

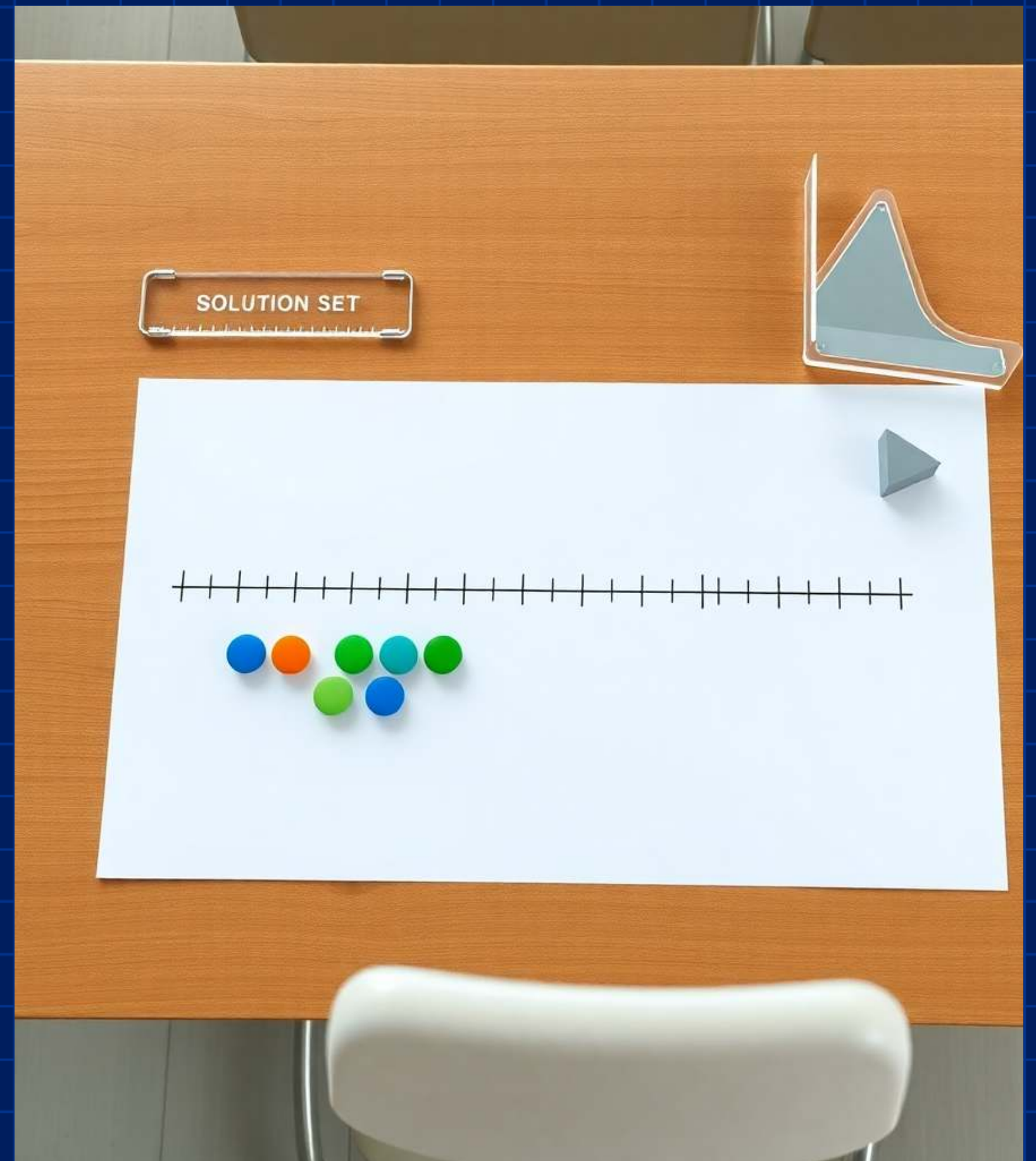
Неравенства с одной переменной

Находим все значения, а не только один ответ.

$1 \div 2$

$\log$

8



Почему неравенства важны

Неравенства помогают описывать ограничения: от допустимой скорости до условий задач по алгебре. Они учат находить целый диапазон значений переменной и готовят к работе с промежутками и модулем в 9 классе.



Что такое неравенство с одной переменной

1

Есть неизвестное

Неравенство с одной переменной содержит букву, которая обозначает неизвестное число, и знак сравнения. Обычно это x , но можно использовать и другие обозначения.

