

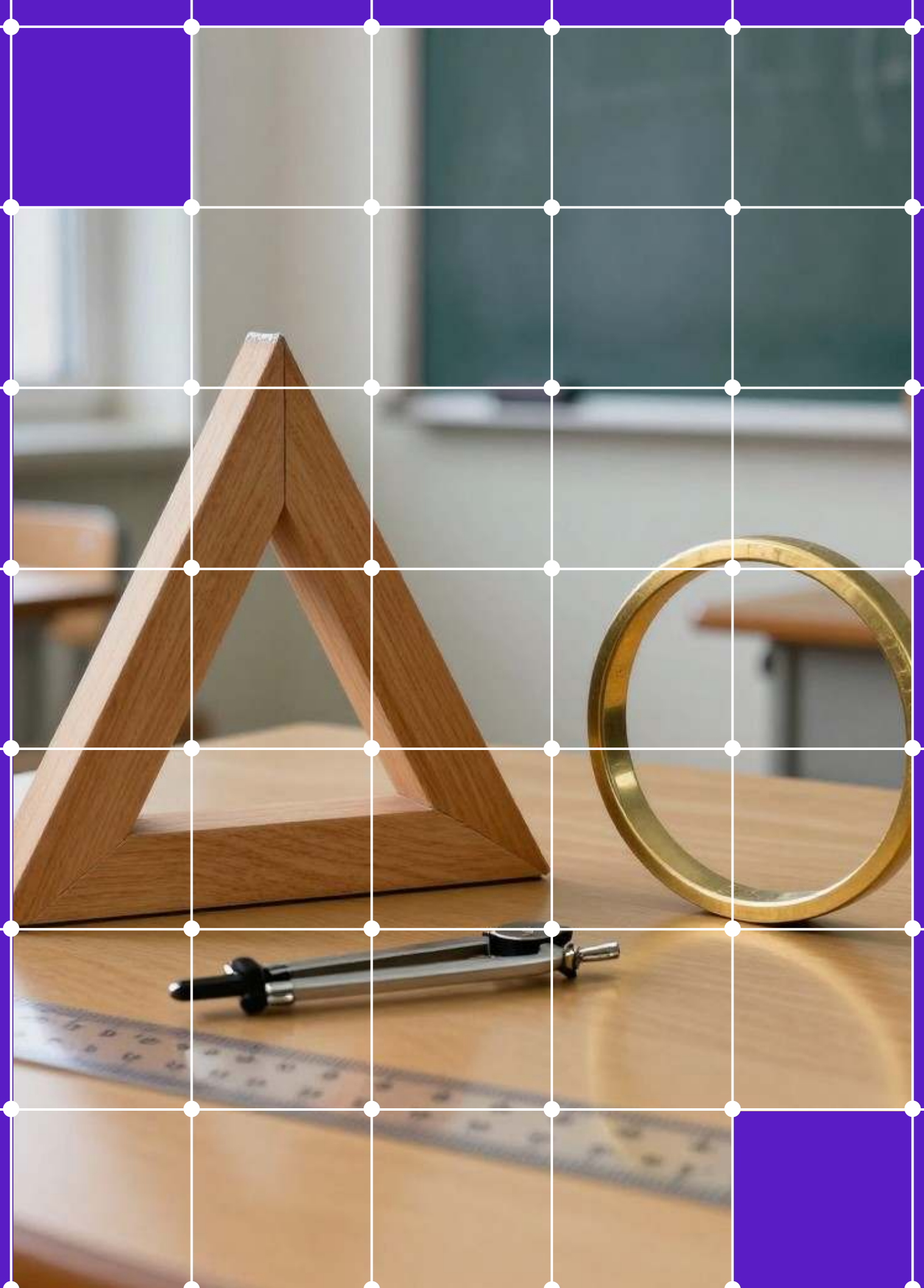
Треугольник и окружность: начальные сведения

Две фигуры, много связей и важных свойств.



Почему треугольник и окружность так важны

Эти фигуры помогают доказывать, строить и вычислять.
Их свойства встречаются в задачах 9 класса, в чертежах, схемах
и реальных конструкциях, где важны точность, симметрия
и устойчивость формы.



Основные элементы треугольника

1.

Три стороны и три угла

У треугольника всегда три вершины, три стороны и три внутренних угла. Именно эти элементы позволяют описывать фигуру, сравнивать её с другими треугольниками и находить неизвестные величины.

2.

Сумма углов

Если измерить все внутренние углы треугольника и сложить их, получится 180° . Это одно из главных свойств, которое часто используют для проверки чертежа и решения задач на нахождение углов.

3.

Разные виды треугольников

Треугольники различают по длинам сторон и по величине углов. Благодаря этому можно быстро определить тип фигуры и выбрать подходящее правило для вычислений, доказательства или построения.

Окружность и круг: основные понятия

Что такое окружность

Окружность — это линия, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии от одной точки, называемой центром. Именно это расстояние задаёт форму и размеры фигуры.

