



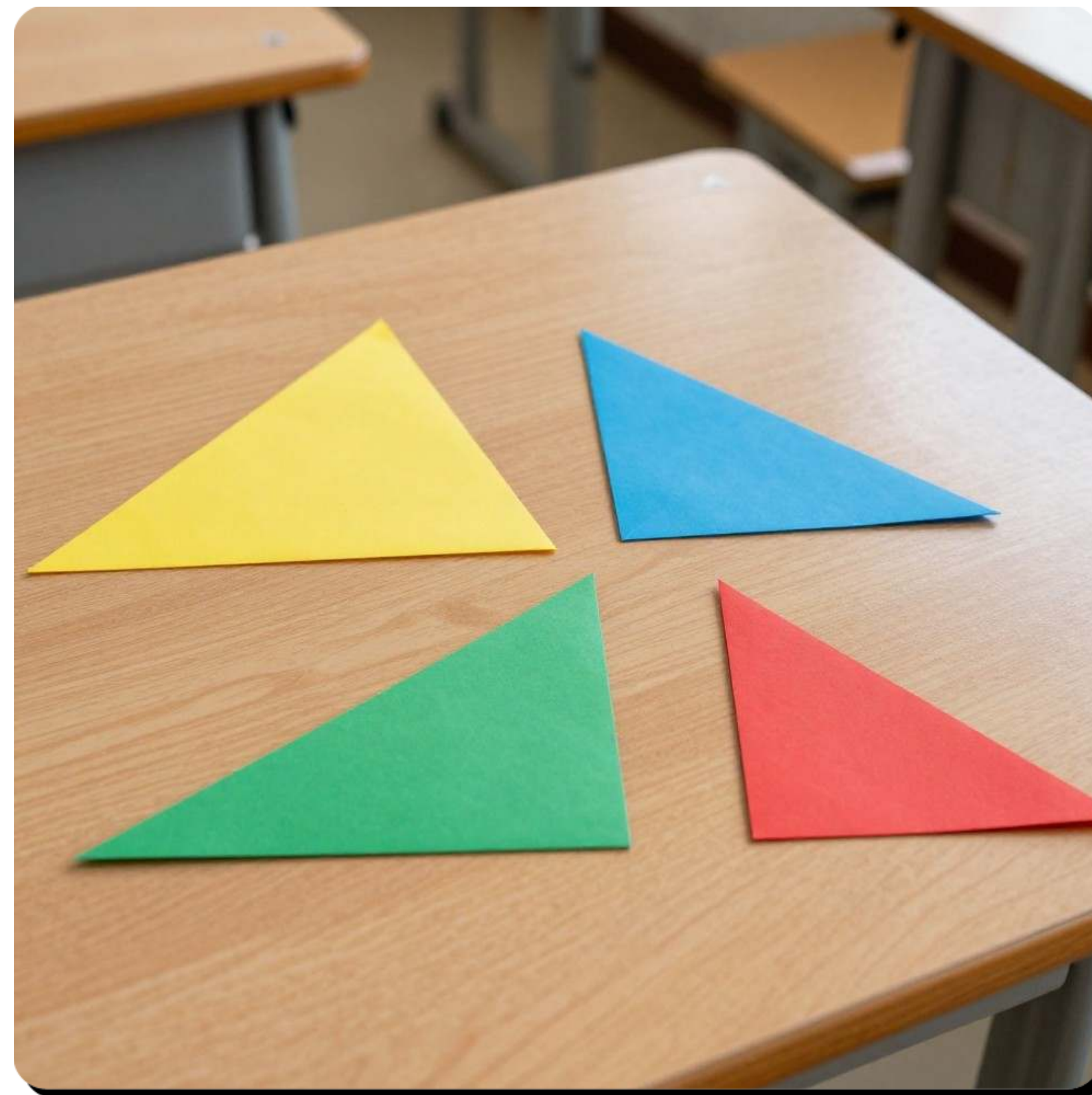
Свойства подобных многоугольников

Одна форма, разные размеры:
как устроено подобие?



Зачем изучать подобие фигур?

Подобие помогает читать чертежи, понимать карты и планы, работать с моделями и решать геометрические задачи через пропорции и масштаб.