2

Нужно проверить верность

Число считается решением, если после подстановки вместо переменной получившееся утверждение оказывается верным. Если условие нарушается, это число не подходит.

3

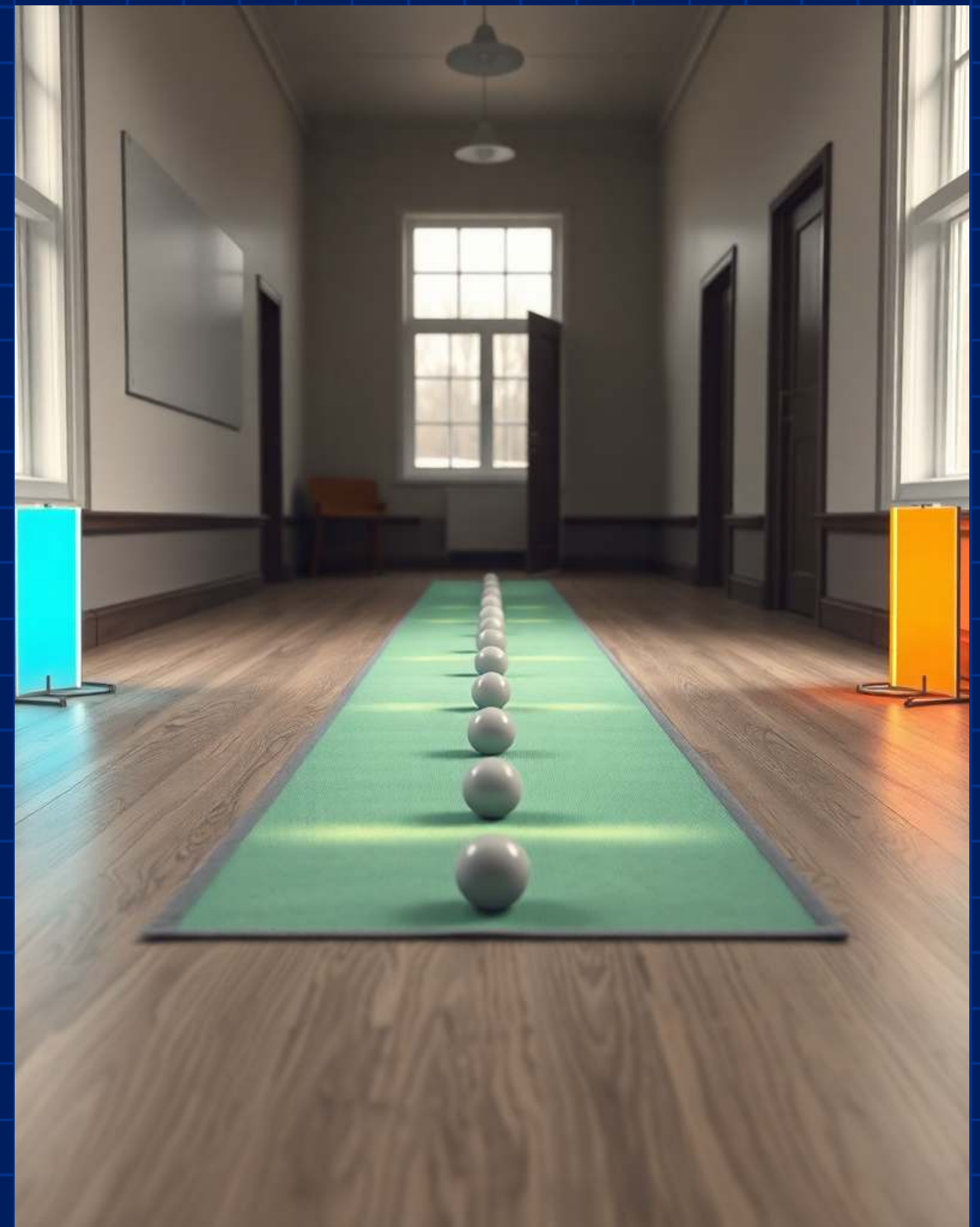
Решений может быть много

В отличие от уравнения, неравенство часто имеет не одно значение, а целый промежуток. Иногда подходящих чисел нет вовсе, если условие слишком жёсткое.