Чем круг отличается от окружности

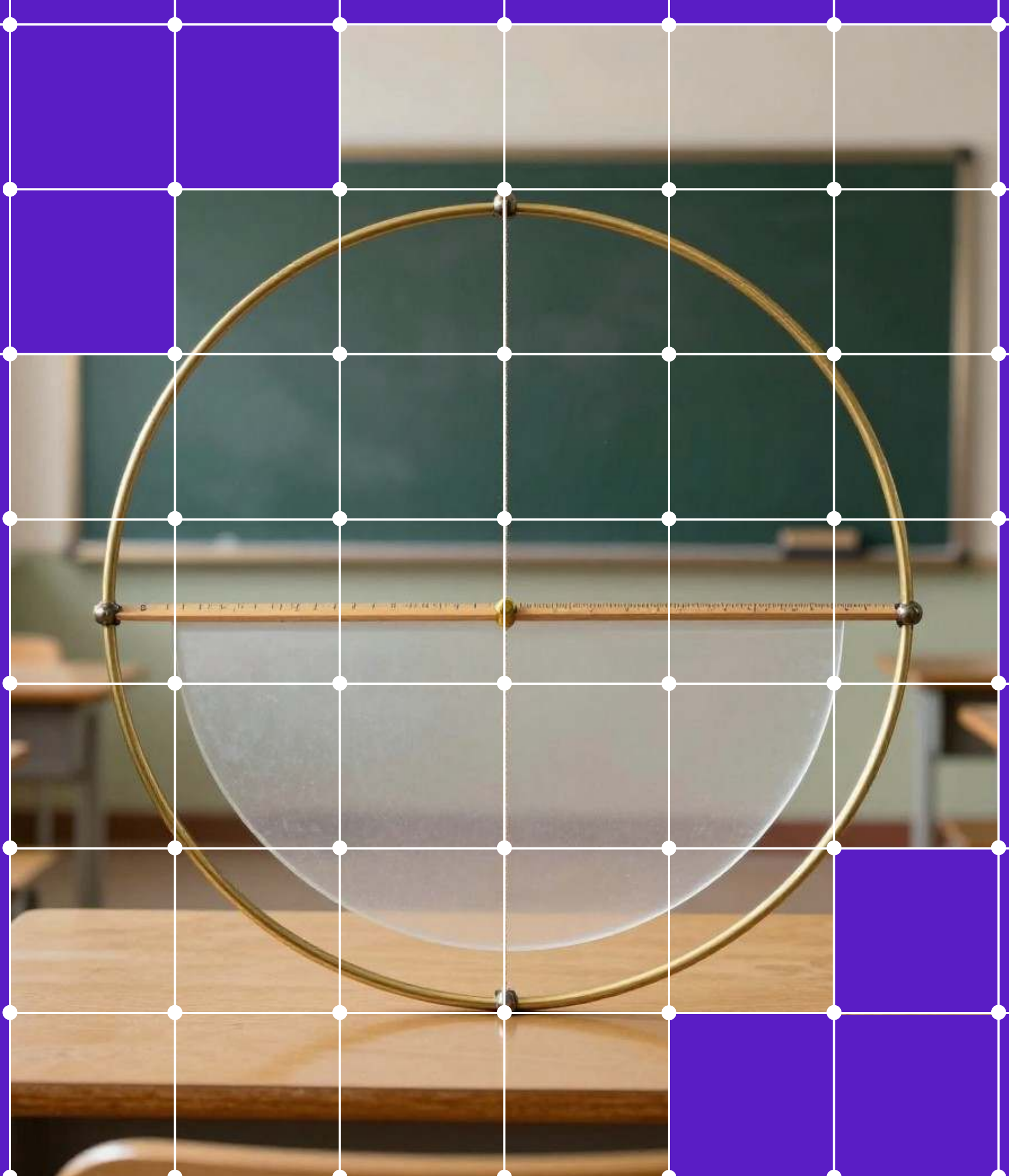
Круг — это часть плоскости, которая находится внутри окружности вместе с её границей. Поэтому окружность является только линией, а круг включает и внутреннюю область.

Радиус и диаметр

Радиус соединяет центр с любой точкой окружности. Диаметр проходит через центр и состоит из двух радиусов, поэтому он в два раза длиннее радиуса.

