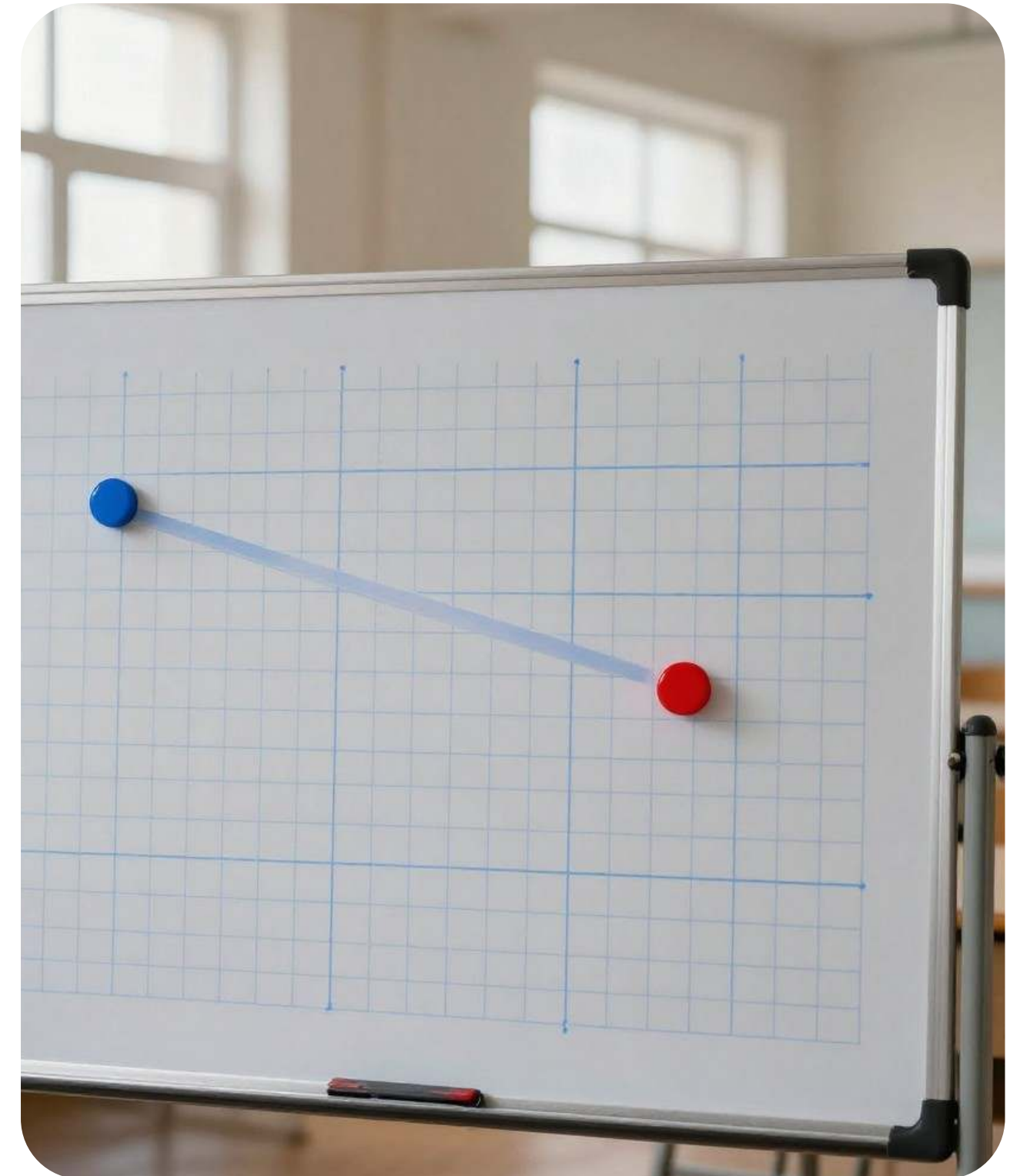




Расстояние между двумя точками

Как найти длину отрезка на координатной плоскости?