4

Примеры записи

Записи вроде $x+3>7$, $2x\leq 10$ и $5-x<1$ показывают, как сравниваются выражения. В каждом случае нужно найти все числа, которые делают неравенство истинным.



Знаки неравенства и их запись на прямой

1

2

Меньше и больше

Знаки $<$ и $>$ показывают строгое сравнение: одно число меньше или больше другого, но граница в ответ не входит. Это важно при записи решения на прямой.

С включением границы

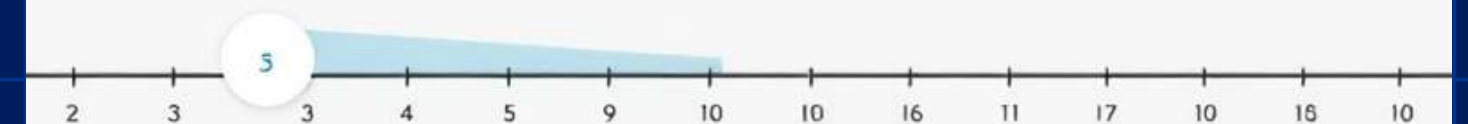
Знаки $\leq$ и $\geq$ означают, что можно взять само граничное значение. Такие неравенства называют нестрогими, потому что они допускают равенство на границе.

Пустая точка

На координатной прямой пустая точка показывает, что число не входит в множество решений. Её ставят у границы для строгих неравенств.

Закрашенная точка

Закрашенная точка означает, что крайнее значение входит в ответ. Такой способ записи сразу показывает, включена ли граница в найденное множество решений.



Свойства неравенств при преобразованиях

1 Сложение и вычитание

Если к обеим частям неравенства прибавить или вычесть одно и то же число, знак сравнения не изменится. Это помогает избавляться от лишних чисел в записи.

2 Умножение и деление

При умножении или делении обеих частей на положительное число множество решений сохраняется. Значит, можно смело упрощать выражение, не меняя знак неравенства.

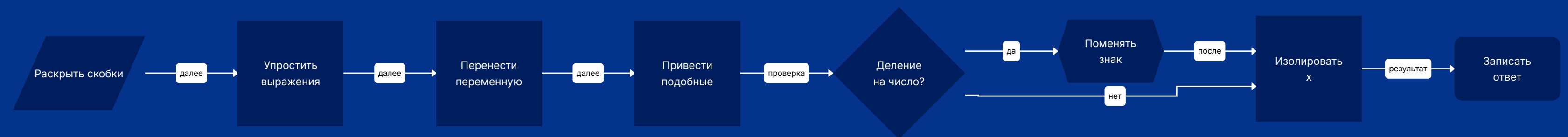
3 Отрицательное число

Если обе части умножают или делят на отрицательное число, знак нужно обязательно поменять на противоположный. Именно здесь чаще всего появляются ошибки.

