

Функция $y = |x|$ и её график

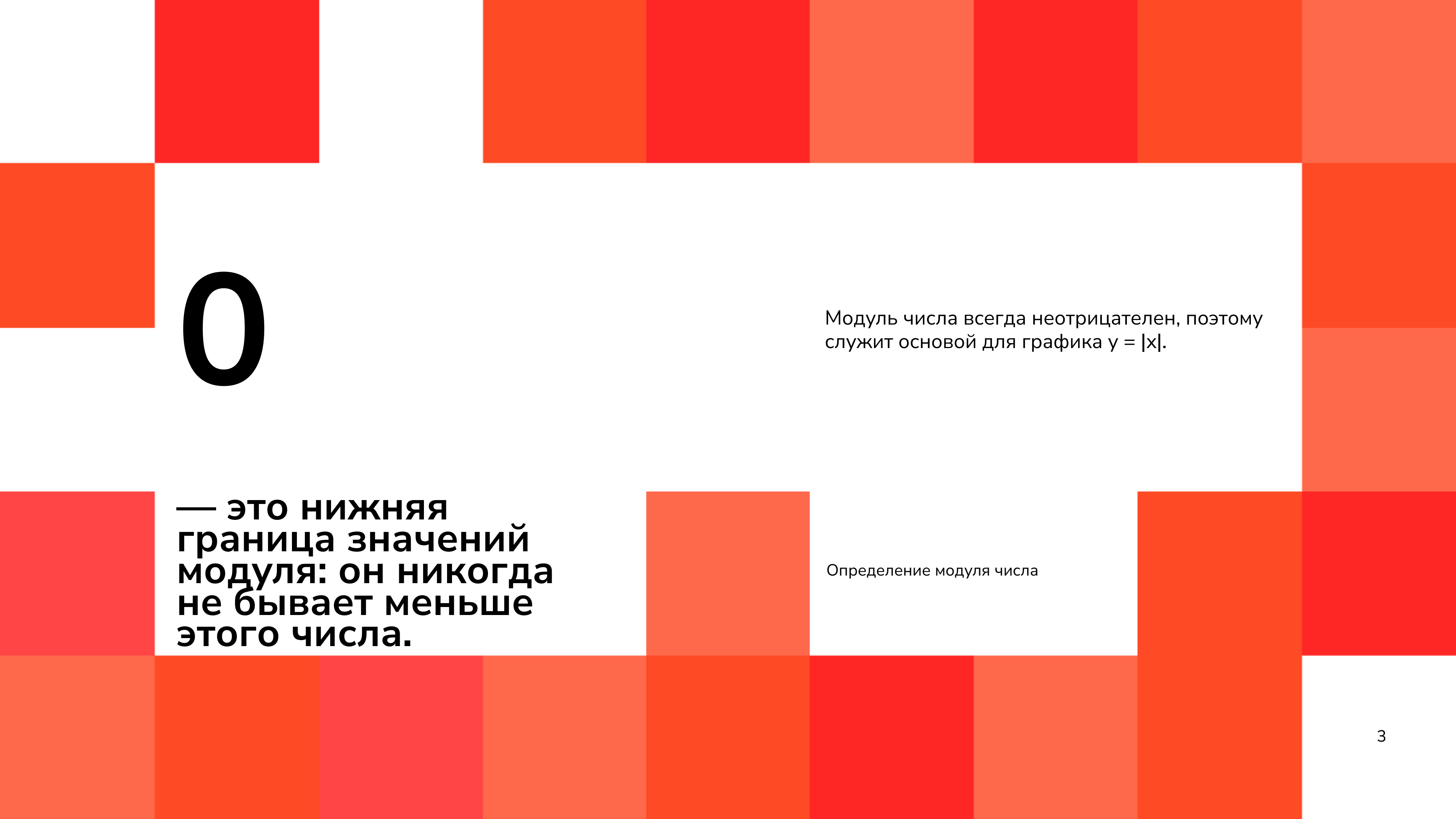
Модуль числа и его график: просто, наглядно,
полезно.



Зачем изучать модуль числа

Модуль помогает понимать расстояние до нуля, сравнивать величины без знака и читать симметричные графики. Эта тема нужна и для построения, и для решения простых уравнений и неравенств.



A decorative background consisting of a grid of squares in various shades of orange and red. The squares are arranged in a pattern that is not perfectly uniform, with some squares missing or having different colors, creating a modern, geometric look.

0

**— это нижняя
граница значений
модуля: он никогда
не бывает меньше
этого числа.**

Модуль числа всегда неотрицателен, поэтому
служит основой для графика $y = |x|$.

Определение модуля числа

Как выглядит функция $y = |x|$

Две части формулы

При $x \geq 0$ функция совпадает с $y = x$, а при $x < 0$ — с $y = -x$. Поэтому разные области задаются разными прямыми, но вместе они образуют единый график.

Фигура в виде V

График состоит из двух лучей, которые сходятся в начале координат. Внешне он напоминает букву V и легко узнаётся по острой вершине в точке $(0; 0)$.

Точки с одинаковым модулем

Точки $(-2; 2)$, $(0; 0)$ и $(2; 2)$ показывают главное свойство: числа, одинаково удалённые от нуля, дают одинаковую высоту на графике.