Хорда

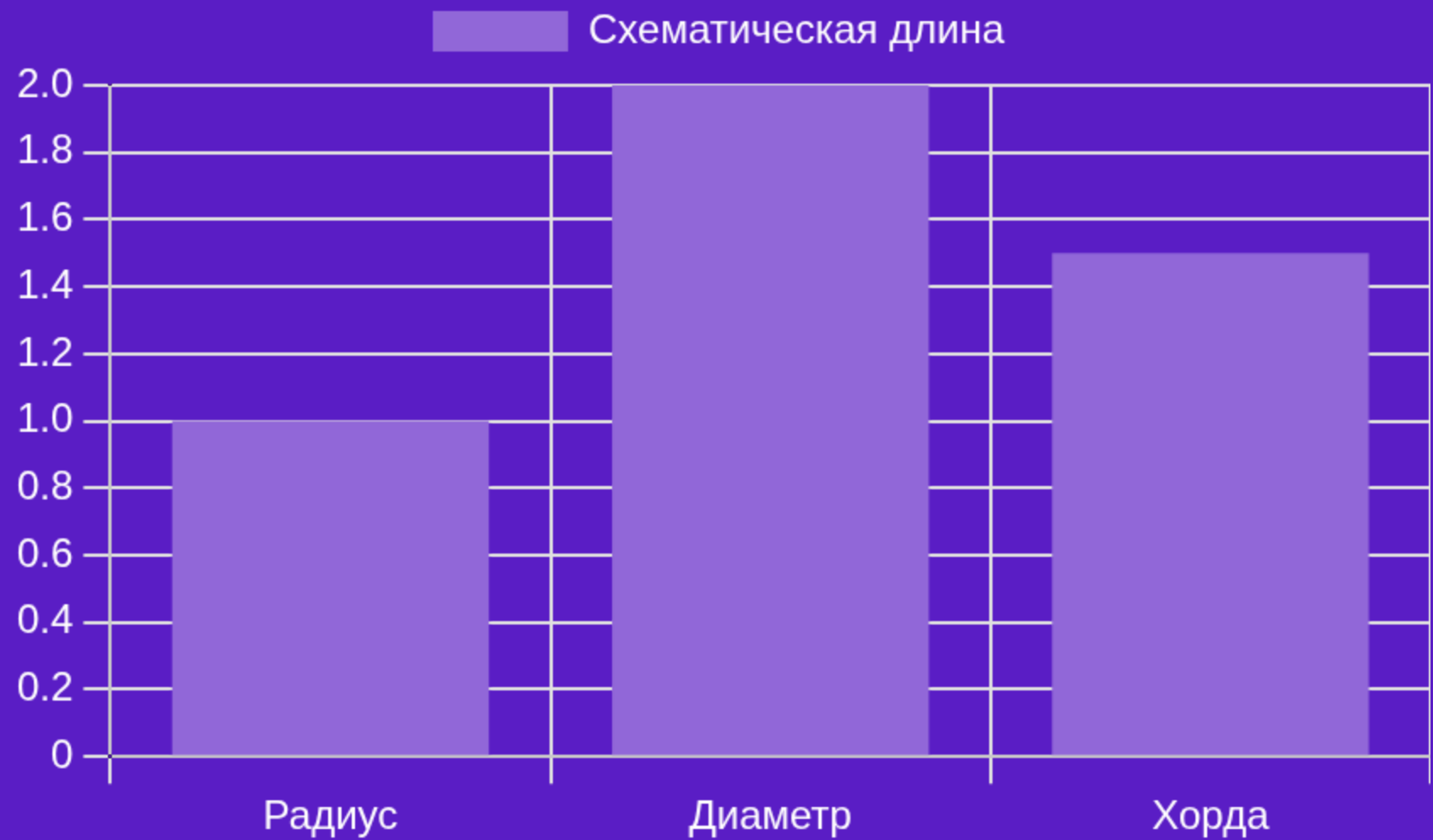
Хорда соединяет любые две точки окружности. В отличие от диаметра, она не обязана проходить через центр, поэтому может иметь разную длину.



Радиус, диаметр и хорда

Диаграмма показывает только соотношения по определению: диаметр состоит из двух радиусов, а хорда может быть короче или длиннее радиуса.

Главный вывод: диаметр — самый длинный из трёх отрезков, а радиус задаёт связь между центром и окружностью.



Схематическое сравнение по определениям геометрических фигур

Виды треугольников

Основание	Вид	Признак
По сторонам	Равносторонний	3 равные стороны
По сторонам	Равнобедренный	2 равные стороны
По углам	Прямоугольный	1 угол 90°
По углам	Тупоугольный	1 угол $> 90^\circ$

Определения из школьного курса геометрии

Таблица объединяет классификацию по сторонам и по углам. Она помогает быстро узнать тип треугольника и вспомнить его основные признаки.

Один треугольник можно описывать сразу двумя способами: по сторонам и по углам. Это ускоряет распознавание фигуры в задаче.

Построение окружности и треугольника

Последовательность отражает стандартное построение циркулем и линейкой.



Вписанная и описанная окружности



Вписанная окружность

Она находится внутри треугольника и касается всех его сторон. Для неё важна точка касания с каждой стороной, поэтому окружность точно «подогнана» к фигуре.



Описанная окружность

Такая окружность проходит через все три вершины треугольника. Это значит, что вершины лежат на одной окружности, а сама фигура как бы вписана в неё.