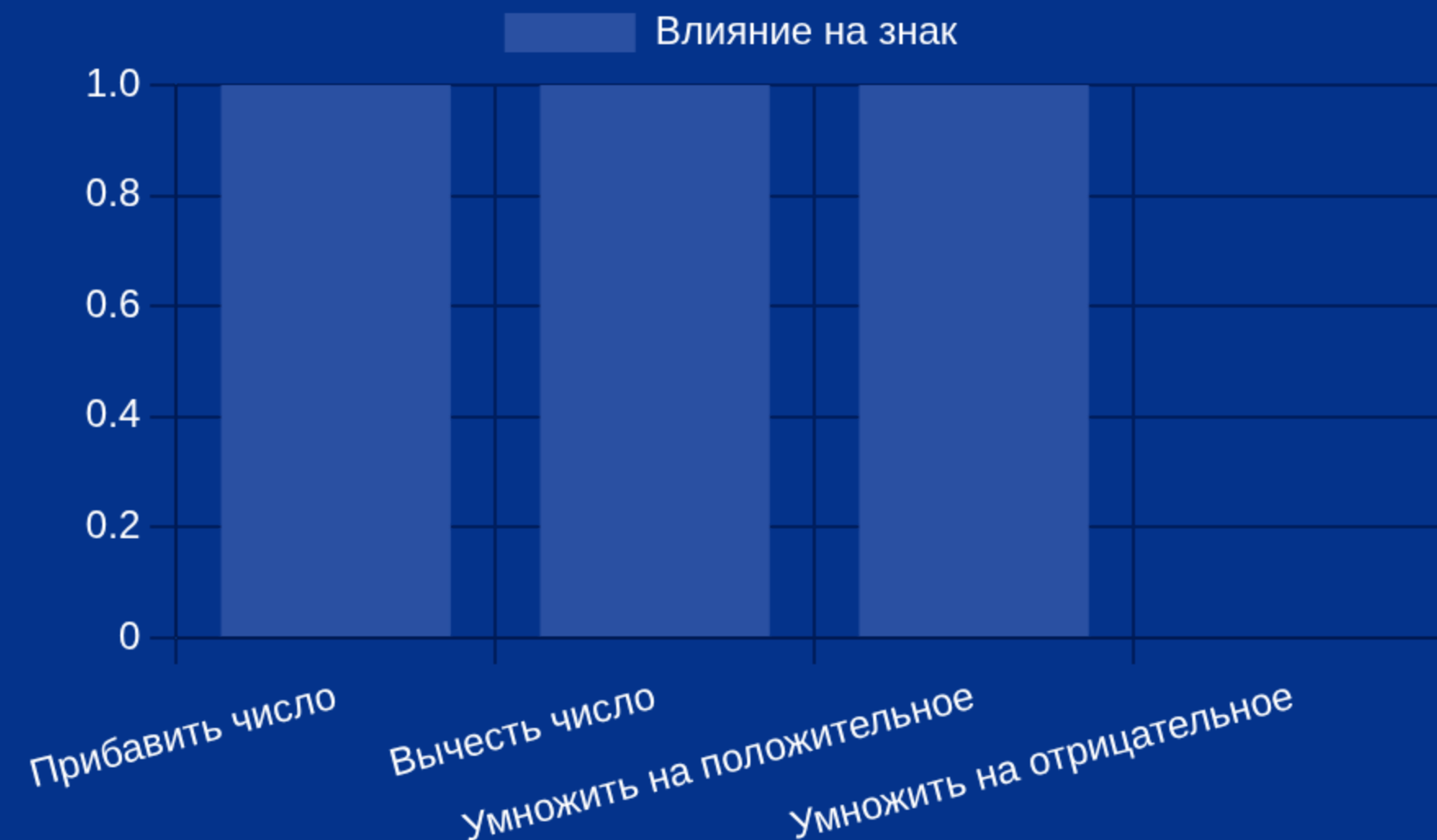


Алгоритм решения неравенства

Пошаговая схема решения линейных неравенств в школьном курсе алгебры



Как действия с обеими частями влияют на знак



Школьный курс алгебры, 9 класс

Три действия сохраняют направление сравнения, а одно требует его изменить. Это правило удобно запомнить как главное исключение при решении неравенств.

Чем ближе действие к умножению на отрицательное число, тем внимательнее нужно следить за знаком. Именно этот шаг чаще всего меняет ответ.

Примеры решений простых неравенств

Пример	Шаг	Ответ
$x+4>9$	$x>5$	$x>5$
$3x\leq 12$	$x\leq 4$	$x\leq 4$
$-2x\geq 8$	$x\leq -4$	$x\leq -4$

Короткие примеры показывают основной приём: изолировать x и не забыть про смену знака при делении на отрицательное число.

Во всех примерах преобразование сводится к одному действию: убрать лишние слагаемые или множители. Знак меняется только при отрицательном делителе.

Строгие и нестрогие неравенства

1

log



Строгие неравенства

Знаки $<$ и $>$ показывают, что граница не входит в ответ. На прямой это обозначают пустой точкой, чтобы сразу было видно исключённое значение.



Нестрогие неравенства

Знаки $\leq$ и $\geq$ разрешают взять саму границу вместе с остальными значениями. На координатной прямой такую границу отмечают закрашенной точкой.

2

x

Координатная прямая как способ записи ответа



Луч или отрезок

Решение удобно показывать на прямой отрезком или лучом. Такой рисунок сразу говорит, где начинаются и заканчиваются все подходящие значения переменной.

Точка на границе

Если граница входит в ответ, ставят закрашенную точку. Если не входит, используют пустую точку, чтобы не перепутать строгий и нестрогий случай.

Запись промежутком

Кроме рисунка, ответ часто записывают как промежуток: например, $x \in [2; 6]$ или $x > 3$. Это компактный способ показать все решения сразу.