Определение подобных многоугольников

01

Равные углы

Два многоугольника считаются подобными, если все их соответствующие углы равны. Это означает, что фигуры сохраняют одинаковый «наклон» сторон и общий вид.

03

Порядок вершин

Запись подобия выполняют в одинаковом порядке вершин, например $ABCD \sim A_1B_1C_1D_1$. Так сразу видно, какие углы и стороны соответствуют друг другу.

02

Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны подобных многоугольников относятся как одно и то же число. Именно это число связывает все линейные размеры фигур и позволяет сравнивать их.

04

Почему это важно

Правильный порядок вершин помогает не перепутать элементы и верно составить пропорции. Без этого легко получить неверный ответ в задаче на подобие.





Углы совпадают

Если один угол одной фигуры соответствует углу другой, их величины одинаковы. Это первый признак правильного сопоставления фигур при проверке подобия.



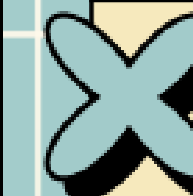
Стороны идут парами

К стороне АВ в первой фигуре соответствует сторона А1В1 во второй, а к ВС — сторона В1С1. Соответствие должно сохраняться по всему контуру.



Один и тот же коэффициент

Для всех соответствующих сторон сохраняется одинаковое отношение. Именно оно показывает, во сколько раз одна фигура больше или меньше другой.



Точность сопоставления

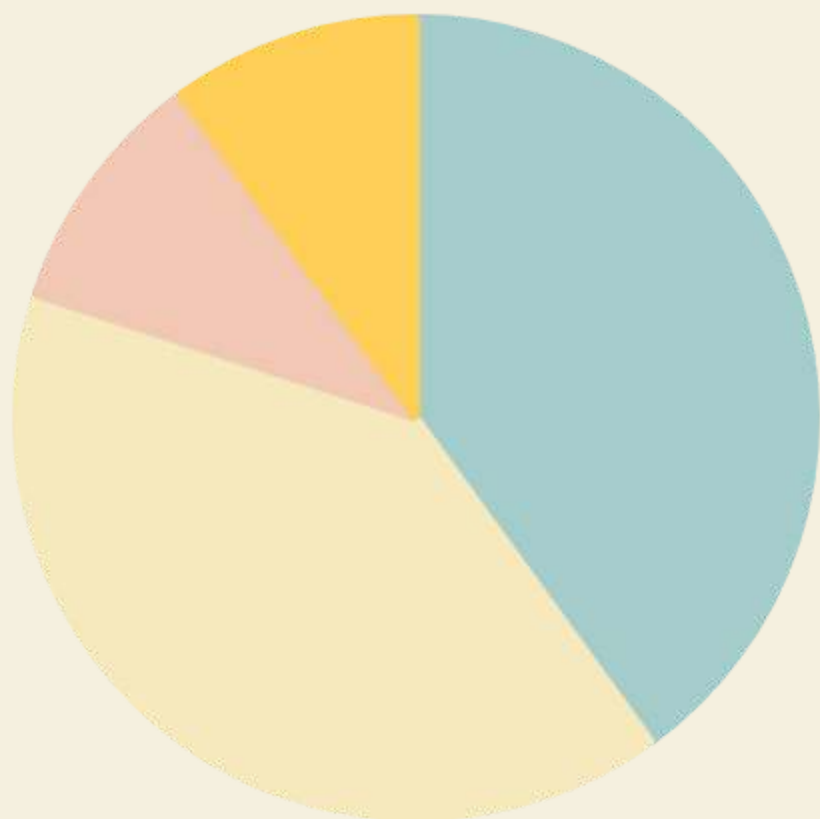
Если перепутать хотя бы одну вершину, пропорции станут неверными. Поэтому сначала определяют соответствующие элементы, а потом выполняют вычисления.



Соответствующие элементы подобных фигур

Что сохраняется при подобии

Равенство углов Пропорциональность сторон
Одинаковая форма Общий коэффициент



- Подобие объединяет угловые и линейные свойства фигуры, поэтому форма остается узнаваемой даже при изменении размера.
- Главные признаки подобия — равные углы и пропорциональные стороны; именно они определяют общий вид фигуры.

