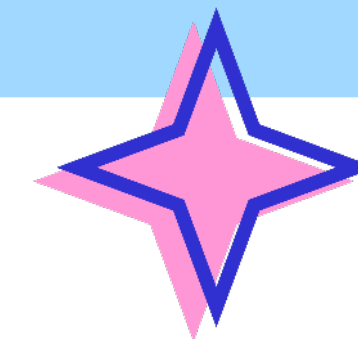
Для вычислений используют формулу $V = \pi r^2 h$. В ней радиус определяет площадь основания, а высота показывает, сколько таких слоёв помещается один над другим.

3 Как влияет высота

Если радиус остаётся прежним, то увеличение высоты в два раза приводит к такому же увеличению объёма. Это удобно при сравнении сосудов одинаковой формы.

4 Где это применяют

Формула помогает оценивать вместимость банок, баков, труб и резервуаров. Она нужна там, где важно заранее понять, сколько жидкости или вещества поместится внутри.



Сравнение размеров цилиндров

Сравнение показывает, как радиус и высота по-разному влияют на площадь основания и объём цилиндра.

При одинаковой высоте увеличение радиуса сильнее повышает объём, чем равное по числу увеличение высоты.

Цилиндр	r	h	v
1	3	5	45π
2	4	5	80π
3	3	8	72π

✧ Формула площади круга $S = \pi r^2$ и формула объёма цилиндра $V = \pi r^2 h$

Развёртка боковой поверхности цилиндра

1

Форма развёртки

Если развернуть боковую поверхность прямого цилиндра, получится прямоугольник. Это помогает увидеть объёмную фигуру как сочетание знакомых плоских фигур.

2

Стороны прямоугольника

Одна сторона развёртки равна высоте цилиндра h , а другая — длине окружности основания $2\pi r$. Поэтому развёртка напрямую связывает круг и прямоугольник.

3

Практический смысл

По развёртке удобно находить площадь боковой поверхности и лучше понимать, как устроен цилиндр. Такой приём часто используют в задачах и при изготовлении моделей.