Проверка найденного решения

1

Подстановка в исходное

Возьмите найденное значение и подставьте его вместо переменной в исходное неравенство. Если после вычислений получается верное утверждение, это число действительно входит в множество решений.



2

Проверка границы

Если ответ записан нестрого, отдельно проверьте крайнее значение промежутка. Для знаков $\leq$ и $\geq$ граница должна подходить, а для $<$ и $>$ — нет.



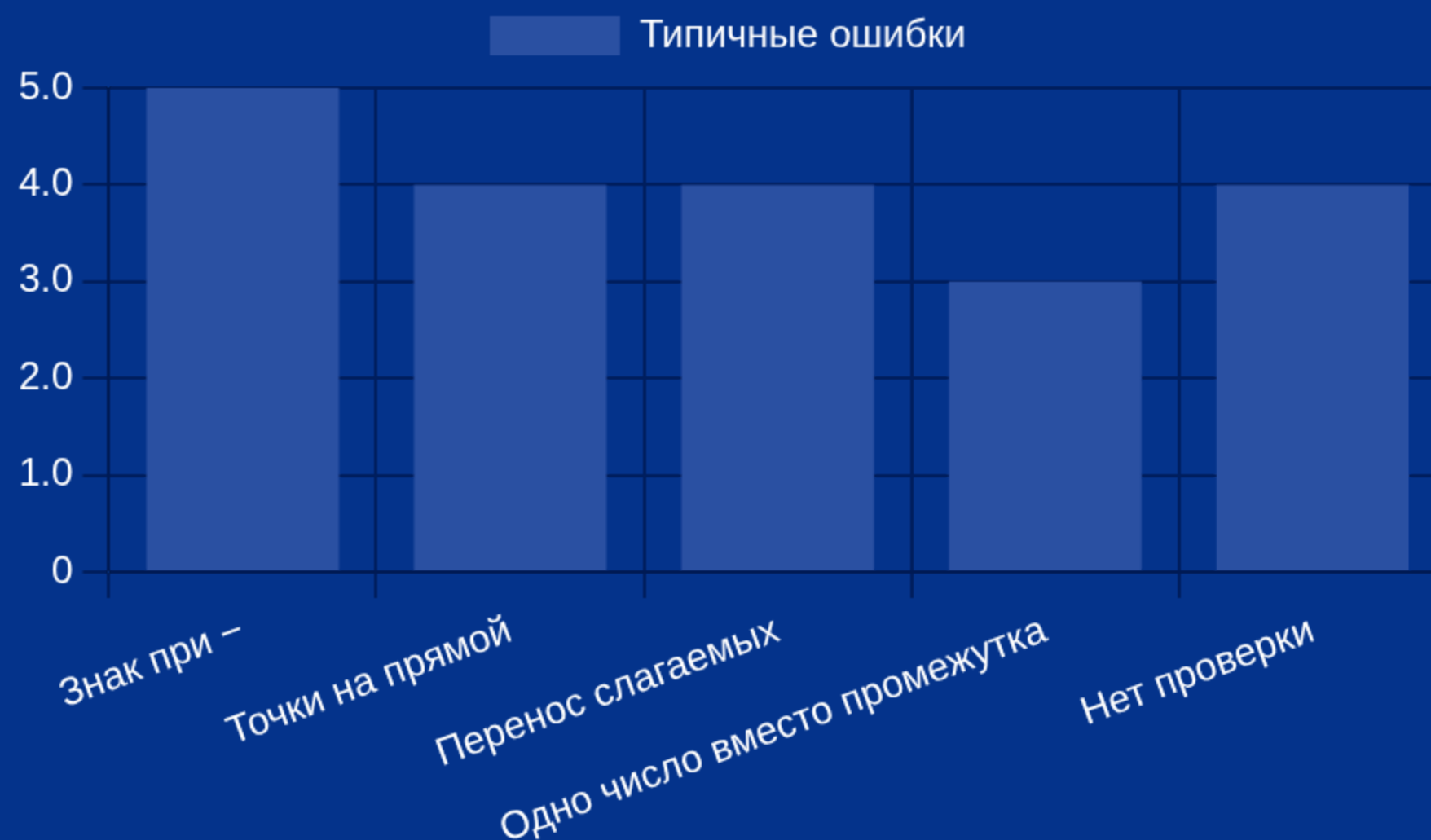
3

Поиск ошибки

Когда результат не совпадает с проверкой, полезно вернуться к последнему преобразованию. Чаще всего ошибка скрывается в раскрытии скобок, работе с дробями или переносе слагаемых.