Зачем это нужно в 6 классе



Координаты помогают точно описывать положение точки, сравнивать смещения по осям и находить длину отрезка. Эта тема закрепляет работу с плоскостью и готовит к задачам по геометрии и алгебре.



Координатная плоскость и две точки



01

Каждая точка на плоскости задаётся парой чисел: сначала координата по оси x , затем по оси y .

02

Если известны точки $A(2; 3)$ и $B(7; 3)$, можно сравнить их положение по горизонтали и вертикали.

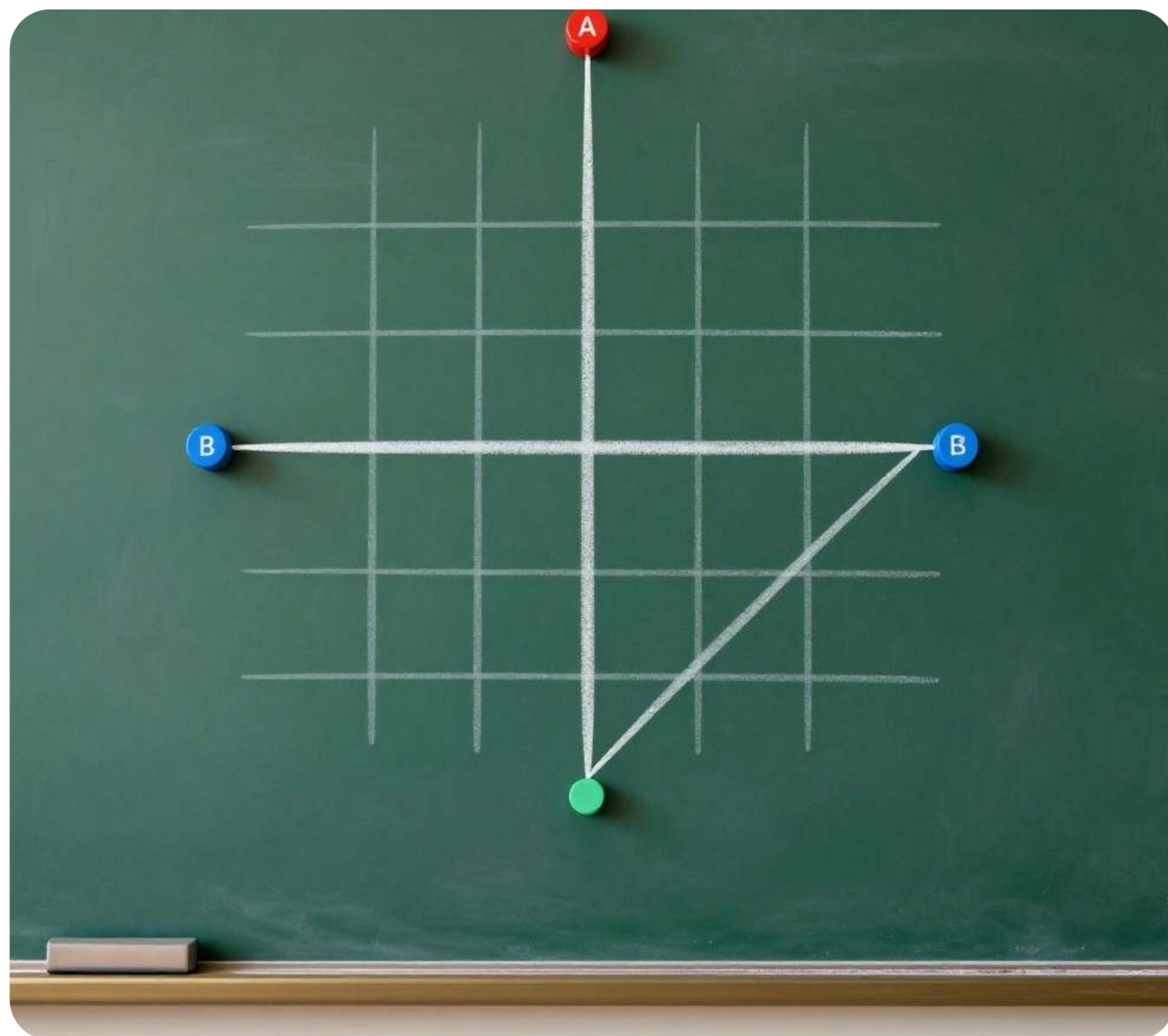
03

Разность координат показывает, на сколько единиц точки смещены по каждой оси относительно друг друга.