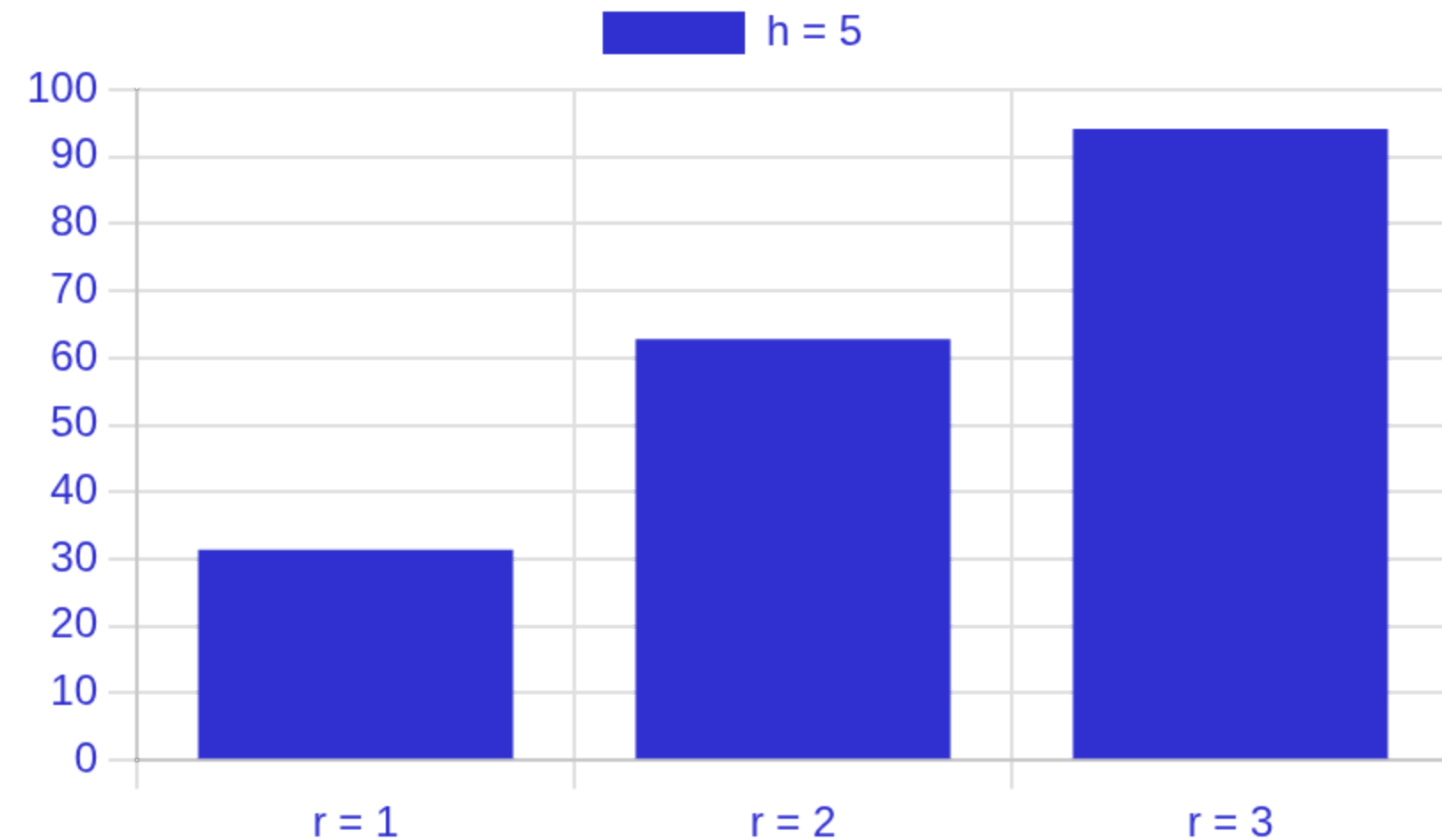


Площадь боковой поверхности и радиус



При постоянной высоте изменение радиуса сразу отражается на размере боковой поверхности цилиндра.

Если высота не меняется, площадь боковой поверхности растёт прямо пропорционально радиусу.



✦ Формула $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$; расчёт для $h = 5$.

Цилиндр в окружающем мире



Банка и термос

Упаковка и хранение часто опираются на цилиндр. Банка, термос и свеча удобны тем, что их легко производить, переносить и плотно закрывать. Такая форма помогает сохранять содержимое и экономить материал при изготовлении.