4

Типичные ошибки при решении неравенств



Составлено по типичным ошибкам, встречающимся в школьном курсе алгебры; иллюстративные оценки, без статистического замера.

Диаграмма показывает неслучайные промахи: они чаще появляются, когда в выражении есть скобки, дроби или отрицательный множитель.

Самая опасная ошибка — забыть изменить знак при умножении на отрицательное число; остальные проблемы связаны с записью ответа и проверкой.

Неравенства с дробями и скобками

Удобный общий знаменатель

Если в неравенстве есть дроби, часто выгодно умножить обе части на общий знаменатель. Это убирает дробные записи и делает дальнейшие преобразования заметно проще.

Следим за знаком

При умножении на положительное число знак неравенства сохраняется. Если общий знаменатель отрицательный, знак нужно изменить на противоположный, иначе решение получится неверным.

Сначала скобки

Когда в записи есть скобки, сначала их раскрывают, затем приводят подобные слагаемые и только после этого изолируют переменную. Такой порядок уменьшает количество ошибок в вычислениях.

$$4x - 8$$

Промежутки решений и их запись

Неравенство	Промежуток
$x > 1$	$(1; +\infty)$
$x \geq 1$	$[1; +\infty)$
$x < -2$	$(-\infty; -2)$
$x \leq -2$	$(-\infty; -2]$

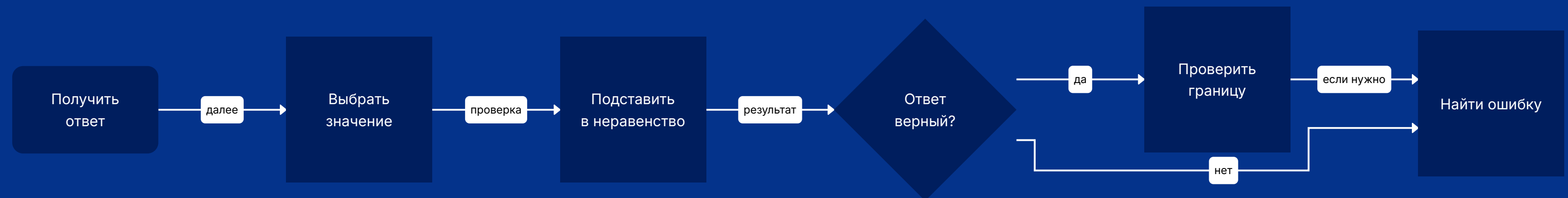
Школьный курс алгебры, 9 класс

Промежутки позволяют кратко записывать все значения, которые подходят под неравенство. Вид скобок сразу показывает, входит ли граница в ответ.

Круглые скобки означают невключённую границу, квадратные – включённую. Такая запись удобна для чтения, построения прямой и сравнения ответов.

Как проверить, что ответ записан верно

Последовательность проверки после решения неравенства



Жизненные ограничения, которые описываются неравенствами



Багаж

Ограничение по массе багажа удобно записывать неравенством, например $x \leq 15$ кг. Оно сразу показывает, какие чемоданы можно взять без превышения нормы.



Температура

Для погоды или хранения продуктов используют запись $t \geq 0$ °C. Она помогает быстро понять, какие значения температуры считаются допустимыми в условии.



Рост и доступ

Правила для аттракционов часто задают нижнюю границу роста, например $m > 120$ см. Такое неравенство отбирает только тех, кто подходит по условию.

