

Площадь прямоугольника и площади поверхностей куба и прямоугольного параллелепипеда

На уроке учимся считать площади плоских фигур и поверхностей объёмных тел.



Почему тема важна именно в 9 классе

Формулы площади помогают решать задачи, где нужно вычислять и сравнивать поверхности. Они связывают чертежи и координаты с реальными измерениями, а также готовят к контрольным и итоговой аттестации.



Площадь показывает, какую поверхность занимает фигура. Её считают в квадратных единицах: мм^2 , см^2 или м^2 . Для прямоугольника важны два размера, а не длина границы.

1

Квадрат со стороной 1 служит единицей измерения площади на плоскости.

Материал школьного курса геометрии (определение единицы площади — квадрат со стороной 1 мм, 1 см или 1 м).

Площадь прямоугольника

1

Площадь прямоугольника находят по формуле $S = ab$, где a — длина, b — ширина. Например, 6 см и 4 см дают $S = 24 \text{ см}^2$.

2

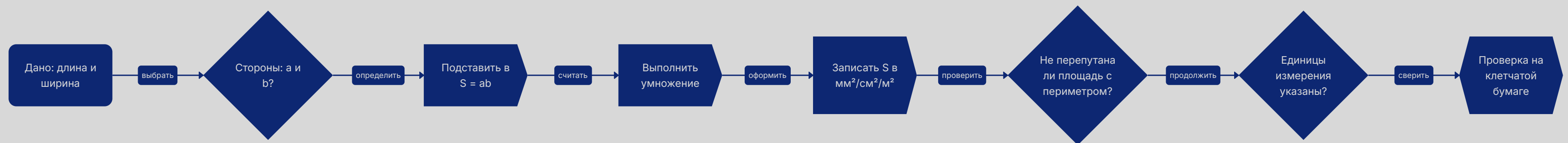
Эта формула соответствует «заполнению» фигуры квадратами: прямоугольник 5 см × 3 см содержит 15 квадратов по 1 см².

3

Перестановка размеров не меняет результат: $6 \times 4 = 4 \times 6$, значит площадь зависит от произведения сторон, а не от их порядка.

Алгоритм нахождения площади прямоугольника

Порядок действий: определить a и b, применить $S = ab$, выполнить проверку единиц.



Свойства площади прямоугольника

1

Если одну сторону прямоугольника увеличить в 2 раза при неизменной второй, то произведение ab увеличится в 2 раза, а значит и площадь вырастет в 2 раза.

2

Если увеличиваются обе стороны в 2 раза, то каждое из множителей становится больше вдвое, и произведение возрастает в 4 раза — так же меняется площадь.

3

На клетчатой сетке это видно наглядно: число единичных квадратов растёт именно из-за роста размеров, а не из-за изменения формы границы.

4

Именно зависимость площади от произведения двух размеров помогает быстро оценивать результат, прежде чем выполнять точные вычисления.

Сравнение площадей нескольких прямоугольников

По одинаковым параметрам можно видеть, как меняется площадь: при фиксированной ширине растёт площадь с ростом длины, а при фиксированной длине — с ростом ширины.

Площадь определяется произведением сторон: больше сторона при равном другом параметре — больше площадь.

Стороны	Площадь	Вывод
2 см × 3 см	6 см ²	—
4 см × 5 см	20 см ²	—
7 см × 2 см	14 см ²	—
8 см × 6 см	48 см ²	—

Куб как особый случай многогранника

1

Куб состоит из 6 одинаковых квадратных граней. Если длина ребра равна a , то площадь одной грани равна a^2 .

2

Так как граней шесть и все они равны, площадь поверхности куба — это сумма площадей всех граней: $S = 6a^2$.