Трубы и резервуары

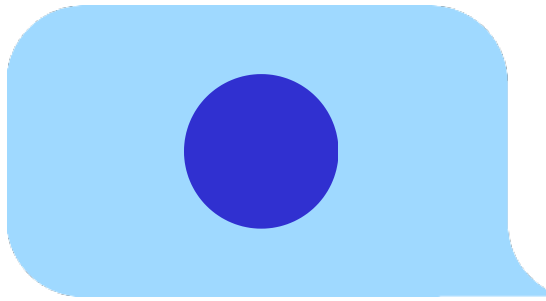
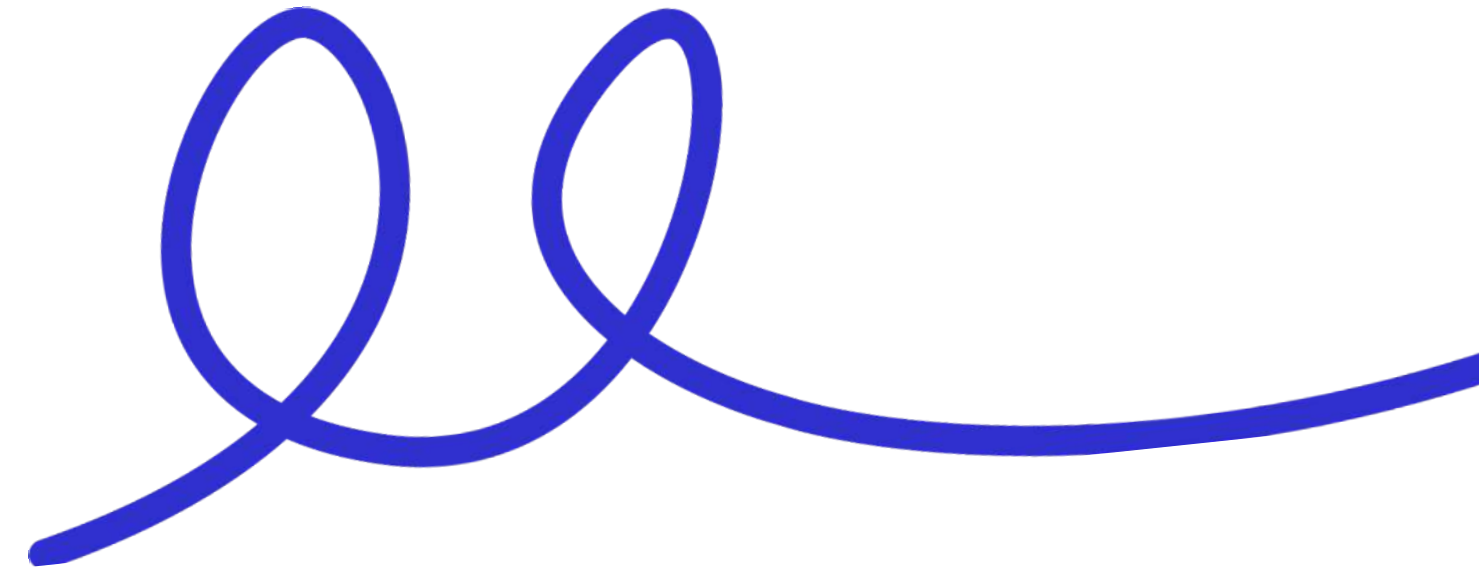
В технике цилиндр незаменим там, где нужно перемещать жидкости или газы. Трубы, баки и резервуары делают прочными и одинаковыми по форме, чтобы они выдерживали нагрузку и занимали меньше места при установке.



Ролики и барабаны

Цилиндр хорошо подходит для вращающихся деталей. Ролики, колёсики и барабаны легко катятся и равномерно распределяют давление. Поэтому эту форму выбирают не только ради удобства, но и ради надёжности в работе механизмов.

Три причины удобства цилиндра



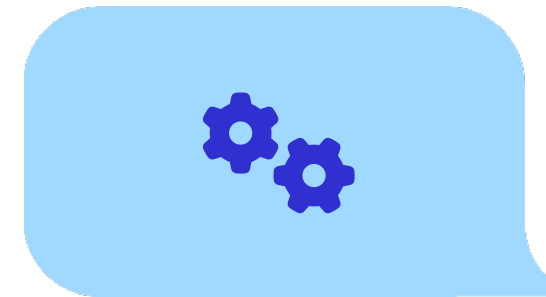
Равномерная опора

Круглое основание распределяет нагрузку по всей окружности, поэтому цилиндр устойчив и не имеет резких углов, на которых могла бы сосредоточиться сила.



Лёгкое движение

Цилиндр легко катится и вращается вокруг оси. Именно поэтому его используют в роликах, валах и колёсиках, где важно плавное движение.