04

Расстояние между точками — это длина отрезка AB , который соединяет эти две точки.

Как выглядит отрезок между точками



01

Проекции на оси

Если из точек опустить перпендикуляры на оси, получится удобная вспомогательная фигура. Она помогает увидеть, как связаны координаты и длина отрезка.

02

Прямоугольный треугольник

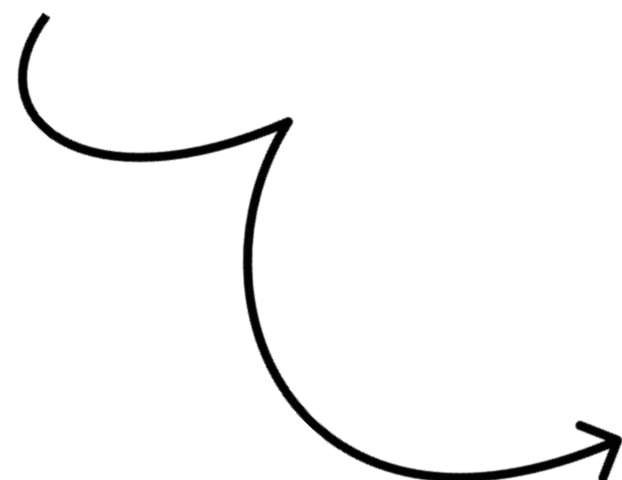
Катеты такого треугольника равны модулям разностей координат. А его гипотенуза и есть искомое расстояние между точками.

Как находят расстояние между точками

Последовательность действий по координатам двух точек на плоскости



Для каждой точки на плоскости нужны две координаты, поэтому и расстояние между ними выражается через две разности.