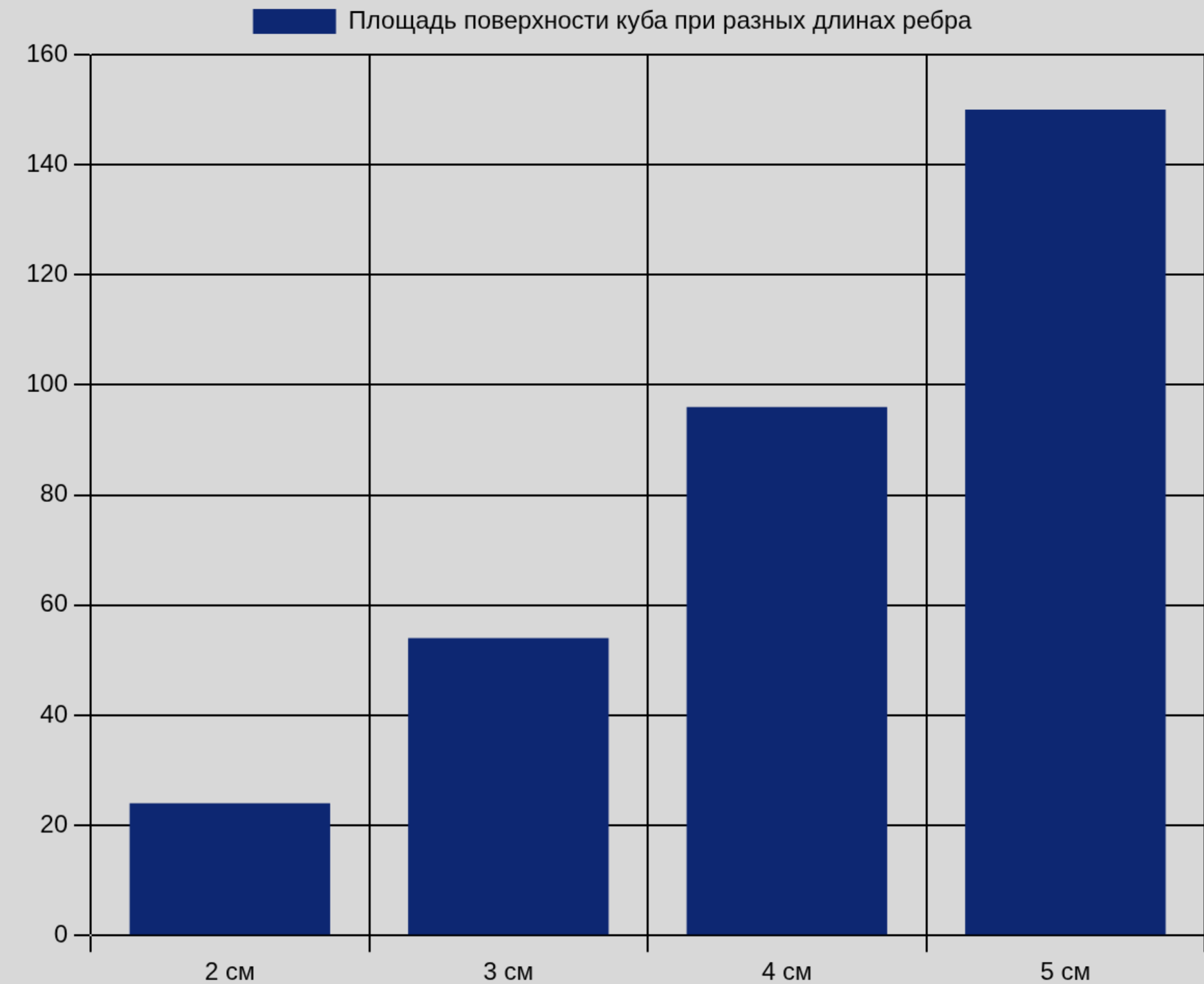
3

Куб удобен в вычислениях и проверке: его симметрия помогает не потерять ни одну грань и быстрее увидеть логику формулы.

Как растёт площадь поверхности куба

Если ребро увеличивать, площадь поверхности растёт быстрее, потому что в формуле фигурирует квадрат длины ребра.

По значениям видно ускоренный рост: разница между соседними вариантами увеличивается, что подтверждает зависимость от a^2 .



Данные для построения: $S = 6a^2$ (значения рассчитаны для $a = 2, 3, 4, 5$ см).

Формула площади поверхности куба

1

Площадь поверхности куба равна $S = 6a^2$: сначала находят площадь одной квадратной грани a^2 , затем умножают на 6.