Одна окружность для каждого треугольника

Для любого невырожденного треугольника существует ровно одна вписанная и одна описанная окружность. Это делает задачу на их построение определённой и проверяемой.



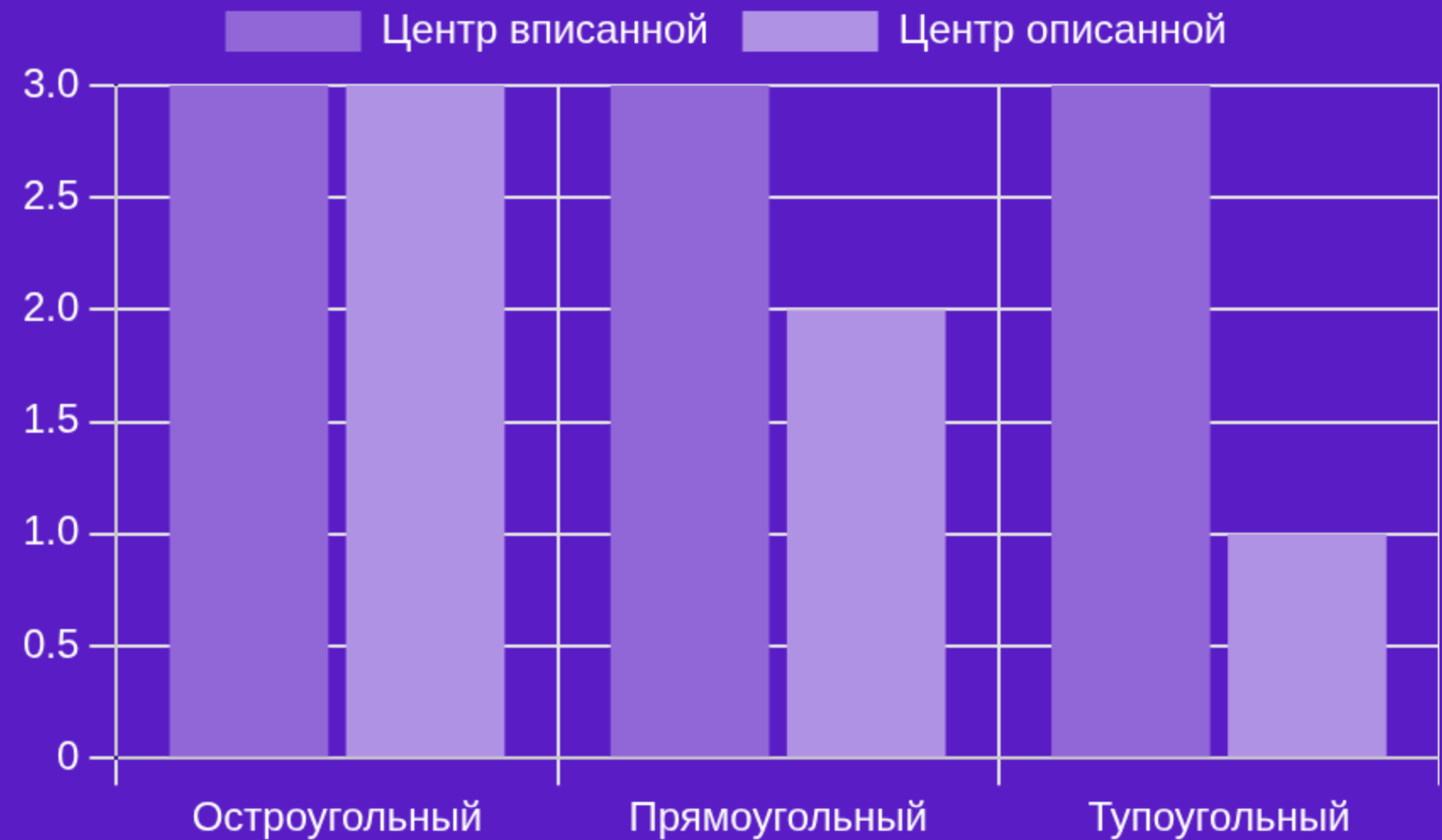
Связь с построениями

Центры этих окружностей находят по специальным линиям треугольника. Поэтому свойства окружностей тесно связаны с доказательствами, чертежами и работой циркулем.

Где находятся центры окружностей

Шкала условная: 3 — внутри треугольника, 2 — на стороне, 1 — вне треугольника. Она помогает сравнить положение центров в разных случаях.

Центр вписанной окружности всегда расположен внутри, а центр описанной меняет положение в зависимости от вида треугольника.



Схематическая модель по свойствам биссектрис и серединных перпендикуляров

Биссектриса, медиана и высота

1. Биссектриса

Биссектриса делит угол треугольника на две равные части. Её удобно искать там, где нужно работать с равными углами и точкой, удалённой от сторон угла.