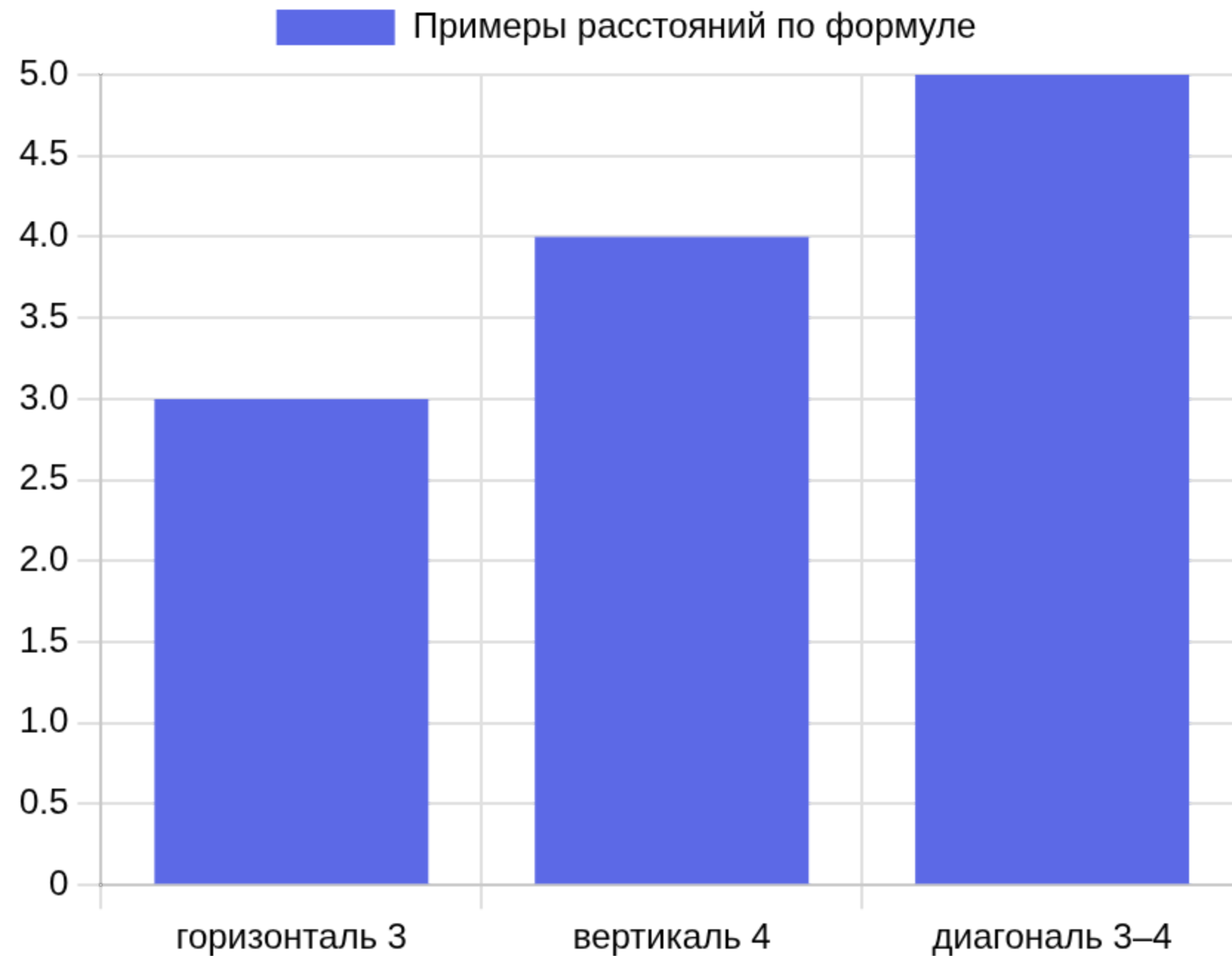


2

Определение координат точки в прямоугольной системе координат

координаты полностью определяют положение точки на плоскости

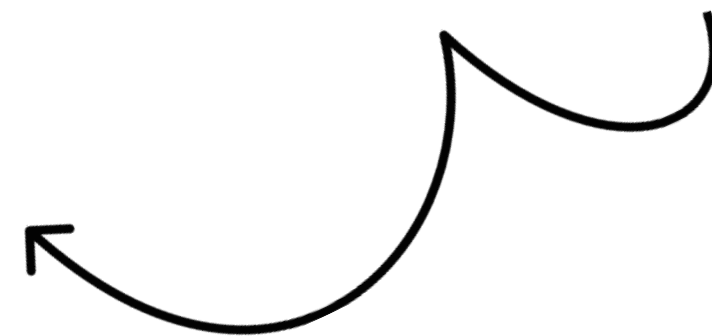
Как разности координат влияют на длину отрезка



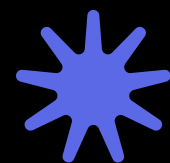
Чем больше разность хотя бы по одной оси, тем длиннее отрезок. Для наглядности взяты простые случаи с целыми значениями.

Диагональный случай даёт наибольшую длину при тех же разностях, потому что учитываются обе координаты одновременно.

Иллюстративные значения по формуле расстояния

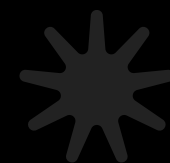


Частные случаи: когда считать проще



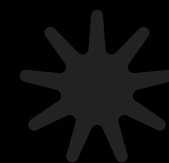
Если точки лежат на одной горизонтали, их высота одинакова, поэтому меняется только координата x , а расстояние равно модулю разности x .

01



Если точки лежат на одной вертикали, совпадает координата x , и остаётся только разность по y ; тогда длина отрезка находится сразу.