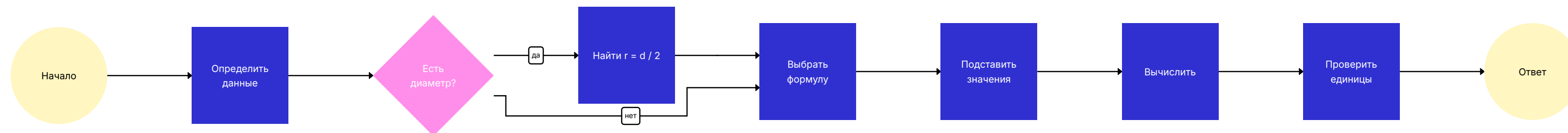


Удобство в технике

Цилиндрическую форму просто повторять при производстве деталей. Она подходит для труб, резервуаров и механизмов, которым нужна одинаковая форма и высокая прочность.

Алгоритм решения задач на цилиндр

Последовательность действий при работе с формулами цилиндра и проверке результата.



Единицы измерения и типичные ошибки

1 Длина измеряется отдельно

Радиус, высота и образующая — это величины длины, поэтому их записывают в сантиметрах, метрах или миллиметрах. Перед вычислениями важно убедиться, что все данные указаны в одной системе.

2 Площадь и объём не путать

Площади выражают в квадратных единицах, а объёмы — в кубических. Если в ответе стоит см^2 вместо см^3 , это означает ошибку, даже если число получилось правильным.

3 Сначала радиус, потом формула

Часто путают радиус и диаметр, а ещё забывают число π . Чтобы не ошибиться, нужно сначала найти радиус, затем выбрать нужную формулу и только после этого считать.

4 Проверка решения

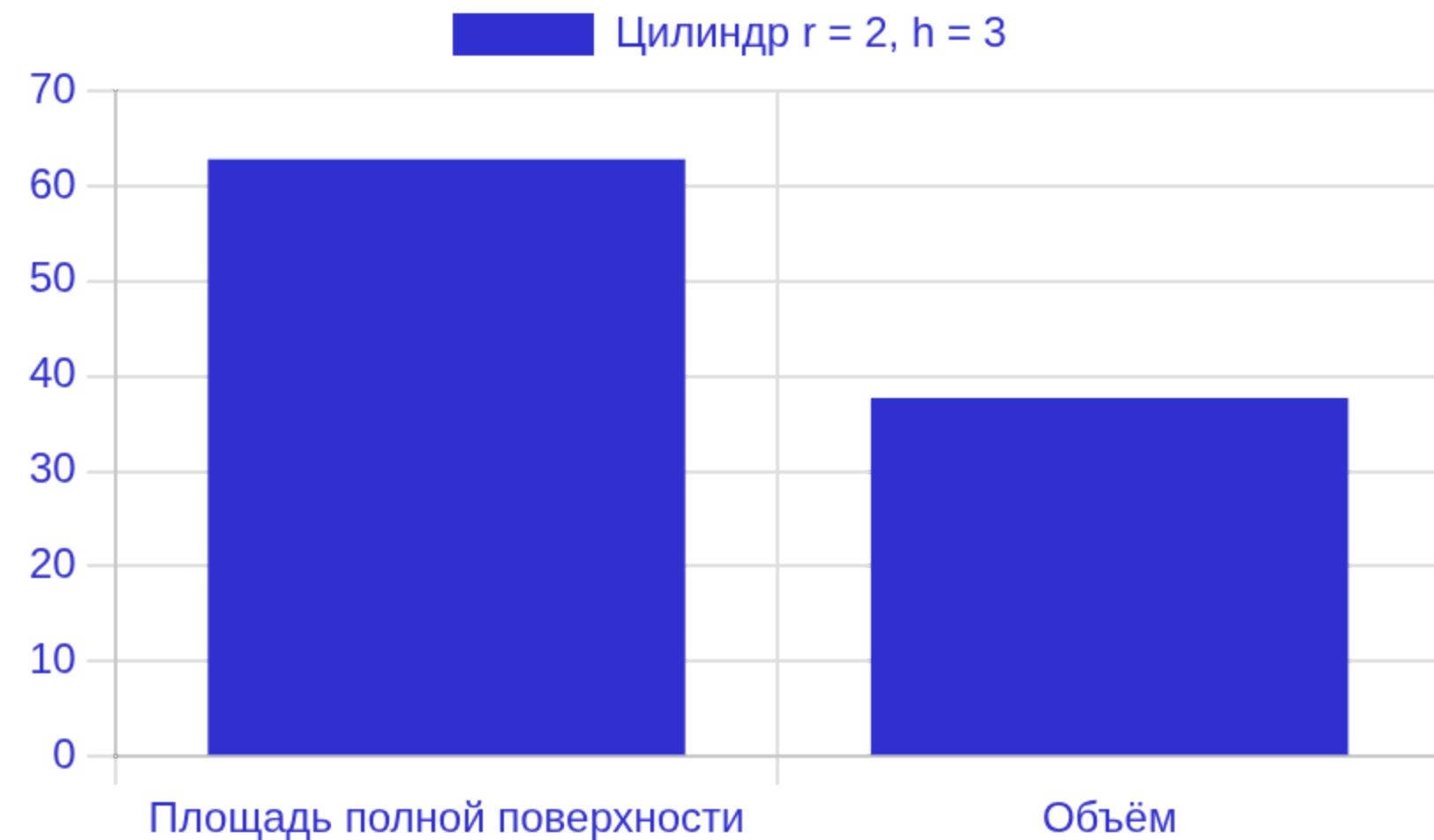
Важно отличать боковую поверхность от полной: у них разные формулы и смысл. В конце полезно проверить, соответствует ли ответ условию задачи и указанным единицам измерения.