2. Медиана

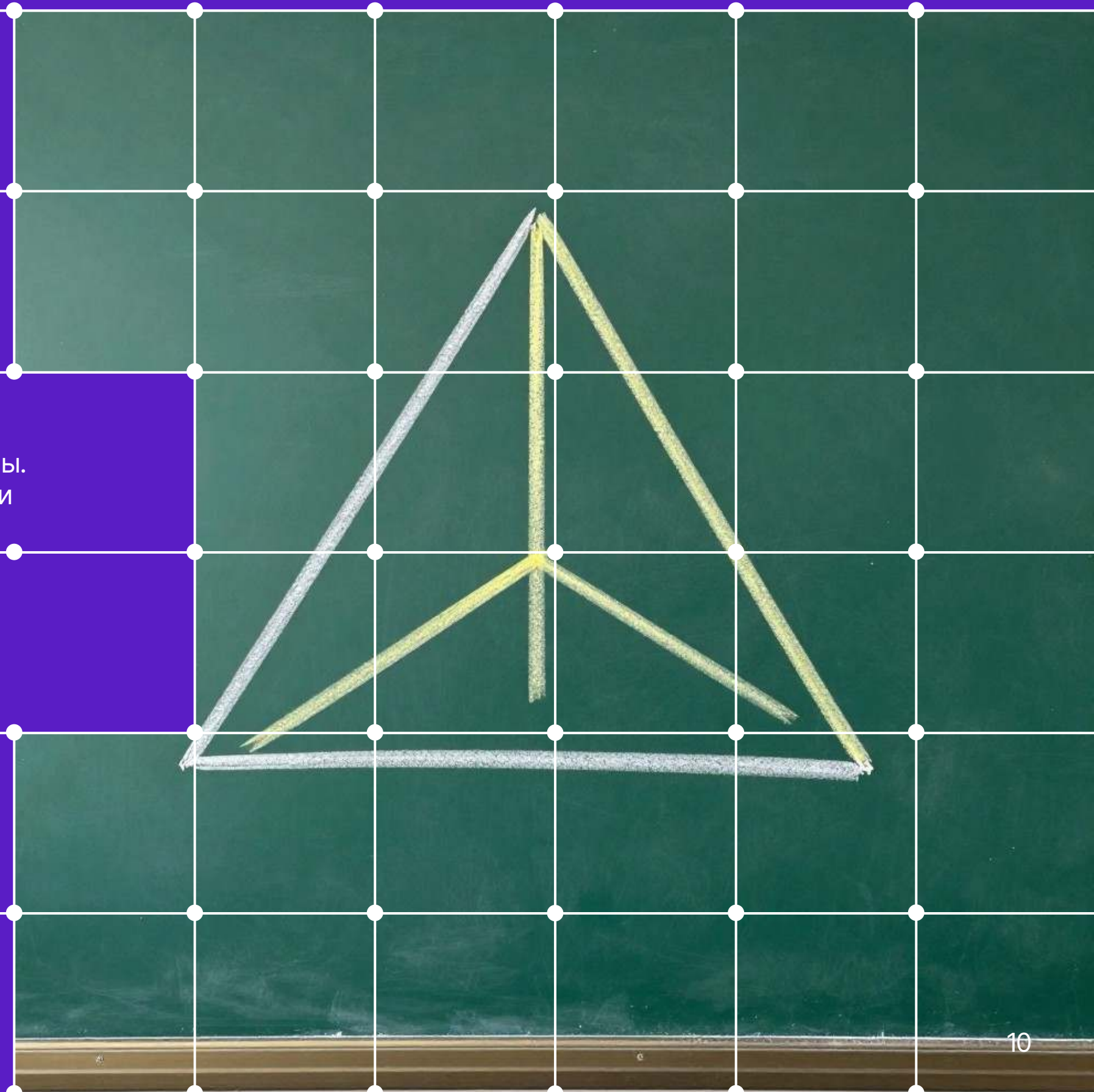
Медиана соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Она делит сторону пополам и часто помогает находить симметрию и равные части фигуры.

3. Высота

Высота проводится перпендикулярно к стороне или к её продолжению. Она показывает расстояние от вершины до основания и особенно важна в задачах на площадь.

4. Совпадение линий

В равнобедренном треугольнике одна и та же линия может одновременно быть медианой, биссектрисой и высотой. Это упрощает построения и делает свойства фигуры нагляднее.



Касательная к окружности

Одна точка соприкосновения

Касательная касается окружности только в одной точке — точке касания. В этой точке линия не пересекает окружность, а лишь «прикадывается» к ней, сохраняя строгое геометрическое условие.

Перпендикуляр к радиусу

Если провести радиус в точку касания, он всегда будет перпендикулярен касательной. Это свойство помогает быстро проверять правильность чертежей и строить касательную по заданной окружности.

