



Решение задач на пропорции

Учимся видеть пропорции в реальных задачах и решать их уверенно.

Пропорции вокруг нас

Пропорции помогают сравнивать величины в покупках, поездках, на карте и в рецептах. На уроке мы разберём, как распознавать вид зависимости, составлять таблицу или пропорцию и проверять ответ по смыслу.



Почему пропорции нужны в жизни

Покупки без лишних вычислений

В магазине легко увидеть пропорцию: если цена одной тетради известна, можно быстро посчитать стоимость нескольких. Чем больше одинаковых предметов берём, тем выше итоговая сумма. Такой расчёт помогает не ошибиться при покупке.



Поездки и движение

В дороге пропорции связывают расстояние и время. Если скорость не меняется, за большее время удаётся пройти больший путь. По той же логике можно оценить, сколько минут займёт поездка или пробежка.



Карта, масштаб и рецепт

На карте, в рецепте и на схеме тоже работают пропорции. Масштаб показывает связь между изображением и реальным размером, а рецепт помогает сохранить вкус блюда, если нужно изменить количество порций.



Отношение величин

1

Как читается отношение

Отношение сравнивает величины одного вида и показывает, сколько частей одной величины приходится на другую. Его можно записать через двоеточие, дробь или словами, но единицы измерения должны быть одинаковыми.

2

Что показывает запись

Запись 3:2 означает, что на три части одной величины приходится две части другой. Это удобно, когда нужно понять, во сколько раз одно больше другого, или разделить что-то в нужной доле.

3

Почему важны единицы

Нельзя сравнивать метры с сантиметрами или яблоки с килограммами без перевода в общие единицы. Сначала приводят величины к одному виду, а потом находят отношение без лишних ошибок.

Что такое пропорция

Равенство отношений

Пропорция — это равенство двух отношений. Если отношение не меняется, значит, величины связаны пропорционально, и можно находить неизвестное по известным значениям.

Крайние и средние члены

В записи $a/b = c/d$ крайние члены стоят снаружи, а средние — внутри. Это помогает быстрее разбирать уравнения и не путать элементы при решении задач.

Проверка равенства

Примеры $2/3 = 4/6$ и $5/10 = 1/2$ показывают одно и то же правило: оба отношения должны быть равны. Если равенство нарушается, пропорции нет.

Свойство произведений

1.

Основное правило

У пропорции есть главное свойство: произведение крайних членов равно произведению средних. Именно это равенство позволяет переходить от дробей к уравнению и находить неизвестный член.

2.

Правило крест-накрест

Для записи $a/b = c/d$ получаем $ad = bc$. Это удобно запоминать как приём «крест-накрест»: перемножаются противоположные члены пропорции.

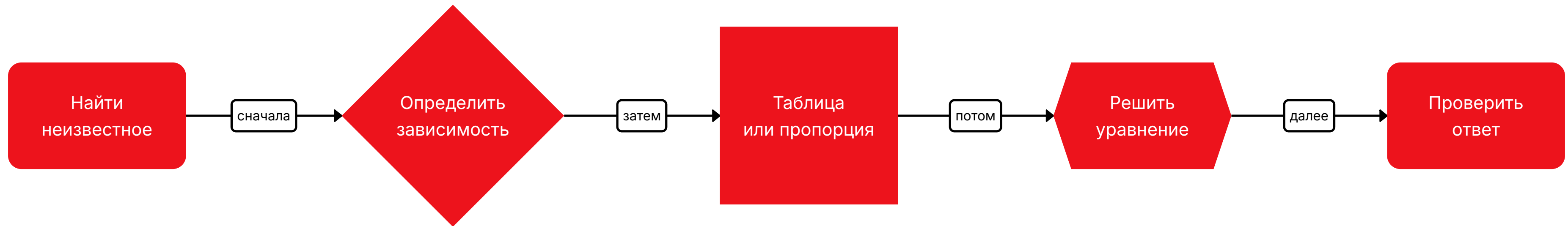
3.

Как работает на примере

Если дано $3/5 = x/20$, то $3 \cdot 20 = 5 \cdot x$. После вычисления находят x и обязательно проверяют, подходит ли ответ по условию задачи.

Как решать задачи на пропорции

Последовательность действий помогает не пропустить важный шаг и выбрать верный способ решения.

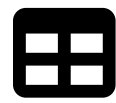


Прямая пропорциональность



Больше — больше

Когда одна величина увеличивается, другая тоже растёт. Такой тип зависимости часто встречается в ценах, расстояниях и количестве одинаковых предметов.



Постоянное отношение

В таблице для прямой зависимости отношение соответствующих значений остаётся постоянным. Это помогает быстро увидеть закономерность и продолжить ряд без догадок.



Примеры из жизни

Если известна цена одной вещи, легко найти стоимость нескольких. То же самое работает для пути и времени при постоянной скорости.



Удобный способ поиска

Прямая пропорциональность удобна тем, что неизвестное можно найти через значение на одну единицу. Такой способ экономит время и снижает риск ошибки.

Таблица для прямой зависимости

Тетради	Цена, руб.
4	120
1	30
10	300

Условие учебной задачи о покупке тетрадей

В таблице видно, как связаны количество тетрадей и цена покупки. По одной известной паре легко найти стоимость одной тетради и затем любой другой покупки.

Цена растёт вместе с количеством, а стоимость одной тетради остаётся постоянной.

Из 6 яблок за 180 рублей получаем цену за одно
и находим стоимость десяти яблок.

**300
рублей
стоят 10 яблок
при той же цене
за штуку.**

Пример прямой пропорции: путь и время

1

Находим за час

Сначала удобно найти, сколько поезд проходит за один час. Если 180 км он преодолел за 3 часа, то за 1 час получается 60 км. Это опора для дальнейшего расчёта.