Площадь поверхности и объём одного цилиндра



Для одного и того же цилиндра две величины описывают разные свойства: внешнюю оболочку и внутреннюю вместимость.

Большая площадь поверхности не означает большой объём: эти характеристики зависят от радиуса и высоты по-разному.



✦ Расчёт по формулам $S_{\text{полн}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ и $V = \pi r^2 h$ для $r = 2$, $h = 3$.

Цилиндр в технике и архитектуре

1

Двигатели и поршни

В двигателях цилиндрическая форма помогает поршню двигаться внутри корпуса без лишних зазоров. Это важно для работы механизмов, где требуется точность, давление и повторяемость движения.

2

Трубы и резервуары

Трубы, баки и гидравлические системы часто делают цилиндрическими, потому что такая форма удобна для движения жидкостей и газов. Она также помогает выдерживать давление и упрощает соединение деталей.

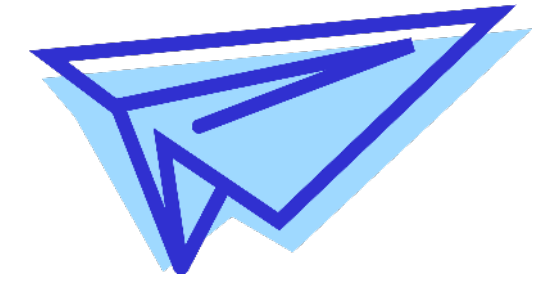
3

Колонны зданий

В архитектуре цилиндр применяют для колонн и опор. Такая форма выглядит аккуратно, устойчива и хорошо распределяет нагрузку, поэтому подходит для несущих и декоративных элементов.