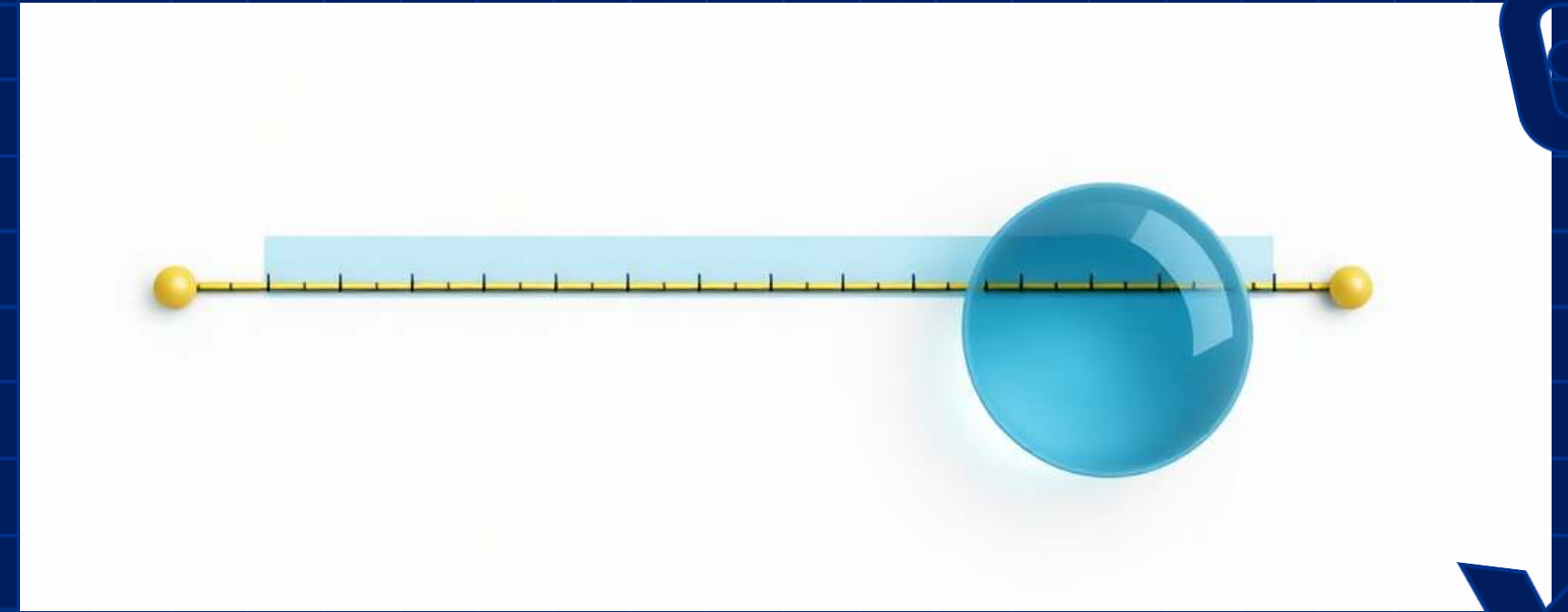


Размер группы

Если в классе или кружке должно быть не больше 30 человек, используют $n \leq 30$. Это удобно для планирования помещений, посадки и распределения мест.



Решение через числовую прямую на примере



От вычисления к границе

Сначала упрощаем неравенство $x - 2 \leq 5$ и получаем $x \leq 7$. Затем ищем на прямой число 7 и понимаем, что оно тоже подходит. Закрашенная точка показывает включённую границу, а стрелка влево — все меньшие значения.

Как читать ответ глазами

На числовой прямой не нужно перечислять все числа по отдельности. Достаточно увидеть, где стоит граница, и в какую сторону идёт решение. Такой рисунок помогает быстро отличить один подходящий ответ от целого множества значений.

Что помогает быстрее решать задания

1

Убираем лишнее

Сначала избавьтесь от скобок, дробей и одинаковых слагаемых по обе стороны. Чем короче запись, тем легче увидеть главное действие и не потерять знак неравенства.



2

Держим x вместе

Старайтесь перенести все члены с переменной в одну часть, а числа — в другую. Тогда остаётся выполнить одно-два действия и сразу получить аккуратный ответ.



3

Сверяем знак и ответ

После деления на отрицательное число обязательно проверьте, не изменился ли знак. Затем запишите результат промежутком и быстро сопоставьте его с координатной прямой.



Сравнение уравнений и неравенств

Признак	Уравнение	Неравенство
Знак	=	<, >, ≤, ≥
Ответ	точное число	множество значений
Форма записи	$x = 3$	$x > 3$

Уравнения и неравенства решаются похожими приёмами, но результат у них разный. Таблица помогает не путать точный ответ и множество допустимых значений.

Уравнение ищет одно верное значение, а неравенство описывает диапазон. Поэтому для неравенств особенно важны промежутки и запись на прямой.

Главные выводы по теме

Неравенства с одной переменной помогают описывать все подходящие значения, а не один ответ. Если уверенно упрощать выражения, следить за знаком и проверять решение на прямой, задания становятся понятными и выполнимыми.



cos

sin

1

tg

ctg