02



В этих задачах одна сторона прямоугольного треугольника равна нулю, поэтому полная формула не требуется и вычисление становится короче.

03

Сравнение трёх случаев нахождения расстояния



Случай	Изменяются	Формула	Пример
Плоскость	х и у	$\sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2)}$	3-4-5
Горизонталь	только х	$ \Delta x $	7-2=5
Вертикаль	только у	$ \Delta y $	6-1=5

Формула расстояния между точками и её частные случаи

Таблица показывает, как расположение точек влияет на выбор формулы и скорость решения.

Если точки лежат на одной прямой, вычисления заметно проще: достаточно одной разности координат.

Пример вычисления расстояния

- Для точек $A(1; 2)$ и $B(5; 5)$ сначала находим разности координат: по оси x получаем 4, по оси y — 3. Эти значения подставляем в формулу.
- После возведения в квадрат и сложения получаем $16 + 9 = 25$, значит, $AB = 5$. Это пример прямоугольного треугольника 3-4-5.



Почему в формуле есть квадраты и корень

01

Квадраты делают разности координат положительными, поэтому не важно, какая точка стоит первой. Формула одинаково работает, даже если координаты имеют отрицательные значения.

02

Если бы мы просто складывали разности, ответ зависел бы от направления движения по осям. Возведение в квадрат убирает знак минус и сохраняет только величину смещения.

03

После сложения квадратов нужен корень, чтобы вернуться от площади «прямоугольника» к длине отрезка. Именно так получается настоящий размер расстояния.

04

Итог удобно запомнить так: квадраты скрывают знак, а корень возвращает единицы измерения. Поэтому ответ получается точным и понятным для любой пары точек.

Типичные ошибки при решении задач



Путают оси x и y

Иногда берут координаты не в том порядке и меняют местами x и y . Из-за этого разности получаются неверными, а весь дальнейший расчёт теряет смысл.



Складывают вместо вычитания

Распространённая ошибка — написать сумму координат вместо разности. В формуле нужно сравнить смещение точек по каждой оси, а не просто сложить числа.



Забывают скобки

Без скобок легко потерять порядок действий и возвести в квадрат не то выражение. Особенно важно аккуратно записывать разности координат целиком.



Слишком рано берут корень

Если извлечь квадратный корень до сложения квадратов, получится неправильный ответ. Сначала выполняют все действия внутри формулы, а потом находят корень.