Обобщение по теме «Свойства подобных многоугольников»



Коэффициент подобия

Что он показывает

Коэффициент подобия k показывает, во сколько раз одна фигура больше или меньше другой. Он сравнивает не площадь, а только линейные размеры.

Когда k больше 1

Если $k = 2$, то каждая соответствующая сторона большей фигуры в два раза длиннее. Фигура выглядит так же, но становится крупнее.

Когда k меньше 1

Если $k = 0,5$, фигура уменьшена вдвое. Такое отношение часто встречается на чертежах, планах и уменьшенных изображениях реальных объектов.



Соответствие элементов в подобных многоугольниках

- Таблица показывает, как меняются основные элементы подобных фигур при одном коэффициенте подобия.
- Форма сохраняется, а линейные размеры и площадь изменяются по разным правилам: стороны — линейно, площади — по квадрату коэффициента.

Элемент	Отношение
Углы	равны
Стороны	как k
Площади	как k^2



Это позволяет находить контур по одному известному отрезку или по периметру другой подобной фигуры.

в k раз

Периметр подобной фигуры
изменяется так же, как любая
её соответствующая сторона.

Школьный курс геометрии, 9 класс

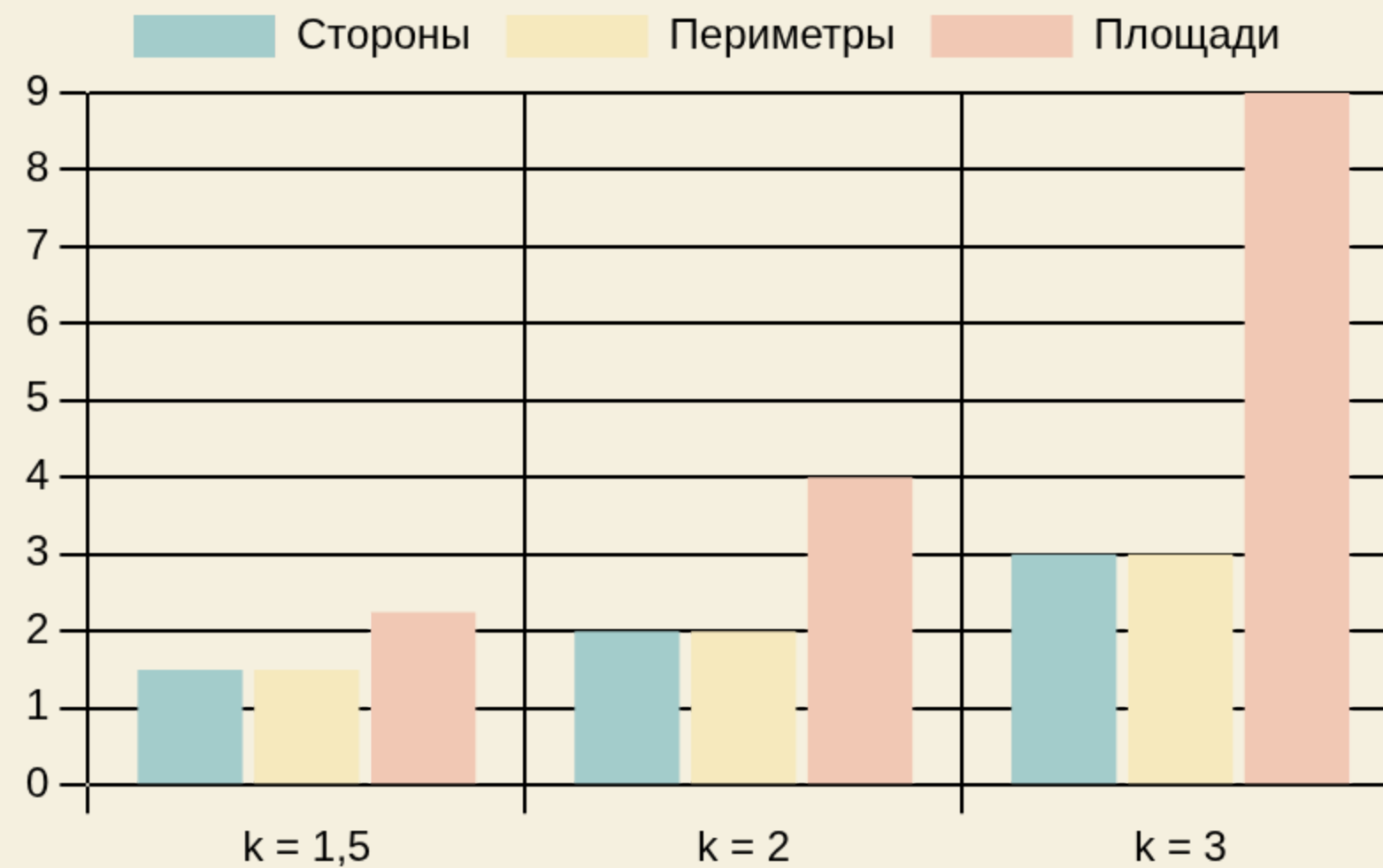
Например, при увеличении линейных размеров вдвое площадь возрастает в четыре раза, а при утроении — в девять раз.