Таблица значений функции $y = |x|$

По таблице легко увидеть, как модуль превращает отрицательные числа в положительные значения и сохраняет ноль.

Одинаковые по модулю числа дают одинаковый результат, а значения функции не могут быть отрицательными.

Таблица значений по формуле $y = |x|$

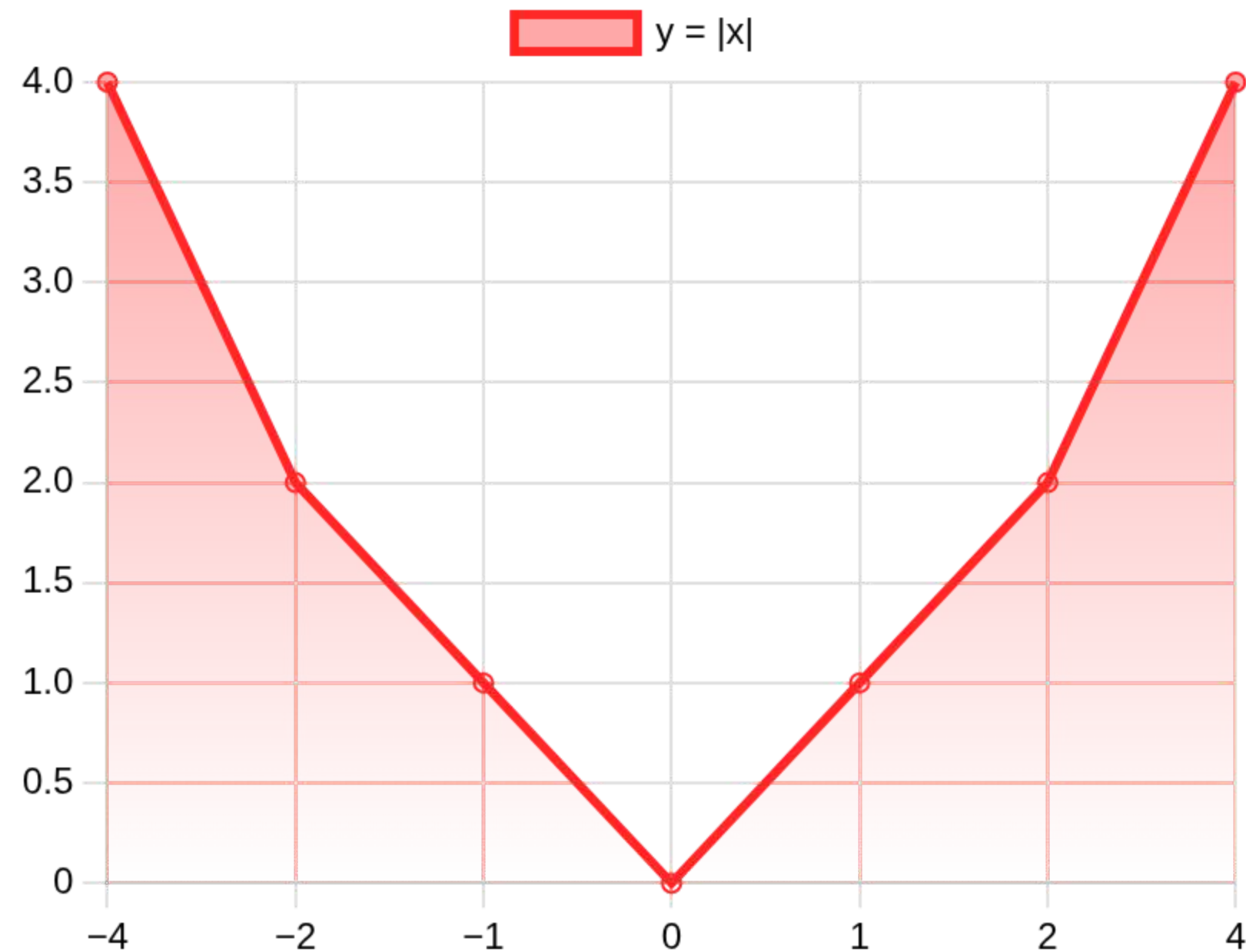
x	y
-4	4
-2	2
-1	1
0	0
1	1
2	2
4	4

Рост значения функции при удалении от нуля

График показывает не направление числа, а его удалённость от нуля. Поэтому симметричные точки слева и справа лежат на одной высоте.

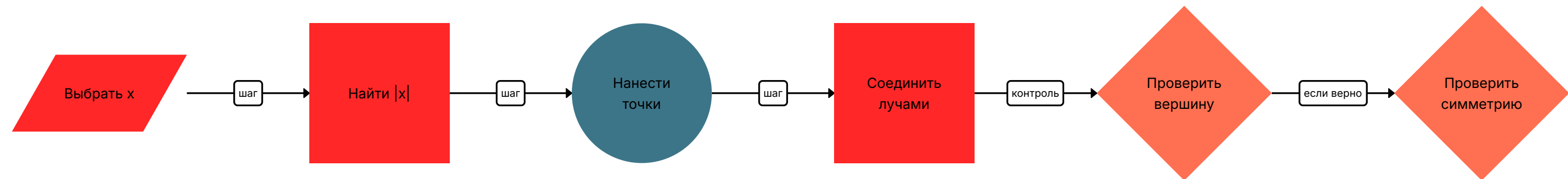
Чем дальше x от 0, тем больше y ; знак числа на результат не влияет.