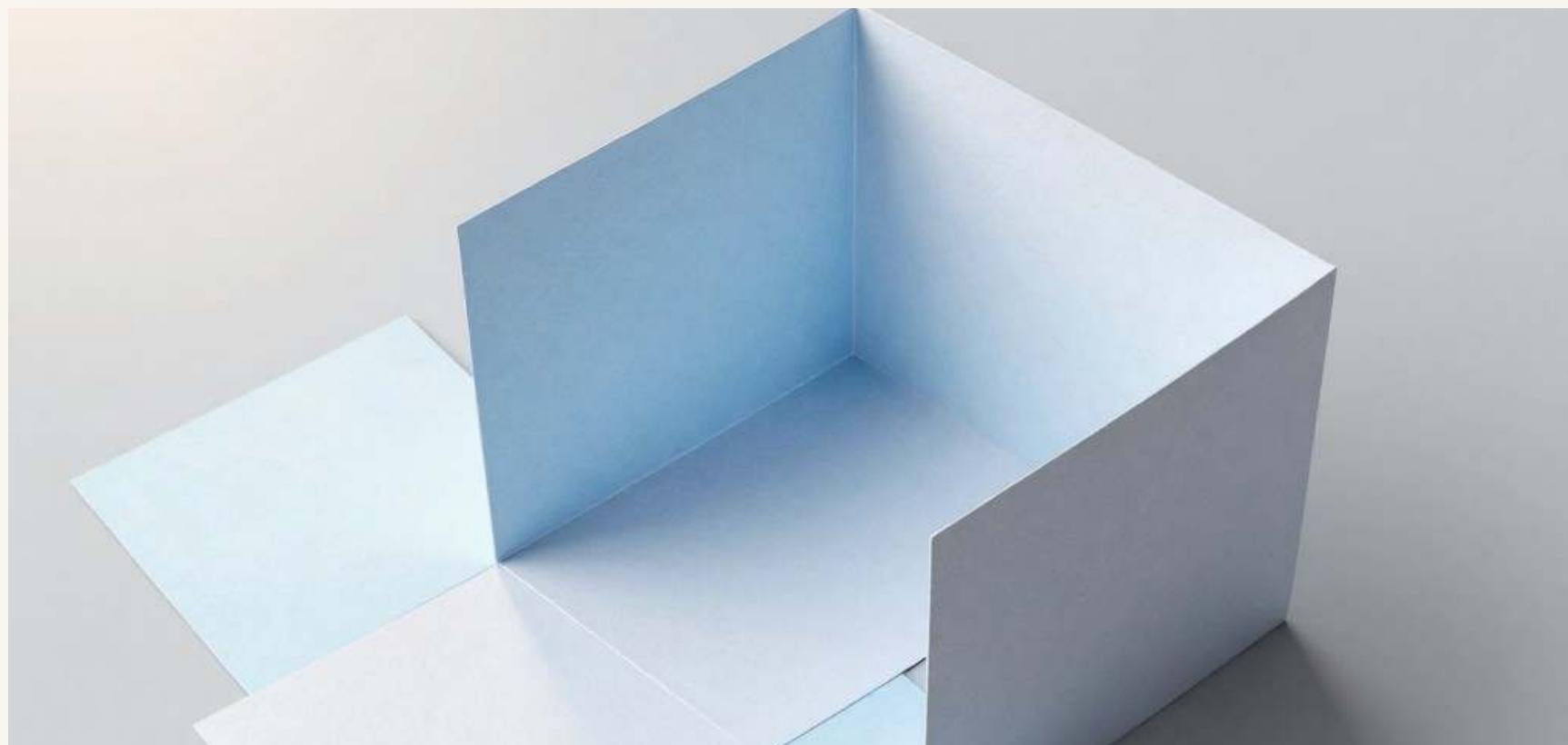
2

Например, при $a = 4$ см получаем $a^2 = 16$ см², а затем $16 \times 6 = 96$ см² — это и есть площадь поверхности.