в k^2 раз

Площадь изменяется быстрее, чем стороны и периметры, потому что зависит от квадрата коэффициента подобия.

Школьный курс геометрии, 9 класс

Как меняются стороны, периметры и площади



- Сравнение наглядно показывает: линейные величины растут одинаково, а площадь увеличивается заметно быстрее.
- Чем больше коэффициент подобия, тем сильнее растёт площадь по сравнению со сторонами и периметром.

Школьный курс геометрии, 9 класс



Равные углы

Чтобы установить подобие, сначала проверяют соответствующие углы: если они равны, фигуры сохраняют одинаковую форму и одинаковое расположение сторон, даже при разном размере.



Пропорциональные стороны

Затем сравнивают соответствующие стороны. Когда их отношения одинаковы, можно найти общий коэффициент и использовать его для вычисления неизвестных длин и периметров.



Удобная проверка

Для сложных многоугольников фигуру часто разбивают на треугольники. Так проще заметить совпадающие углы и пропорции, а значит, быстрее доказать подобие.



Применение в задачах

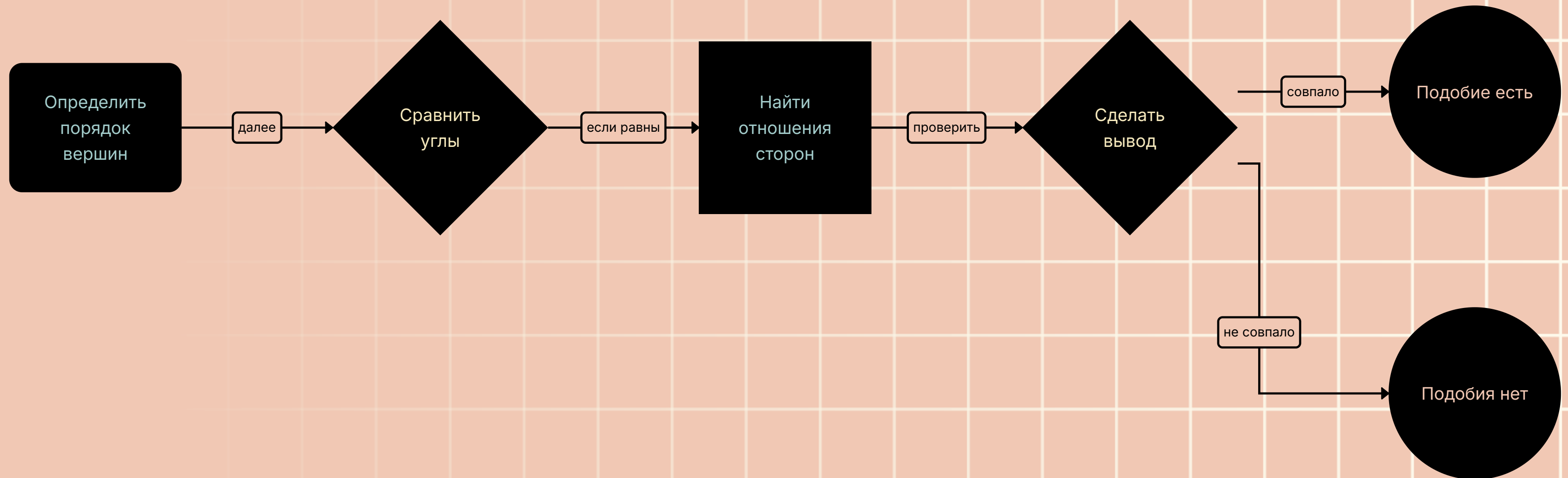
Этот признак особенно полезен в доказательствах и расчетах: он помогает не только подтвердить подобие, но и найти недостающие элементы без построения всей фигуры заново.