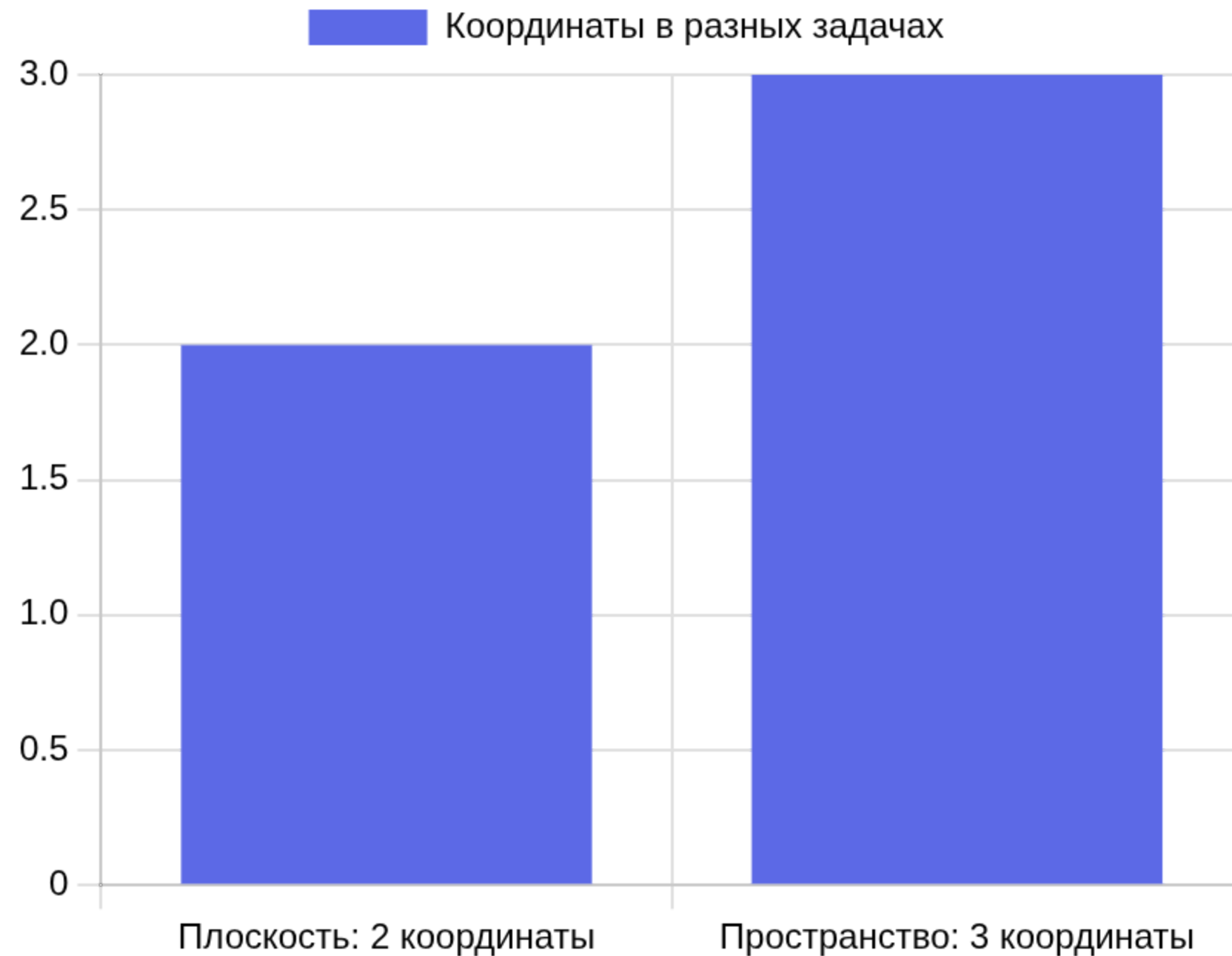


Не проверяют результат

Полезно убедиться, что расстояние не может быть отрицательным и что ответ похож на длину на рисунке. Такая проверка помогает быстро заметить ошибку.



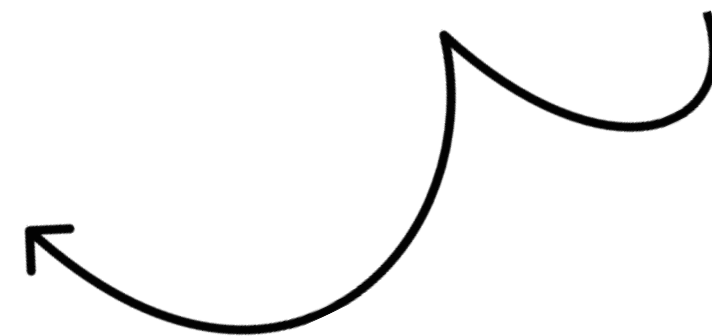
Переход от плоскости к пространству



Добавление третьей координаты делает задачу объёмной: теперь нужно учитывать не только движение вправо и вверх, но и изменение глубины.

Чем больше координат, тем полнее описание положения точки. Формула расширяется естественно: к двум разностям добавляется третья.

Учебная схема по теме «Расстояние между двумя точками». Без внешних данных.



Расстояние в пространстве

01

В пространстве точка задаётся не двумя, а тремя координатами. Поэтому расстояние учитывает смещение сразу по осям x , y и z , а не только на плоскости.

02

Формула в пространстве является продолжением плоской записи: к двум квадратам добавляется третий. Это позволяет находить длину отрезка между любыми двумя точками объёмной фигуры.