3

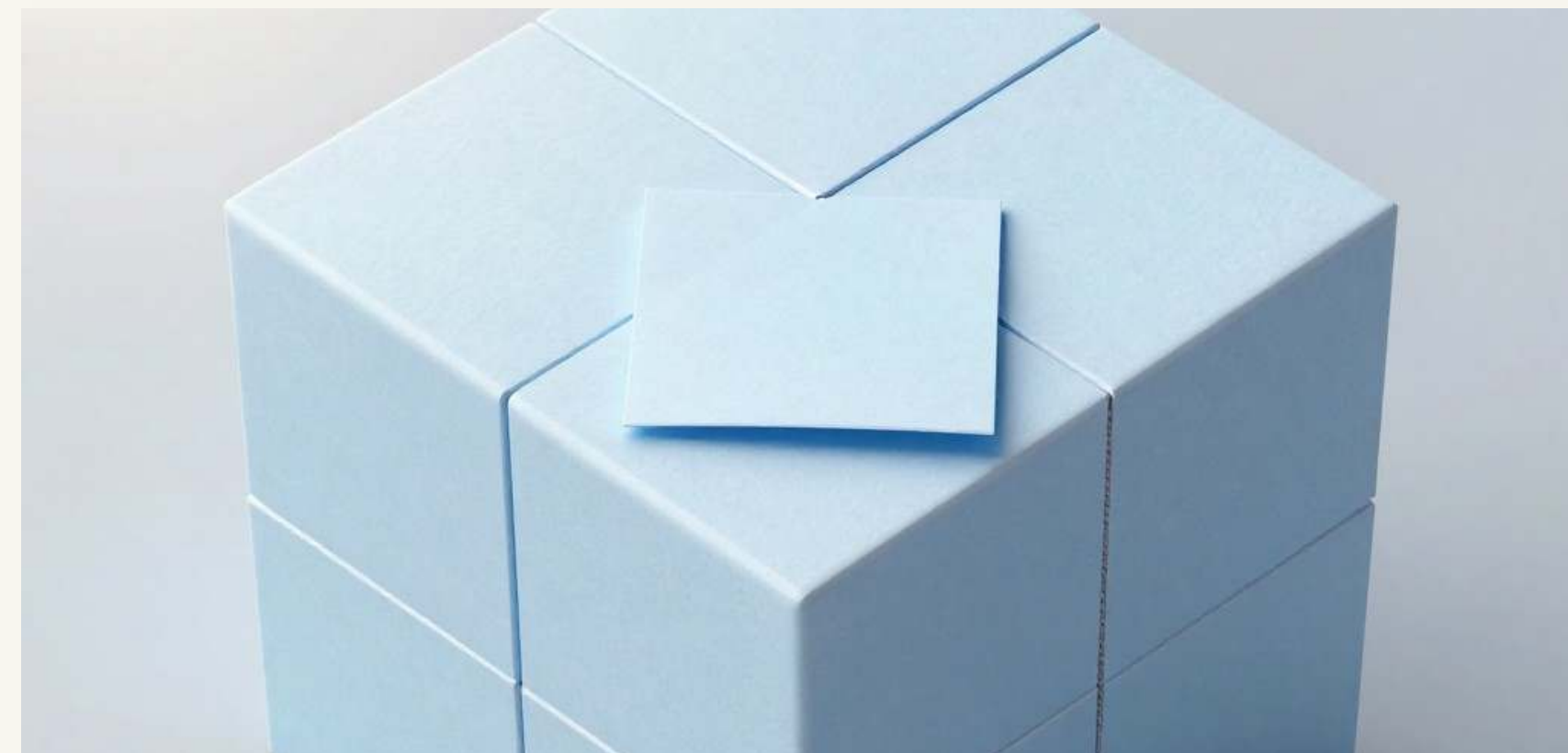
Результат всегда записывают в квадратных единицах, потому что речь идёт о поверхности, а не об объёме.

Развёртка куба: как чертёж превращается в объём



Шесть квадратов, которые складываются в куб

Развёртка куба состоит из шести одинаковых квадратов. Если правильно соединить соседние стороны по линиям, получится объёмная фигура. В такой модели легче понять, что поверхность куба — это не «невидимая» часть, а сумма шести плоских граней.



Линии сгиба и ребро: ориентиры на чертеже

На рисунке обычно отмечают длину ребра и одинаковые размеры каждого квадрата развёртки. Линии сгиба показывают, где именно нужно поднимать грани вверх. Так видна связь между площадью квадратов на бумаге и площадью поверхности куба.