Признаки подобия многоугольников

Проверка подобия по шагам



Последовательность действий при решении геометрической задачи на подобие многоугольников



Масштаб на карте и плане



Город на листе бумаги

На карте большой город может уместиться в несколько сантиметров, хотя в реальности занимает километры. Масштаб позволяет сразу понять, сколько метров скрыто за одним сантиметром и как читать расстояния без ошибок.



План класса

На плане кабинета столы, доска и дверь выглядят маленькими, но их положение и пропорции сохраняются. Поэтому по чертежу можно измерить длину стены, расставить мебель и проверить, поместится ли новый шкаф.



Макет вместо здания

Архитектурный макет помогает увидеть будущий дом до начала строительства. Он уменьшен, но повторяет форму, окна и этажи, поэтому строители и заказчики могут заранее оценить внешний вид и размеры.

Как находят неизвестную сторону

01 Найти пары сторон

Сначала нужно точно определить, какие стороны в двух фигурах соответствуют друг другу. Без этого пропорция получится неверной, даже если сами числа выглядят правильными.

02 Составить отношение

После этого записывают отношение соответствующих сторон и подставляют известные значения. Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна сторона больше другой, и помогает перейти к неизвестной длине.



03 Проверить ответ

В конце удобно проверить, согласуется ли найденная сторона с общим масштабом фигуры. Если все пропорции соблюдены, ответ можно считать корректным и записать с нужными единицами.

Типичные ошибки при работе с подобием

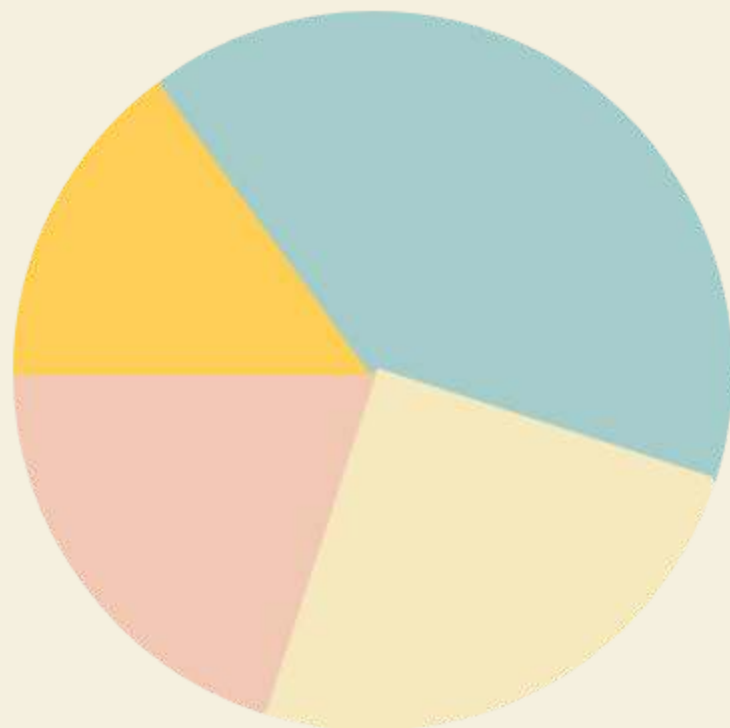
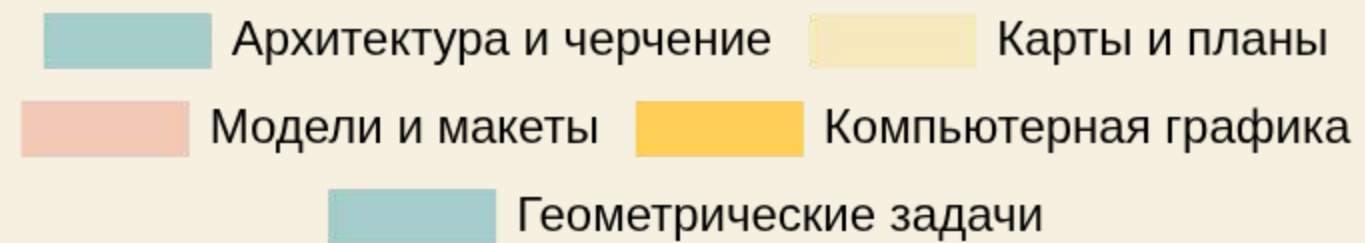