Построение по значениям функции $y = |x|$



Построение графика $y = |x|$

Алгоритм построения по таблице значений и проверке симметрии.

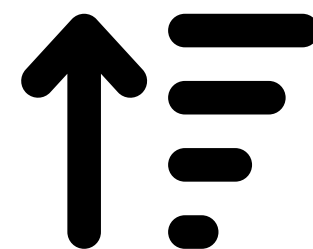


Основные свойства функции



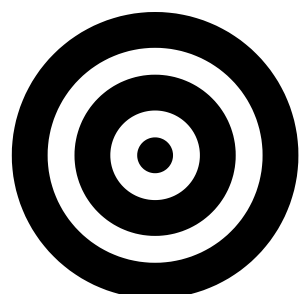
Область определения

Функция $y = |x|$ определена для любого действительного числа. Это значит, что под модуль можно подставить и отрицательные, и положительные значения, и ноль без ограничений.



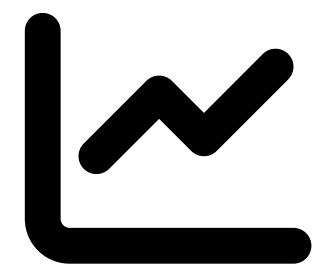
Область значений

Результат модуля не бывает отрицательным. Поэтому значения функции начинаются с нуля и идут дальше вверх, но никогда не опускаются ниже оси Ox .



Ноль функции

График пересекает ось Ox только в начале координат. Это происходит потому, что модуль равен нулю лишь тогда, когда сам x равен нулю.



Изменение графика

Слева от нуля функция убывает, а справа возрастает. Такое поведение связано с тем, что при удалении от начала отсчёта значение модуля становится больше.

Симметрия графика относительно оси Oy

Правило отражения

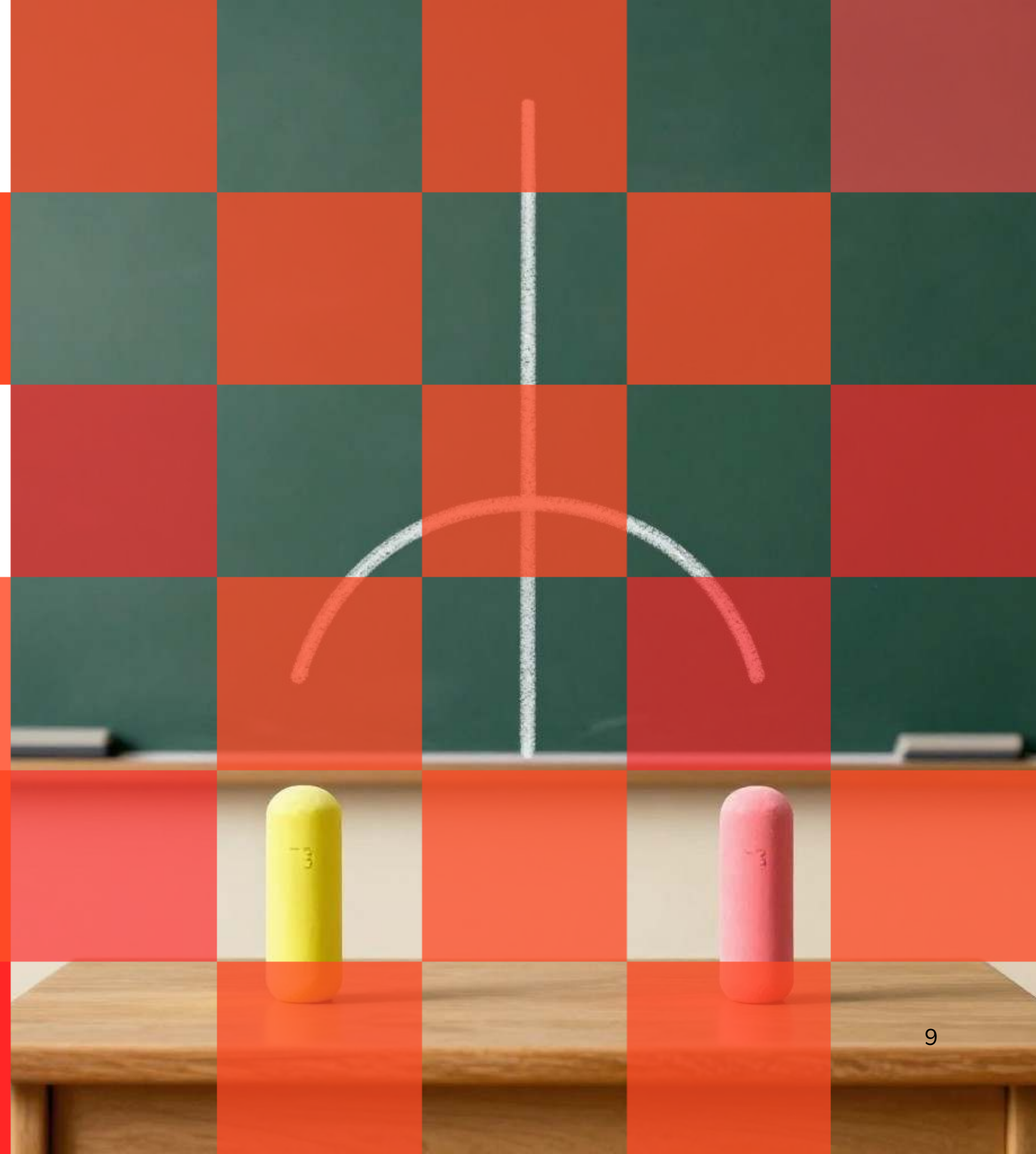
- 1 Если точка с координатами $(a; b)$ лежит на графике, то точка $(-a; b)$ тоже принадлежит ему. Значит, левая и правая части полностью совпадают по форме.