Прямоугольный параллелепипед и его грани

- 1 Прямоугольный параллелепипед имеет 6 граней: две пары прямоугольников одинаковых размеров и ещё одна пара. Обычно размеры записывают как a , b и c — длина, ширина и высота.
- 2 Поскольку противоположные грани попарно равны, для расчёта поверхности достаточно найти площади трёх разных прямоугольников: ab , ac и bc . Каждая из них отвечает одной паре граней.
- 3 При вычислениях важно не перепутать соседние рёбра: именно от того, какие стороны считать a и b , получаются разные произведения ab , ac и bc . Ошибка в обозначениях ведёт к неверной общей площади.
- 4 Площадь поверхности равна сумме площадей всех шести граней. Удобный путь — сложить площади трёх разных граней, а затем учесть, что каждая из них повторяется дважды.

Алгоритм нахождения площади поверхности параллелепипеда

Источник: шаги из формулы $S = 2(ab + ac + bc)$ — берём три площади разных граней и учитываем, что они встречаются дважды.



Основные формулы темы

Фигура	Формула площади	Что считать	Единицы
Прямоугольник	$S = ab$	Площадь фигуры	кв. ед.
Куб	$S = 6a^2$	Площадь поверхности	кв. ед.
Параллелепипед	$S = 2(ab + ac + bc)$	Площадь поверхности	кв. ед.

Сводная таблица помогает быстро выбрать нужную формулу и правильно оформить ответ в квадратных единицах.

Все формулы относятся к площади поверхности или площади плоской фигуры; итог всегда выражают в квадратных единицах.

Сначала находят три произведения ab , ac и bc , затем складывают их и удваивают, потому что каждая из трёх площадей встречается на двух одинаковых гранях.

158 см²

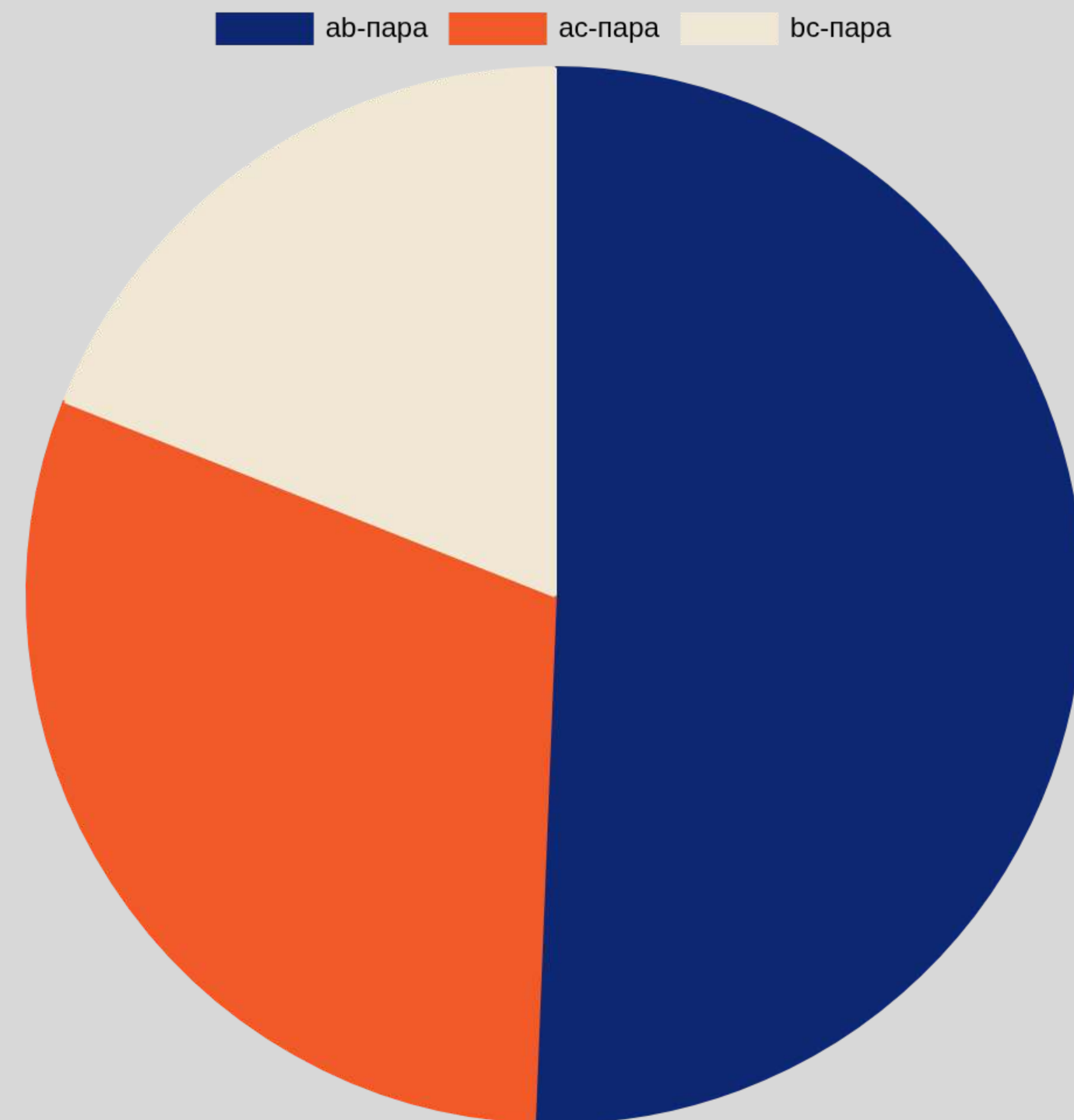
Эта величина показывает полную площадь поверхности выбранного параллелепипеда.