03

Такой способ нужен в стереометрии, при работе с моделями и при изображении тел в учебных задачах. Он помогает точно описывать положение объектов в трёхмерной модели.

Как выбрать нужную формулу

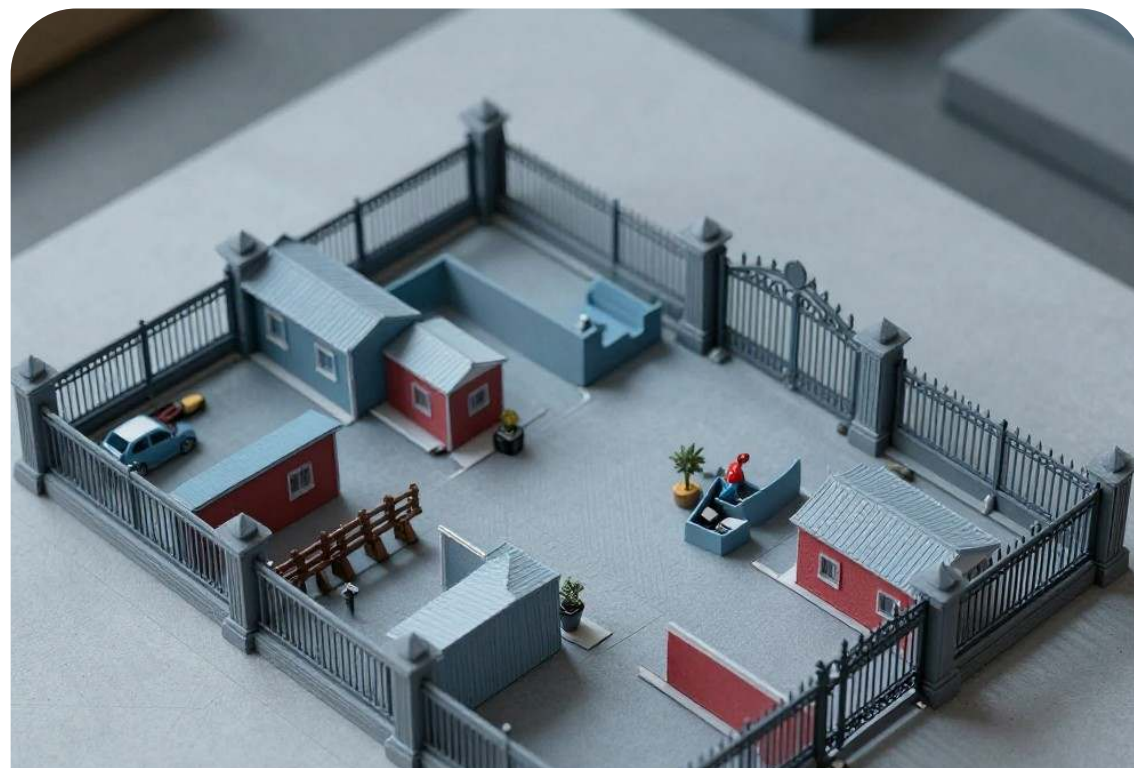
Схема выбора зависит от числа координат и расположения точек.

Расстояние на карте и в жизни



Маршрут по городу

На карте города точки могут обозначать школу, дом или остановку. Если соединить их отрезком, легко увидеть, какой путь короче и как меняется положение объектов относительно друг друга. Это помогает читать схемы и ориентироваться на местности.



План участка

На чертеже участка координаты показывают, где находится каждый объект: ворота, дом, дерево или клумба. Расстояние между точками помогает сравнивать размеры и размещение элементов. Такой подход делает план понятным и точным.



Школьная карта местности

На учебной карте координатная сетка помогает связать условное изображение с реальными объектами. Отрезок между двумя точками показывает маршрут или прямое расстояние между ними. Благодаря этому схема становится наглядной и удобной для анализа.