Пример на точках

- 2 Точки $(-3; 3)$ и $(3; 3)$ находятся на одной высоте, потому что их абсциссы различаются только знаком. Это удобно для быстрого построения второй половины графика.

Практическая польза

- 3 Сначала можно построить правую часть графика, а затем отразить её относительно оси Oy . Такой способ экономит время и помогает избежать ошибок при рисовании.



Вершина графика и его лучи

Вершина в начале координат

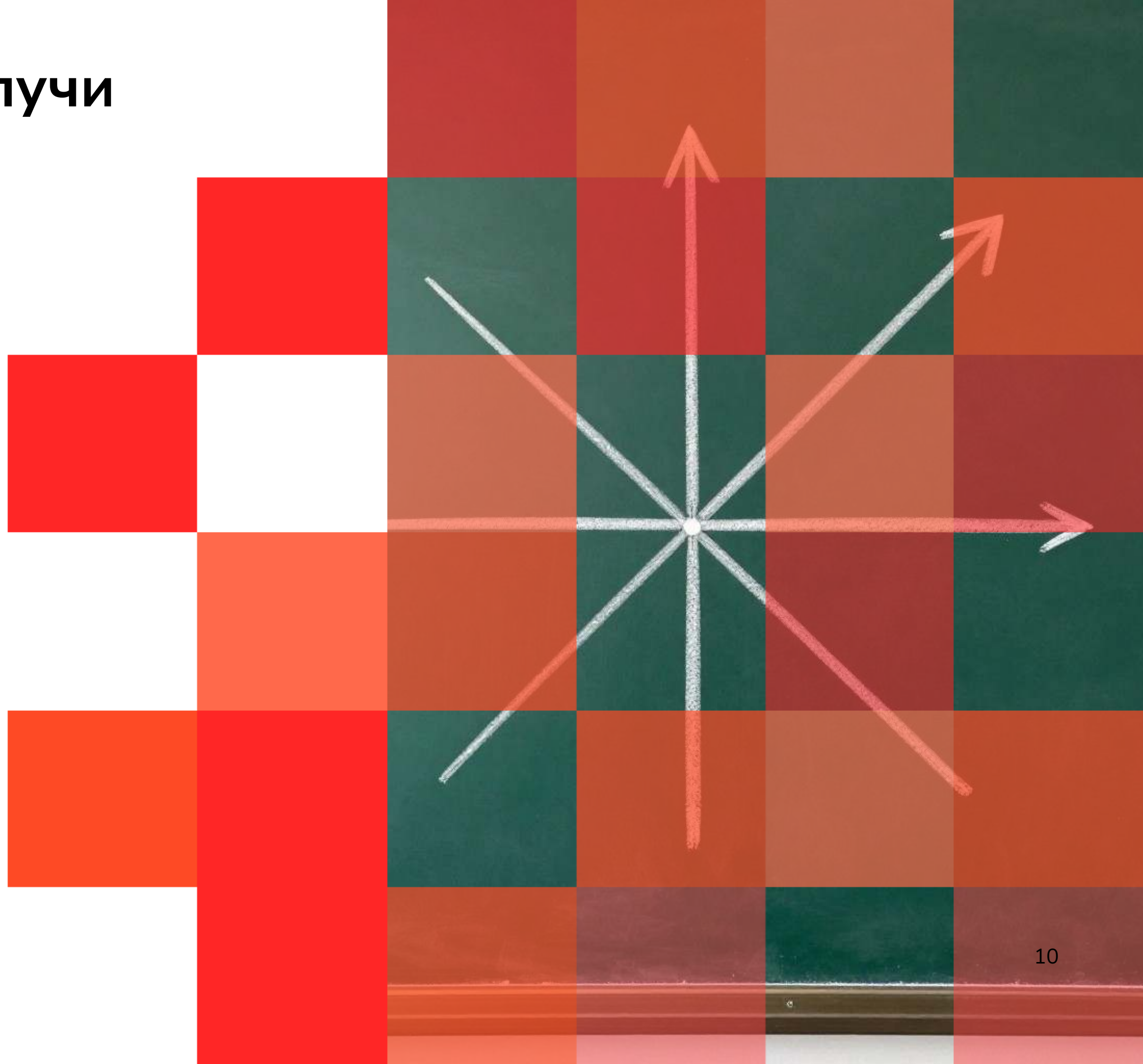
Самая нижняя точка графика находится в начале координат. Именно здесь две ветви соединяются, и отсюда начинается рост значения функции в обе стороны.