Расчёт по формуле $S = 2(ab + ac + bc)$ для $a = 8$ см, $b = 5$ см, $c = 3$ см.

Вклад разных пар граней в общую площадь

Крупнейший сектор соответствует произведению ab : именно эта пара граней даёт наибольшую часть общей площади. Остальные доли получаются из ac и bc .

Так диаграмма наглядно показывает, какие размеры сильнее всего влияют на итоговую площадь поверхности: больший вклад даёт пара граней с большим произведением.



Данные для диаграммы вычислены по $ab = 40 \text{ см}^2$, $ac = 24 \text{ см}^2$, $bc = 15 \text{ см}^2$ с удвоением пар; итог $S = 158 \text{ см}^2$.

Типичные ошибки в задачах на площади



Путаница площади и периметра

Иногда вместо площади считают периметр и записывают ответ в линейных единицах. Площадь всегда измеряется в квадратных единицах и относится к «покрытию» поверхности.



Забывают умножение на 6 или 2

Для куба нужно учитывать шесть одинаковых граней, поэтому в формуле появляется множитель 6. Для параллелепипеда каждая из трёх площадей повторяется дважды.



Неправильный порядок обозначений

В буквенных обозначениях иногда подставляют размеры в неверные позиции, нарушая соответствие a , b и c . Для произведений важны именно те пары рёбер, которые образуют конкретную грань.



Ошибки в арифметике

Неверно выполненное умножение или сложение особенно заметно при больших числах. Перед записью ответа полезно сверить промежуточные площади и итог по формуле.



Где используются эти формулы

Площадь прямоугольника в быту

Площадь прямоугольника помогает оценивать размеры поверхностей: пол, стены, тетрадную обложку, экран или лист бумаги. По формуле $S = ab$ легко вычислить, сколько места займёт прямоугольный участок.