Ошибка	К чему ведёт
Путаница вершин	Неверная пропорция
Сравнение площадей	Ошибка степени
Нарушен порядок	Сбивается соответствие
Раннее округление	Теряется точность

- Частые ошибки при решении задач помогают понять, на что обращать внимание в первую очередь.

- Большинство ошибок связано не с вычислениями, а с неправильным определением соответствующих элементов и несоблюдением порядка записи.

Где применяются подобные многоугольники



- Подобие помогает переводить реальные объекты в уменьшенные модели и обратно, поэтому его используют и в учебных заданиях, и в практических измерениях.
- Наибольшая доля применения связана с черчением, картами и моделями, где особенно важно сохранять форму и пропорции.

Содержательное распределение по основным сферам применения в учебной геометрии

Связь с подобием треугольников

01

Разбиение фигуры

Многоугольник часто рассматривают через несколько треугольников. Это упрощает доказательство, потому что для треугольников удобно использовать равенство углов и отношения сторон.

03

Доказательство целиком

Когда подобие треугольников доказано, его результаты переносят на весь многоугольник. Так получают связи между длинными сторонами, диагоналями и другими элементами фигуры.

02

Поиск опорных элементов

Если в фигуре удаётся выделить равные углы или параллельные стороны, треугольники становятся опорой для дальнейших вычислений. Через них легче установить нужные пропорции.

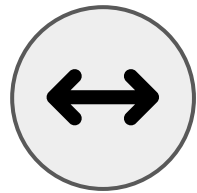
Коэффициент уменьшения помогает быстро перейти от изображения к реальному размеру, если правильно учтён масштаб и соответствующие величины.

10 см

составляет высота двери на местности, если на фотографии она равна 2 см и изображение уменьшено в 5 раз.

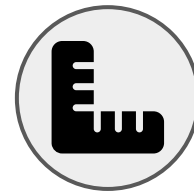
Задача на масштаб из школьного курса геометрии

Главные свойства подобия в одной схеме



Равные углы

Соответствующие углы у подобных многоугольников одинаковы. Именно это сохраняет форму фигуры и позволяет узнавать её по силуэту, даже если размер изменился.



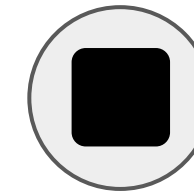
Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны связаны одним и тем же отношением. Если известна одна пара длин, можно найти остальные, не измеряя фигуру полностью.