Два симметричных луча

Одна ветвь идёт вверх вправо, другая — вверх влево. Обе части имеют одинаковый наклон, поэтому график выглядит аккуратно и легко узнаётся среди других.

Угол наклона

При одинаковом масштабе по осям каждый луч образует с ними угол 45° . Это подчёркивает простую линейную форму графика и делает его удобным для построения.



Сравнение графиков $y = x$ и $y = |x|$

x	$y = x$	$y = x $
-2	-2	2
-1	-1	1
0	0	0
1	1	1
2	2	2

Таблица показывает, как модуль изменяет отрицательные значения и сохраняет положительные без изменений.

При $x < 0$ графики расходятся, а при $x \geq 0$ совпадают; модуль переводит отрицательные значения в положительные.

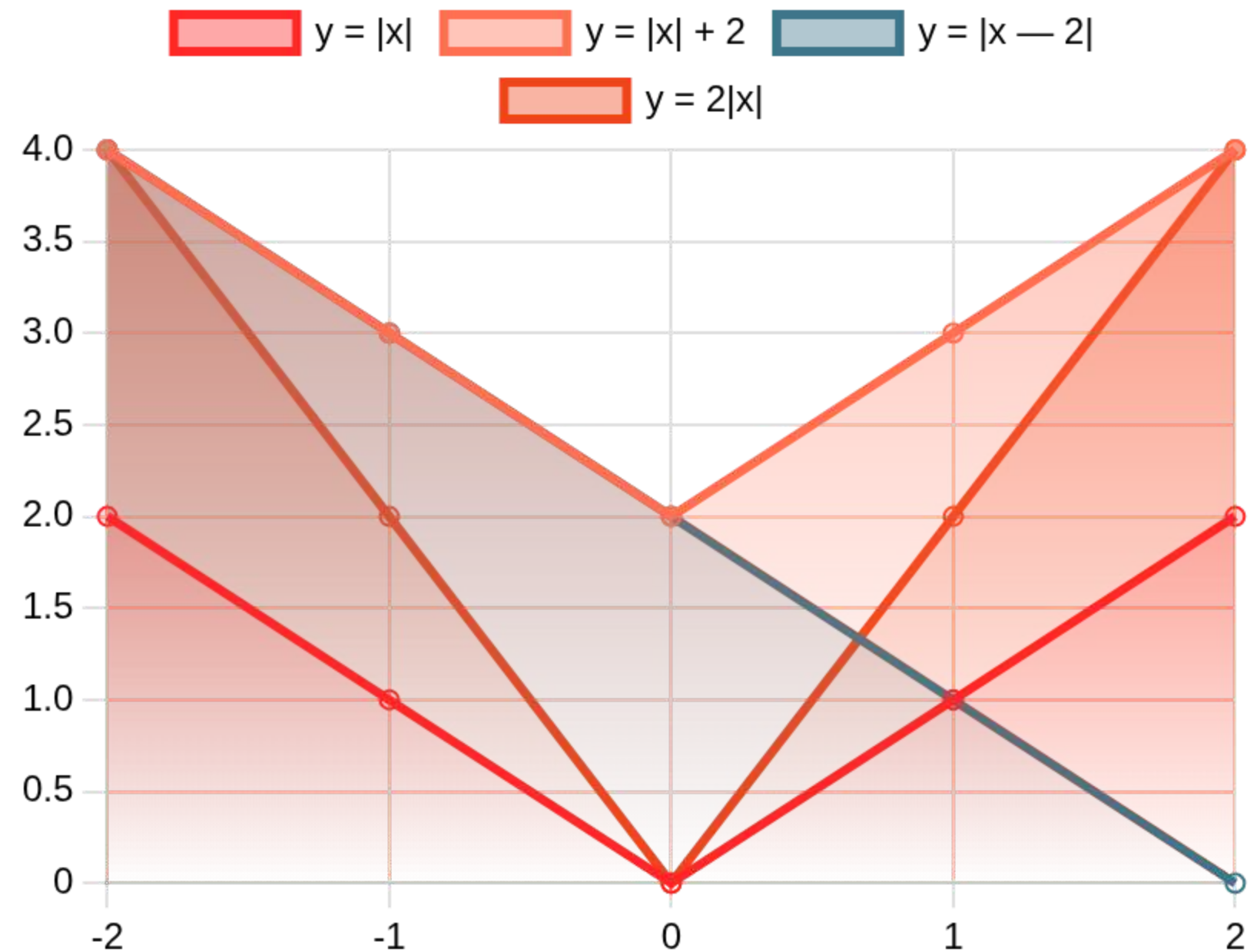
Таблица составлена по определению функции $y = |x|$.

Как преобразуется график функции

Изменение формулы сдвигает или растягивает V-образный график, но не меняет его общую форму.