Где применяется формула расстояния

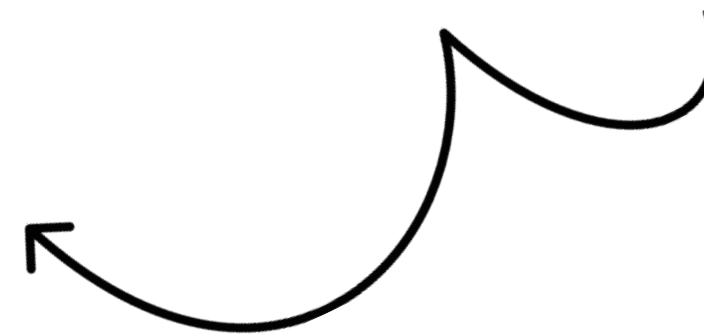
География Физика Информатика
Робототехника Навигация



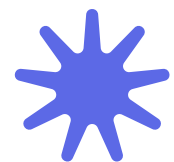
Во многих задачах важно не только знать положение точки, но и быстро оценивать длину между двумя объектами.

Формула расстояния полезна там, где нужно точно измерять положение и перемещение. Она связывает математику с практическими задачами.

Учебное обобщение по теме. Доли равные, условная диаграмма для демонстрации пяти областей применения.



Основные формулы и обозначения



Случай	Формула	Пример
Плоскость	$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$	A(1;2), B(5;5)
Пространство	$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$	A(1;2;0), B(4;6;3)
Горизонталь	$ x_2-x_1 $	A(2;3), B(7;3)
Вертикаль	$ y_2-y_1 $	A(4;1), B(4;6)

Сравнение показывает, как меняется запись формулы в зависимости от расположения точек и числа координат.

Во всех случаях используются разности координат. Частные случаи упрощают вычисления, а общие формулы опираются на теорему Пифагора.

Учебная тема «Расстояние между двумя точками».



Проверка результата и единицы измерения

После вычисления полезно сравнить ответ с рисунком или масштабом. Если точки расположены близко, расстояние должно быть небольшим; если далеко — заметно больше.

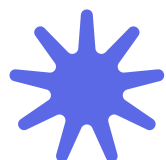
01

02

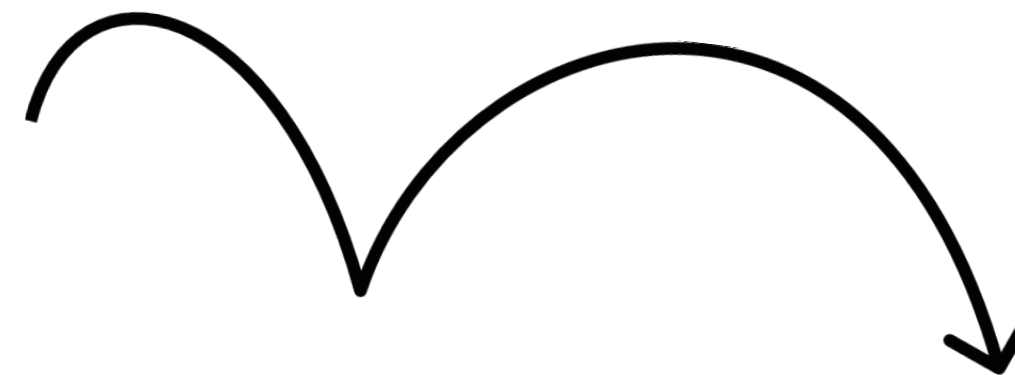
Нужно внимательно смотреть на единицы в условии. В ответе пишут сантиметры, метры или километры только в той форме, которая подходит к задаче.



Ещё одна проверка — здравый смысл: расстояние не бывает отрицательным. Если ответ выглядит странно, стоит ещё раз проверить координаты, скобки и порядок действий.



Итог: длина между точками находится по координатам



Сегодня мы увидели, что расстояние между двумя точками — это длина отрезка между ними. На плоскости хватает двух координат, в пространстве добавляется третья, а основой формулы остаётся теорема Пифагора.