Основные формулы цилиндра

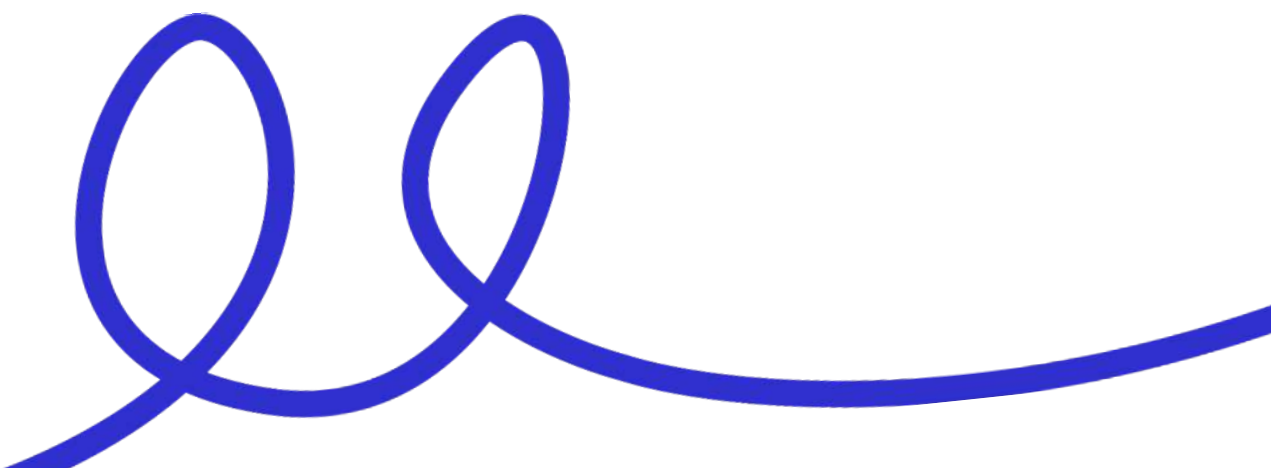


✦ В таблице собраны основные обозначения и формулы, которые нужны для задач на цилиндр.

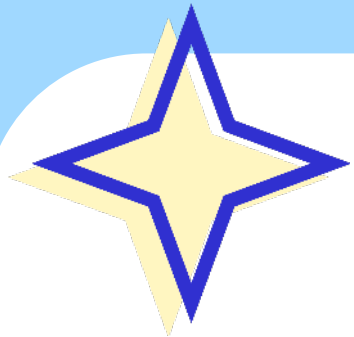
✦ Все важные формулы связаны с площадью круга: она лежит в основе площади основания, боковой поверхности и объёма.

Элемент	Обозначение	Формула
Радиус	r	—
Высота	h	—
Основание	S	πr^2
Объём	V	$\pi r^2 h$

Свойства круга и формулы цилиндра из школьного курса геометрии.



Цилиндр и другие пространственные фигуры



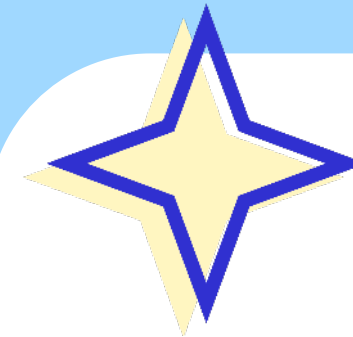
Сходство с призмой

Цилиндр и призма похожи тем, что у них есть два равных основания и боковая поверхность. Разница в том, что основания цилиндра круглые, а у призмы — многоугольники.



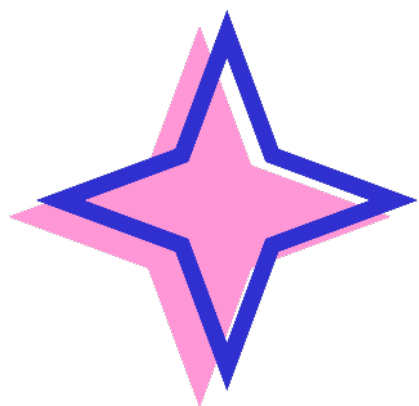
Связь с телами вращения

Цилиндр изучают вместе с конусом и шаром, потому что все эти фигуры получают вращением плоской фигуры. Это помогает увидеть общие идеи в теме пространственных тел.



Подготовка к старшим классам

Понимание цилиндра облегчает изучение более сложных задач по стереометрии. Когда известны его свойства и формулы, легче разбирать другие тела и сравнивать их между собой.



Цилиндр: форма, формулы, применение

Цилиндр соединяет в себе простую форму, удобные формулы и множество примеров из жизни. Понимание его свойств помогает уверенно решать задачи и замечать геометрию вокруг себя.