Плюс к функции сдвигает график вверх, вычитание из x — вправо, а множитель перед модулем делает ветви круче.

Построение по значениям функций $y = |x|$, $y = |x| + 2$, $y = |x - 2|$, $y = 2|x|$.



1

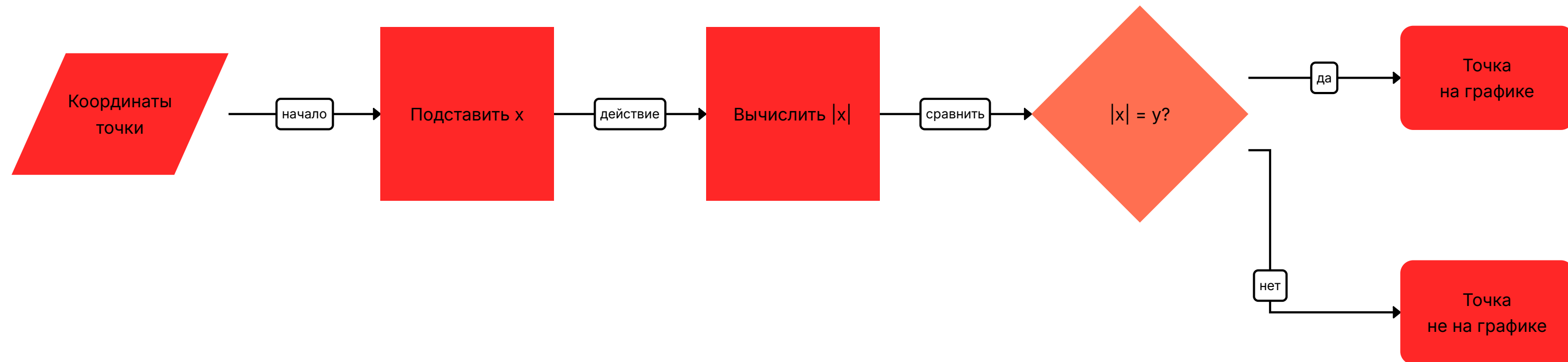
**точка
пересечения
с осью Ох
у графика $y = |x|$**

График касается обеих осей только в начале координат, поэтому других пересечений с ними нет.

Свойства функции $y = |x|$
по её определению и графику.

Проверка принадлежности точки графику

Алгоритм основан на сравнении ординаты точки со значением $|x|$.



Типичные ошибки при работе с модулем

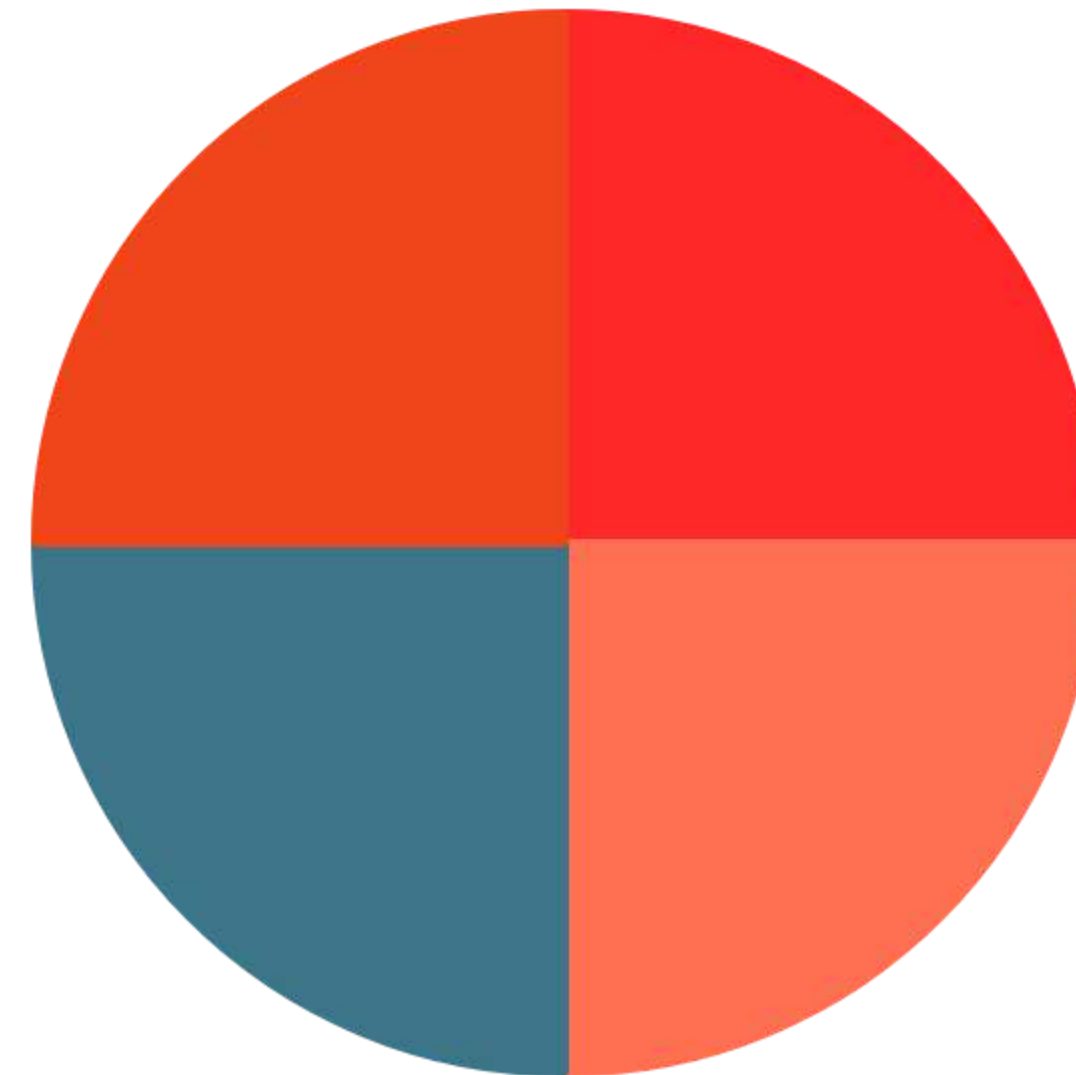
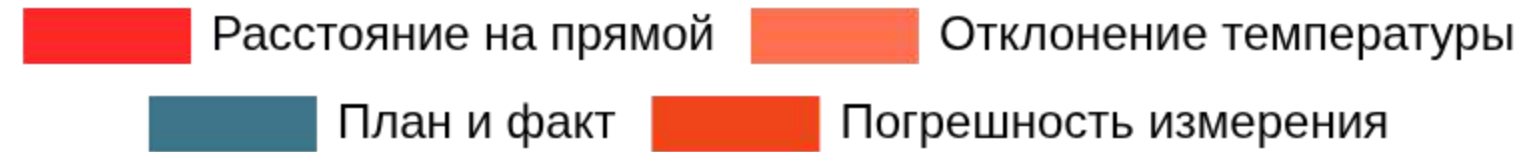
Таблица помогает увидеть распространённые ошибки и сразу запомнить правильный способ рассуждения.