Общий коэффициент

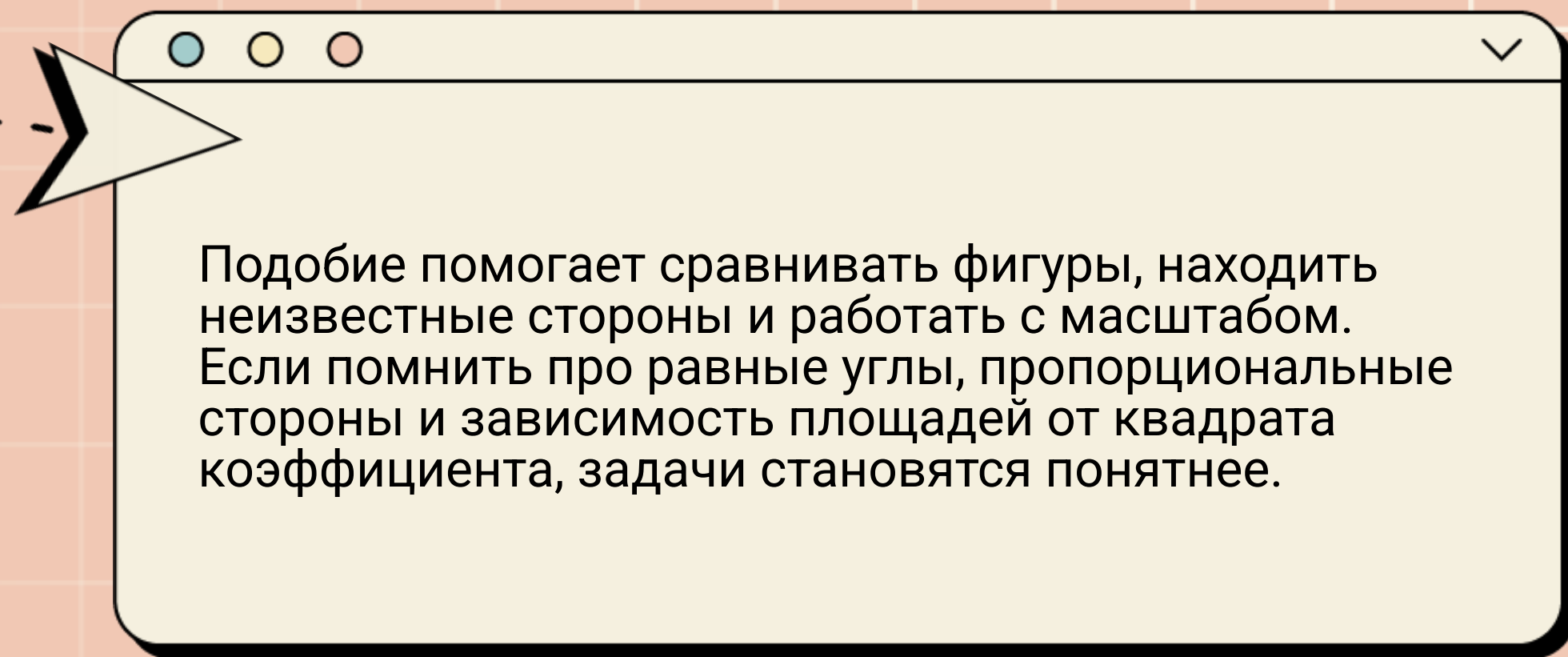
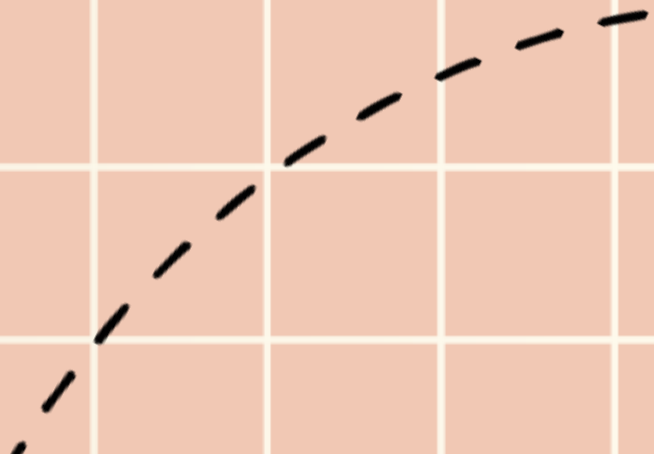
Коэффициент подобия показывает, во сколько раз изменились линейные размеры. Он одинаков для всех соответствующих сторон и помогает связать меньшую фигуру с большей.



Периметр и площадь

Периметры изменяются как k , а площади — как k^2 . Поэтому площадь растёт быстрее: при увеличении фигуры вдвое её площадь становится в четыре раза больше.

Свойства подобных многоугольников



Подобие помогает сравнивать фигуры, находить неизвестные стороны и работать с масштабом. Если помнить про равные углы, пропорциональные стороны и зависимость площадей от квадрата коэффициента, задачи становятся понятнее.