Касательная вокруг нас

В реальных объектах касание встречается постоянно: колесо соприкасается с дорогой, ролик — с направляющей, а детали механизмов — в точках соприкосновения. Поэтому понятие касательной важно не только в задачах, но и в технике.



Свойства основных линий в треугольнике

Линия	Свойство	Использование
Медиана	Делит сторону пополам	Поиск центра
Высота	Перпендикуляр к стороне	Измерение высоты
Биссектриса	Делит угол пополам	Построение углов
Сер. перпендикуляр	Через середину, $\perp$	Центр окружности

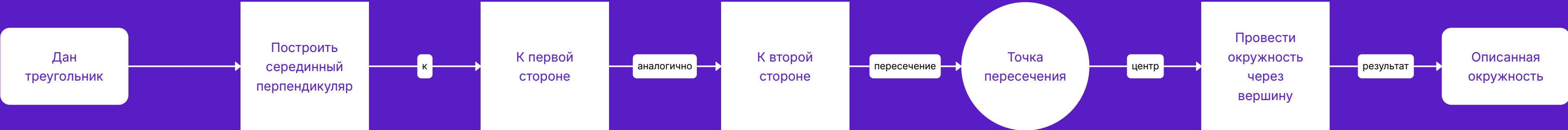
Определения и свойства линий в треугольнике из школьного курса геометрии

Сравнение показывает, чем отличаются четыре важные линии и какое действие каждая из них выполняет в треугольнике.

У каждой линии своё назначение: одни связаны со сторонами, другие — с углами. Именно поэтому их нельзя путать при доказательствах и построениях.

Как найти центр описанной окружности

Построение по свойству серединных перпендикуляров к сторонам треугольника



Равенство и подобие треугольников

1. Равные фигуры

Равные треугольники полностью совпадают при наложении: у них равны все соответствующие стороны и углы. Это позволяет делать точные выводы о фигуре, не измеряя каждый элемент отдельно.

2. Сходство по форме

Подобные треугольники имеют одинаковую форму, но могут отличаться размерами. Их соответствующие углы равны, а стороны связаны одним и тем же коэффициентом пропорциональности.

3. Удобство в задачах

Эти признаки помогают находить неизвестные длины и углы по уже известным данным. Особенно часто они используются в задачах на чертежах, где прямое измерение неудобно или невозможно.