Во всех трёх случаях нужно помнить одно правило: модуль показывает величину без знака и требует симметричного графика.

Типичные учебные ошибки при изучении модуля числа.

Ошибка	Неверно	Правильно
1	$ -5 = -5$	$ -5 = 5$
2	модуль отрицателен	модуль ≥ 0
3	только правая ветвь	две симметричные ветви

Где в жизни встречается модуль числа

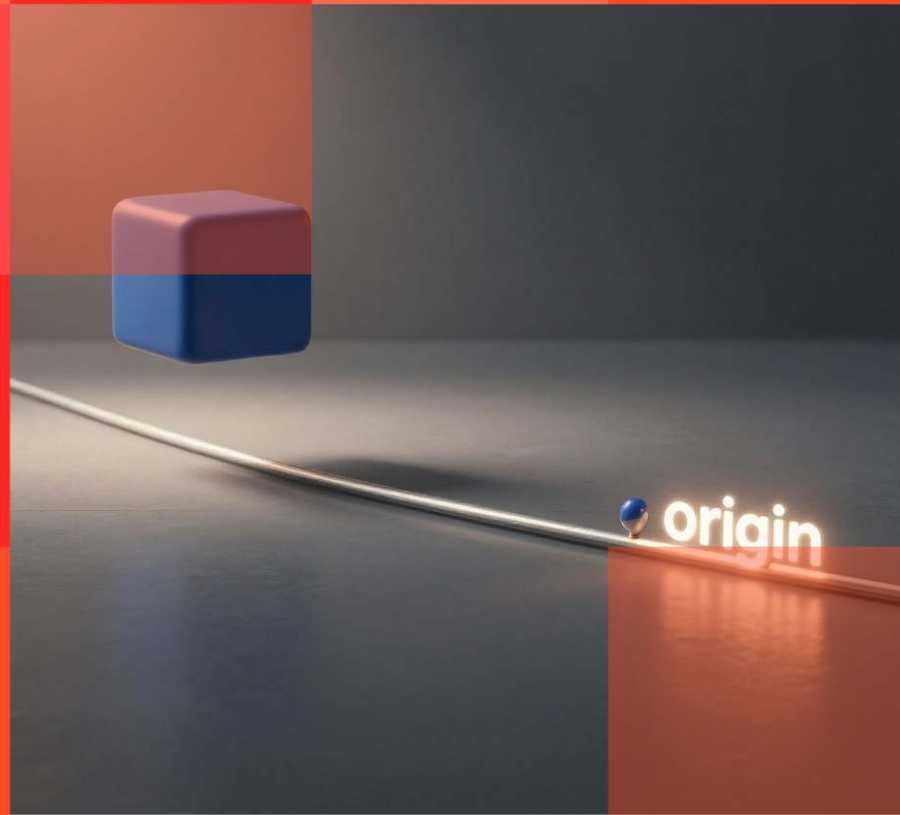


Во всех примерах модуль нужен, чтобы оценить размер отклонения, не обращая внимания на направление.

Равные доли показывают, что модуль одинаково полезен в измерениях, сравнении результатов и описании расстояний.