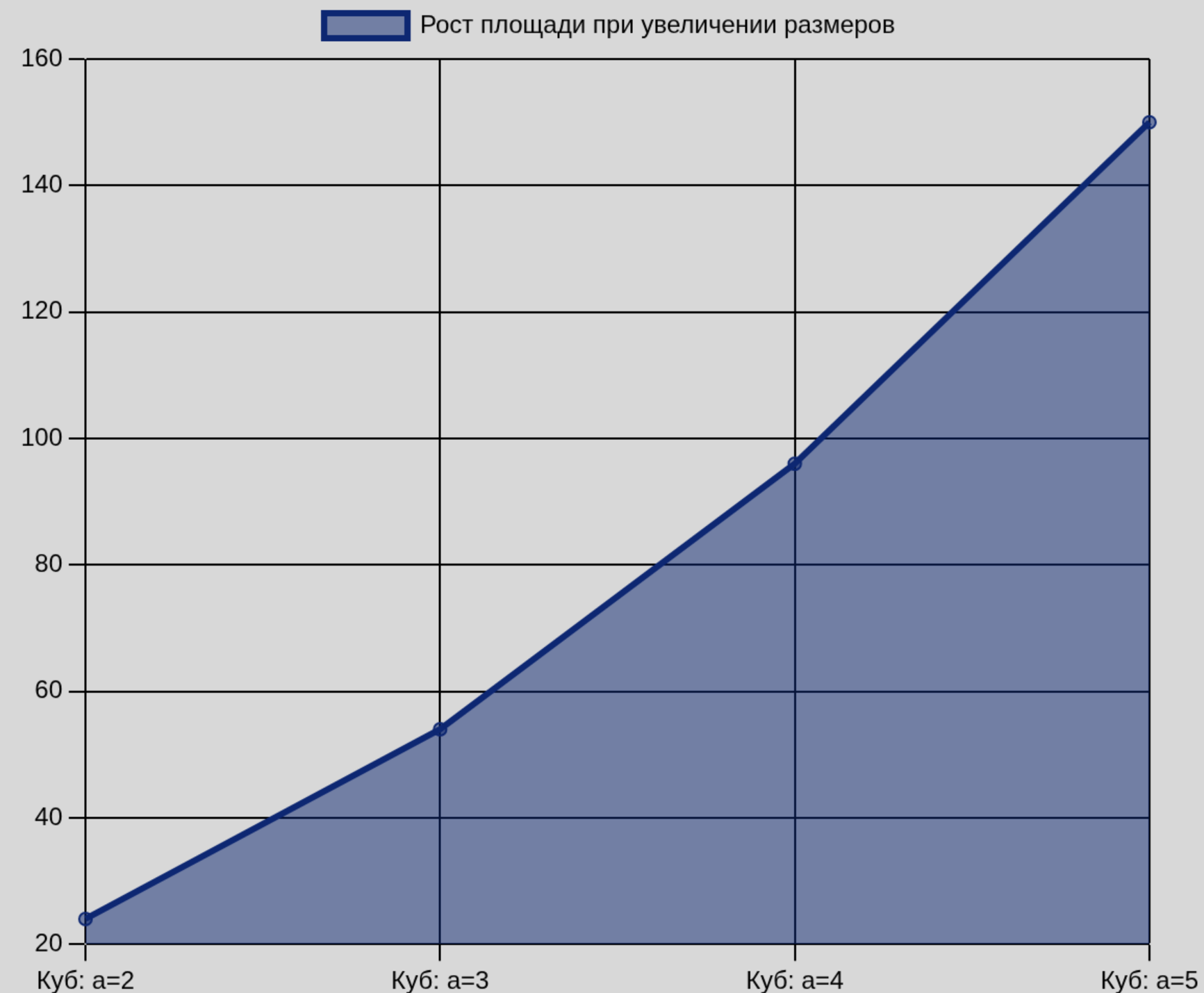
Поверхность куба и параллелепипеда в изготовлении

Площадь поверхностей куба и прямоугольного параллелепипеда нужна при изготовлении коробок, упаковки и макетов. Зная S , можно прикинуть, сколько материала потребуется для покрытия всех граней модели.

Как меняется площадь при увеличении размеров

Если ребро куба увеличивается, площадь поверхности растёт быстрее, чем сами линейные размеры. Причина — квадрат ребра в формуле $S = 6a^2$.

График показывает ускоренный рост: при каждом шаге увеличения ребра площадь возрастает существенно, поэтому сравнивать размеры удобнее именно по площади.



Расчёт значений по формуле $S = 6a^2$ для $a = 2, 3, 4, 5$ см.

Главные выводы урока

Площадь прямоугольника вычисляют по $S = ab$, площадь поверхности куба — по $S = 6a^2$, а площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда — по $S = 2(ab + ac + bc)$. Формулы связывают плоские и пространственные фигуры; ответ всегда записывают в квадратных единицах.