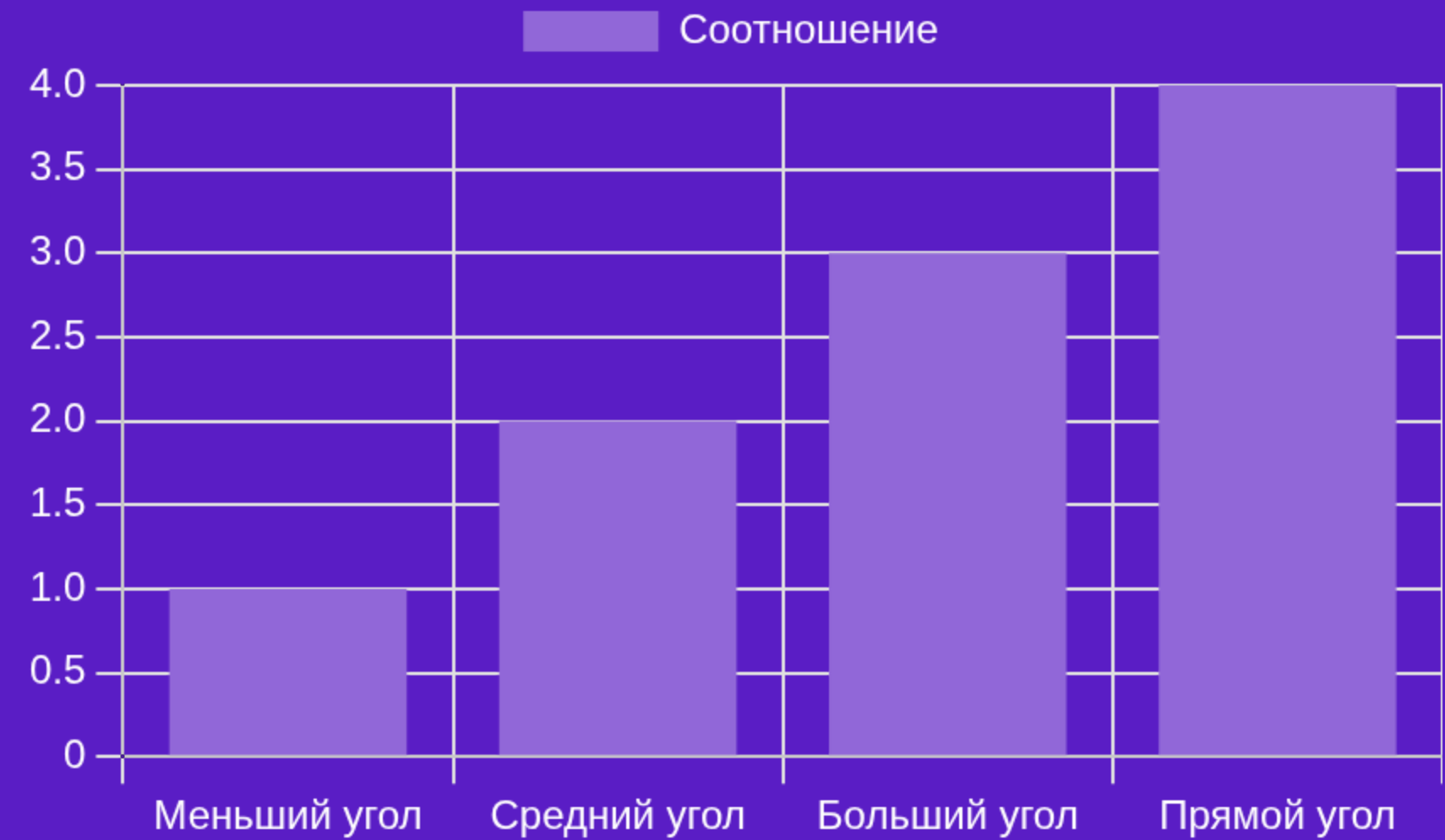
4. Связь с доказательствами

В 9 классе равенство и подобие становятся основой многих геометрических доказательств. Через них удобно сравнивать фигуры, обосновывать построения и проверять, верно ли решена задача.

Связь сторон и углов в одном треугольнике

Сравнение показывает не числа измерений, а порядок: чем больше угол, тем длиннее противоположная сторона. В прямоугольном треугольнике самая длинная сторона лежит напротив прямого угла.

Правило помогает быстро оценивать длины сторон и делать выводы о форме треугольника без полного измерения всех его элементов.



Свойства сторон и углов треугольника, школьная геометрия

Треугольники и окружности в реальной жизни

Колесо, часы и мишень

Круглые формы помогают предметам вращаться и двигаться равномерно. Поэтому окружности легко узнать в колёсах, часах, монетах и спортивных мишенях. В этих объектах важны точный центр и одинаковое расстояние до края.



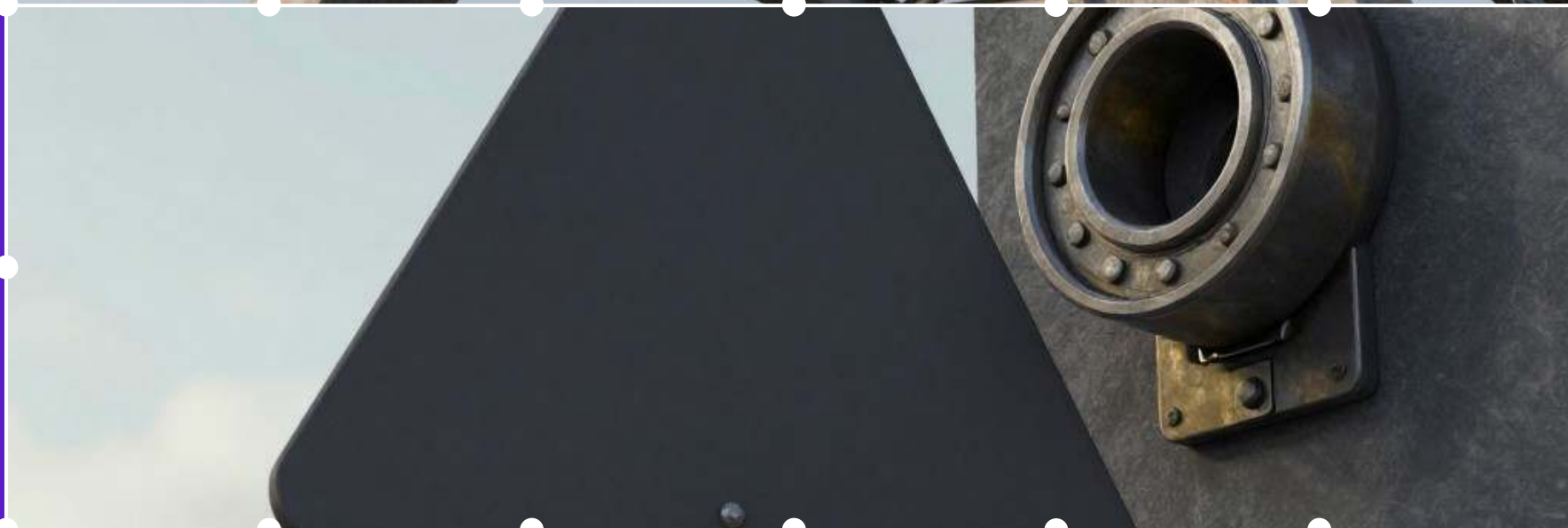
Треугольник как основа прочности

Треугольники часто встречаются в мостовых фермах, крышах и опорах. Такая форма хорошо сохраняет свой вид под нагрузкой, поэтому конструкция становится устойчивой и не «складывается» так легко, как другие фигуры.