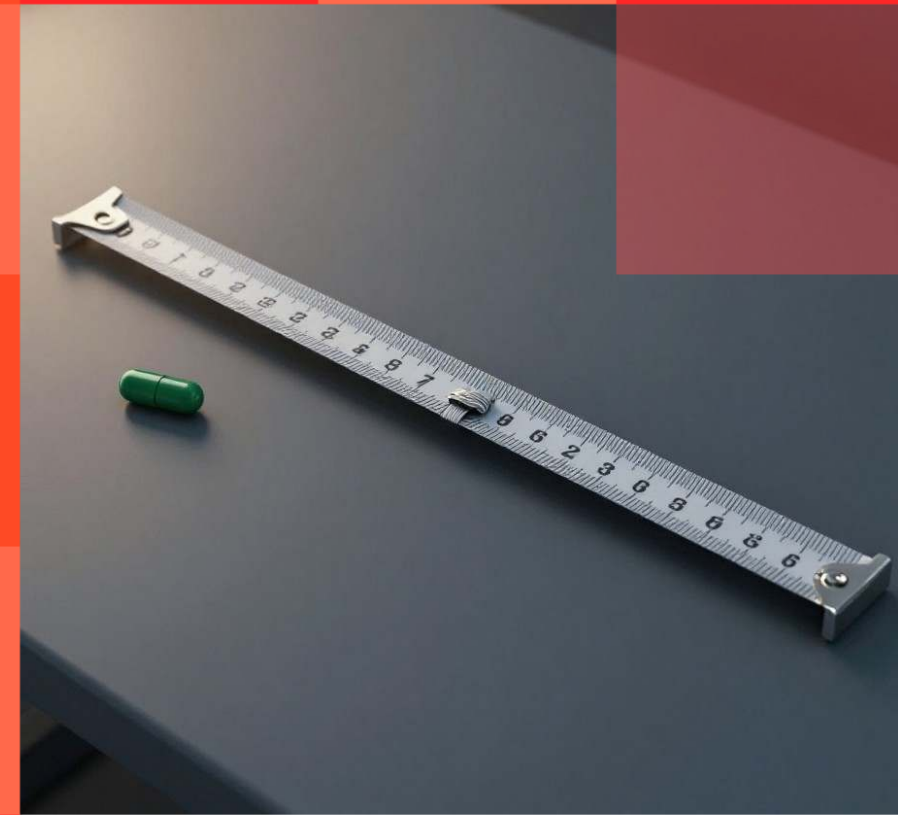
Учебные жизненные примеры применения модуля числа.

Модуль на числовой прямой



Точка и её расстояние

Число -7 на прямой находится на расстоянии 7 от нуля, поэтому его модуль равен 7 . Так же читаются и другие значения: чем дальше точка от начала отсчёта, тем больше модуль, независимо от того, слева она или справа.



Одинаковая длина отрезков

Числа -2 и 2 дают одинаковый модуль, потому что от нуля до каждой точки отрезок имеет длину 2 . Именно поэтому модуль помогает сравнивать величины по расстоянию, а не по знаку, который показывает только направление.

Связь с уравнениями и неравенствами

1

Уравнение с двумя ответами

Если $|x| = 5$, то число x может находиться на расстоянии 5 от нуля с любой стороны. Поэтому подходят два значения: 5 и -5 , и других решений нет.

2

Неравенство внутри интервала

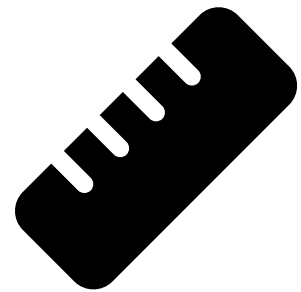
Запись $|x| < 3$ означает, что расстояние от нуля меньше трёх. Значит, x лежит между -3 и 3 , не включая границы: $-3 < x < 3$.

3

Неравенство вне интервала

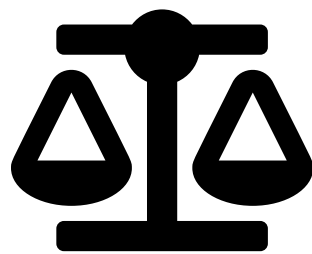
Если $|x| \geq 4$, то точка находится не ближе четырёх единиц к нулю. Тогда подходят два промежутка: $x \leq -4$ или $x \geq 4$.

Практическое значение графика $y = |x|$



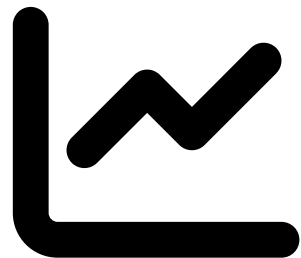
Измерение расстояний

График и модуль удобно использовать, когда нужно узнать, как далеко значение находится от нуля, не учитывая направление движения.



Сравнение отклонений

Он помогает сопоставлять ошибки, разницу между планом и фактом, а также отклонение от нормы в задачах с числами.



Быстрое построение

Функция легко строится по нескольким точкам и сразу показывает две симметричные ветви, что упрощает проверку ответа.

Что важно запомнить о функции $y = |x|$

Функция $y = |x|$ не бывает отрицательной, имеет вершину в начале координат и симметричный V-образный график. Эти свойства помогают уверенно строить его и решать простые задачи.