2

Считаем путь

Затем умножаем скорость на нужное время. За 5 часов поезд проедет $60 \cdot 5 = 300$ км. Так задача решается через прямую зависимость: чем больше времени, тем больше путь.

3

Проверяем смысл

Проверка показывает, что ответ разумный: при той же скорости поезд не может за 5 часов пройти меньше, чем за 3. Значит, 300 км соответствует условию задачи.



Ошибки в прямой пропорции

Путают тип зависимости

Частая ошибка — выбрать обратную зависимость там, где она не подходит. Если при увеличении времени путь растёт, значит зависимость прямая, а не обратная.

Смешивают порядок чисел

Иногда числа берут в неверном порядке и получают случайный ответ. Важно сначала понять, какая величина известна, а какая ищется, и только потом записывать пропорцию.

Игнорируют единицы

Нельзя забывать про единицы измерения: километры, часы, рубли, штуки. Без них легко сравнить несоответствующие величины и получить решение, которое не совпадает с условием.

Не делают проверку

Ещё одна проблема — не сверить результат со смыслом задачи. В прямой пропорции большее значение одной величины должно соответствовать большему значению другой.

Обратная пропорциональность

1.

Главный признак

Обратная пропорциональность возникает, когда одна величина увеличивается, а другая уменьшается. Это удобно заметить по словам: чем больше одного, тем меньше другого.

2.

Что остаётся постоянным

Для таких задач характерно постоянное произведение. Если скорость больше, то время меньше; если рабочих больше, то срок выполнения короче. Сумма здесь не сохраняется.

3.

Где встречается

К этой группе относятся задачи про скорость и время, число рабочих и дни, количество групп и число предметов в каждой группе. Во всех случаях работает одна логика.

Таблица и стрелки для обратной зависимости

Таблица помогает увидеть обратную зависимость сразу: при изменении одной величины другая меняется в противоположную сторону, а произведение соответствующих значений остаётся одинаковым.

Чем выше скорость, тем меньше время; произведение величин сохраняется.

Скорость	Время
60	4
80	3

Четыре рабочих успевают выполнить работу за 12 дней. Если работников станет больше, срок сократится, потому что в обратной пропорции важен постоянный результат труда.

Учебный пример по теме «обратная пропорциональность»

8
**дней потребуется шести
рабочим при той же
скорости работы.**

История о дороге

Два режима поездки

На трассе длиной 240 км водитель выбрал скорость 60 км/ч. Путь занял ровно 4 часа, и это стало опорой для сравнения. Если скорость повысить до 80 км/ч, время уменьшается до 3 часов.

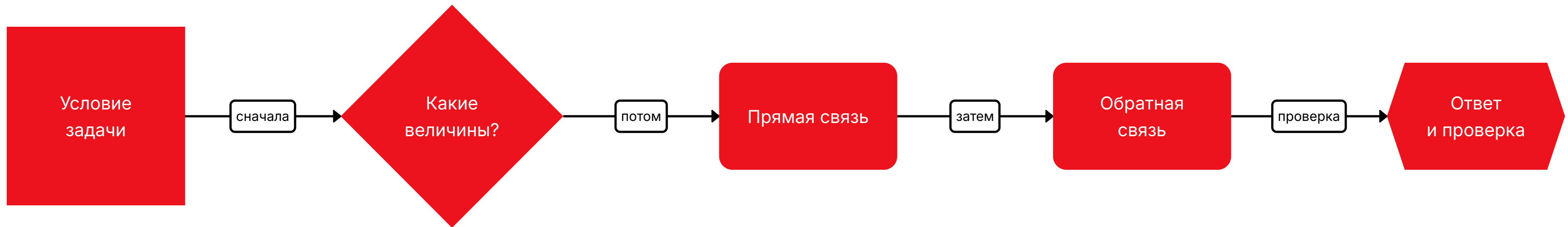
Что меняется в задаче

Здесь удобно видеть, что расстояние не меняется, а меняется только время. Чем быстрее едет машина, тем меньше часов требуется на тот же путь. Именно так проявляется обратная зависимость.



Как решать смешанные задачи

Алгоритм распознавания двухэтапных зависимостей в смешанных задачах



Проценты и масштаб

1

Проценты как части

Проценты удобно понимать как части от ста. Когда требуется найти 25%, мы фактически берём 25 из 100 равных частей числа и записываем это через пропорцию.

2

Масштаб на практике

Масштаб показывает связь между картой и местностью. Запись 1:1000 означает, что одному сантиметру на плане соответствуют 1000 сантиметров на местности, то есть 10 метров.

3

Общий способ

И проценты, и масштаб решаются одинаково: через отношение и пропорцию. Это помогает не запоминать лишние правила, а использовать одну понятную схему.

Как оформить решение и проверить ответ

Начинаем с условия

Сначала кратко записывают данные и неизвестное: что известно, что нужно найти, в каких единицах измерения дан ответ. Это помогает не потерять важную информацию.

Выбираем форму

Далее выбирают удобную форму записи: таблицу, схему или пропорцию. Для разных задач подходит разный способ, но логика решения остаётся одной и той же.

Оформляем ответ

После вычислений обязательно пишут ответ с единицами. Без них число остаётся неполным и может не подойти к задаче, даже если вычисление выполнено верно.

Сверяем результат

Проверка включает подстановку и смысловую оценку. Если ответ противоречит условию, значит в рассуждении допущена ошибка, и решение нужно пересмотреть.

Итоги: что важно запомнить

Пропорции помогают уверенно решать задачи про цену, скорость, время, масштаб и другие жизненные ситуации. Главное — увидеть тип зависимости, записать её правильно и обязательно проверить ответ по смыслу.