Геометрия в повседневных объектах

Дорожные знаки, каркасы, механизмы и архитектурные элементы нередко объединяют треугольные и круглые детали. Треугольник даёт жёсткость, а окружность помогает двигаться и поворачиваться без лишних рывков.



Типичные ошибки в первых задачах

Круг и окружность

Часто путают окружность и круг: окружность — это линия, а круг — часть плоскости внутри неё. Из-за этого неверно формулируют ответ и ошибаются в построениях.

Неверный центр

Иногда центр окружности определяют «на глаз» или выбирают случайную точку. Правильно искать его через биссектрисы, серединные перпендикуляры или по условию задачи, а не по рисунку.

Диаметр и касательная

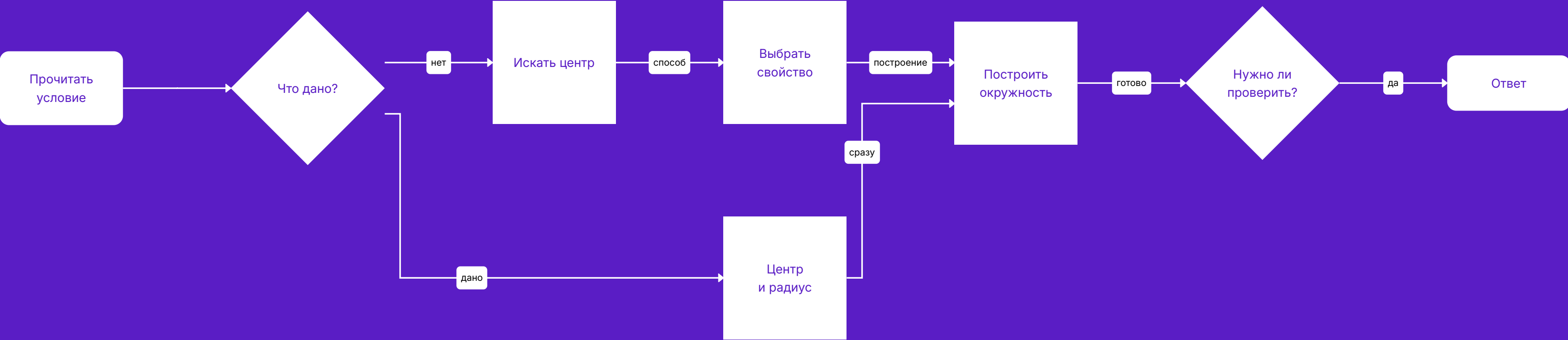
Забывают, что диаметр проходит через центр и равен двум радиусам, а касательная имеет с окружностью только одну общую точку. Секущая же пересекает окружность в двух точках.

Путаница в линиях

Медиану, высоту и биссектрису легко спутать, если не помнить их определения. Проверка по признакам помогает быстро понять, какая линия нужна в задаче и где её проводить.

Алгоритм решения задачи на окружность

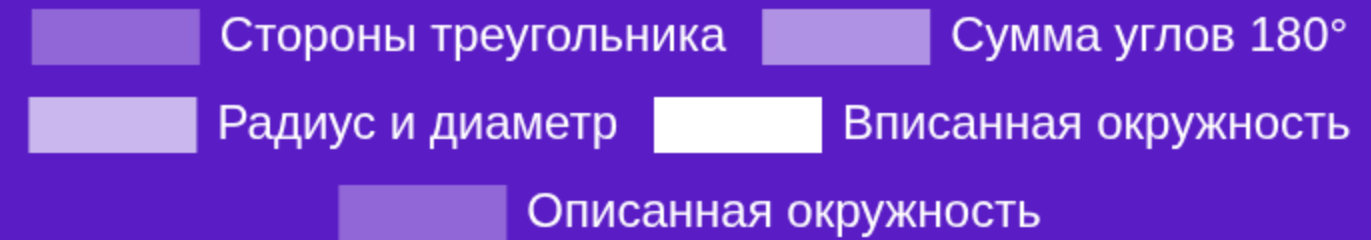
Последовательность действий при работе с окружностью и треугольником



Главные факты темы

Эти факты образуют основу всей темы: они нужны и для простых построений, и для более сложных доказательств. Важно помнить не отдельные формулы, а связи между ними.

Если знать свойства треугольника и окружности, можно быстро выбирать нужное правило и проверять ответ в задаче.



Обобщение основных свойств треугольника и окружности, школьный курс геометрии

Тема, с которой начинается уверенная геометрия

Треугольник и окружность учат работать с точными определениями, строить чертежи и делать выводы по свойствам фигур. Эти умения пригодятся в следующих темах геометрии и в решении более сложных задач.