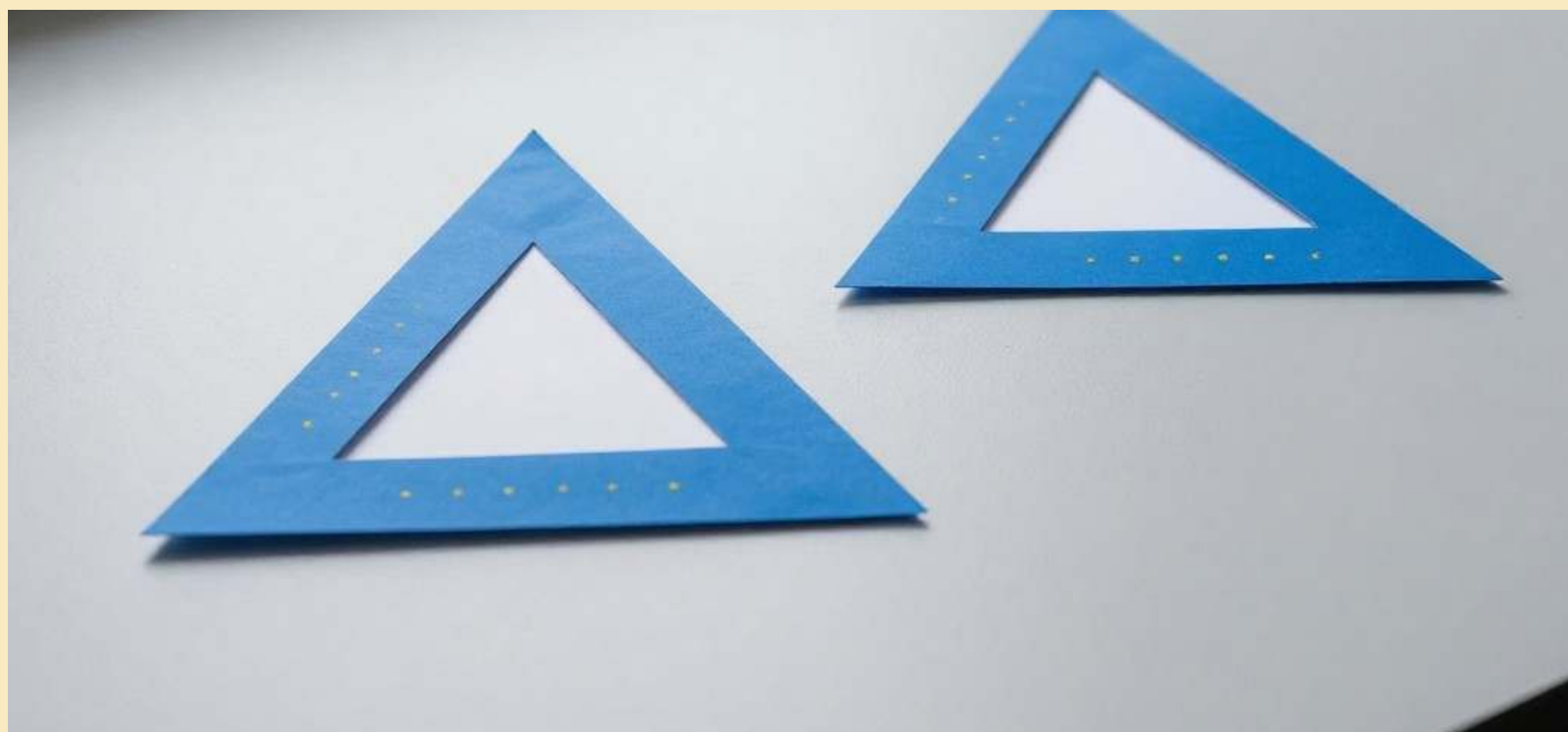


Второй признак подобия треугольников



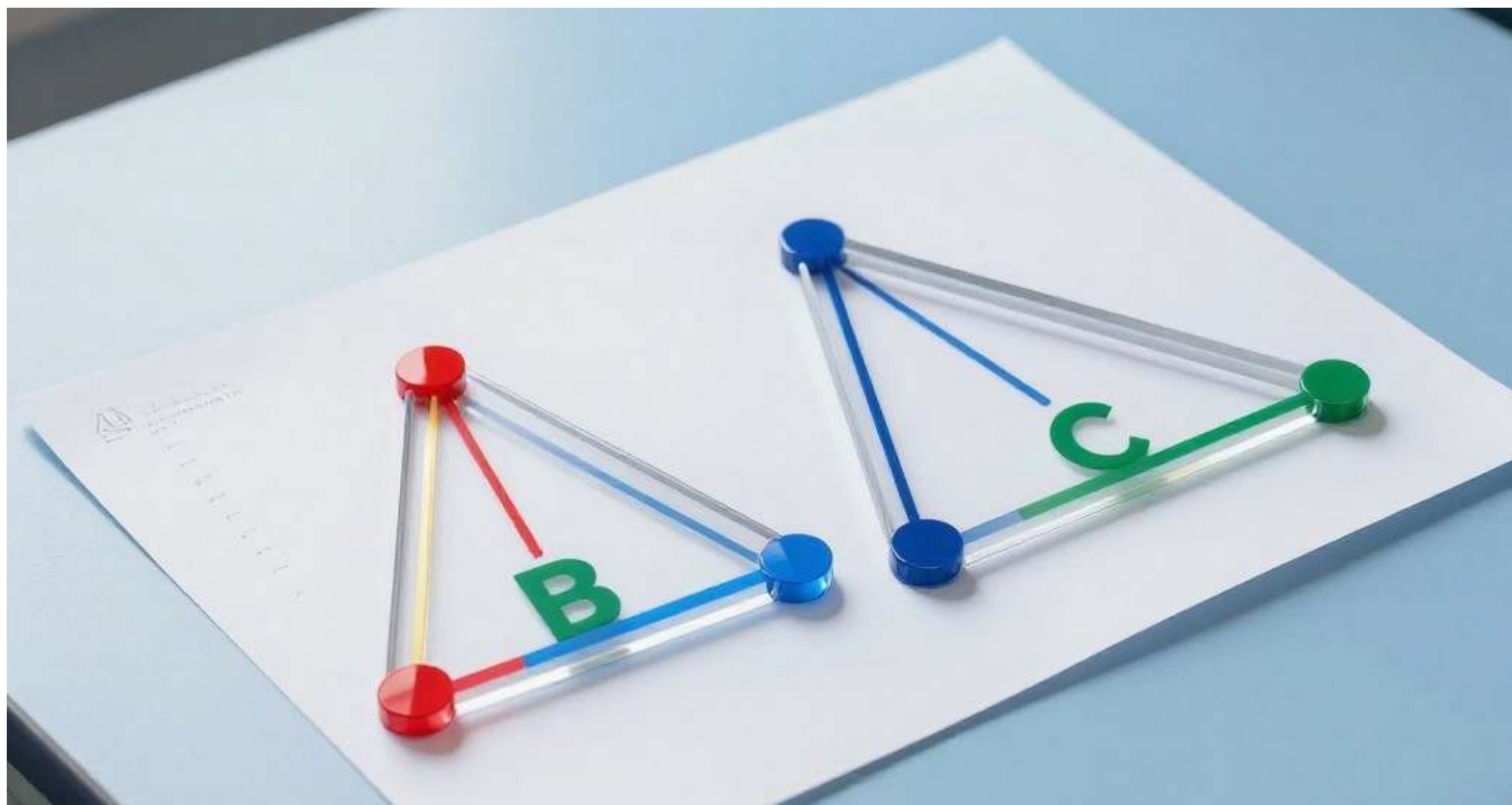
Узнаём подобные треугольники по двум
равным углам

Где встречается подобие



Подобие помогает сравнивать формы на чертежах, картах, моделях и в задачах с тенями. Чтобы не ошибиться, важно видеть, какие углы совпадают и какие стороны соответствуют друг другу.

Напоминание: что такое подобие



Главный смысл

Два треугольника считают подобными, когда их углы совпадают попарно, а стороны находятся в одинаковом отношении. Это значит, что фигуры имеют одну форму, но могут отличаться размером.

У1.

Как читается обозначение

Запись $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ показывает, какие вершины соответствуют друг другу. Порядок букв нельзя менять случайно: он подсказывает, какие углы и стороны нужно сравнивать.

У2.

Соответствие вершин

Если $\angle A$ соответствует $\angle A_1$, $\angle B$ — $\angle B_1$, а $\angle C$ — $\angle C_1$, то и стороны сопоставляются так же. По углам легко восстановить правильные пары сторон.

У3.

Коэффициент подобия

Коэффициент подобия k показывает, во сколько раз один треугольник больше или меньше другого. Его находят как отношение любых соответствующих сторон при правильном сопоставлении вершин.

У4.

Углы и соответствующие стороны

Форма важнее размера

Одинаковые углы не означают одинаковый размер треугольников. Два треугольника могут быть совсем разными по длине сторон, но сохранять одну и ту же форму.

Сначала углы

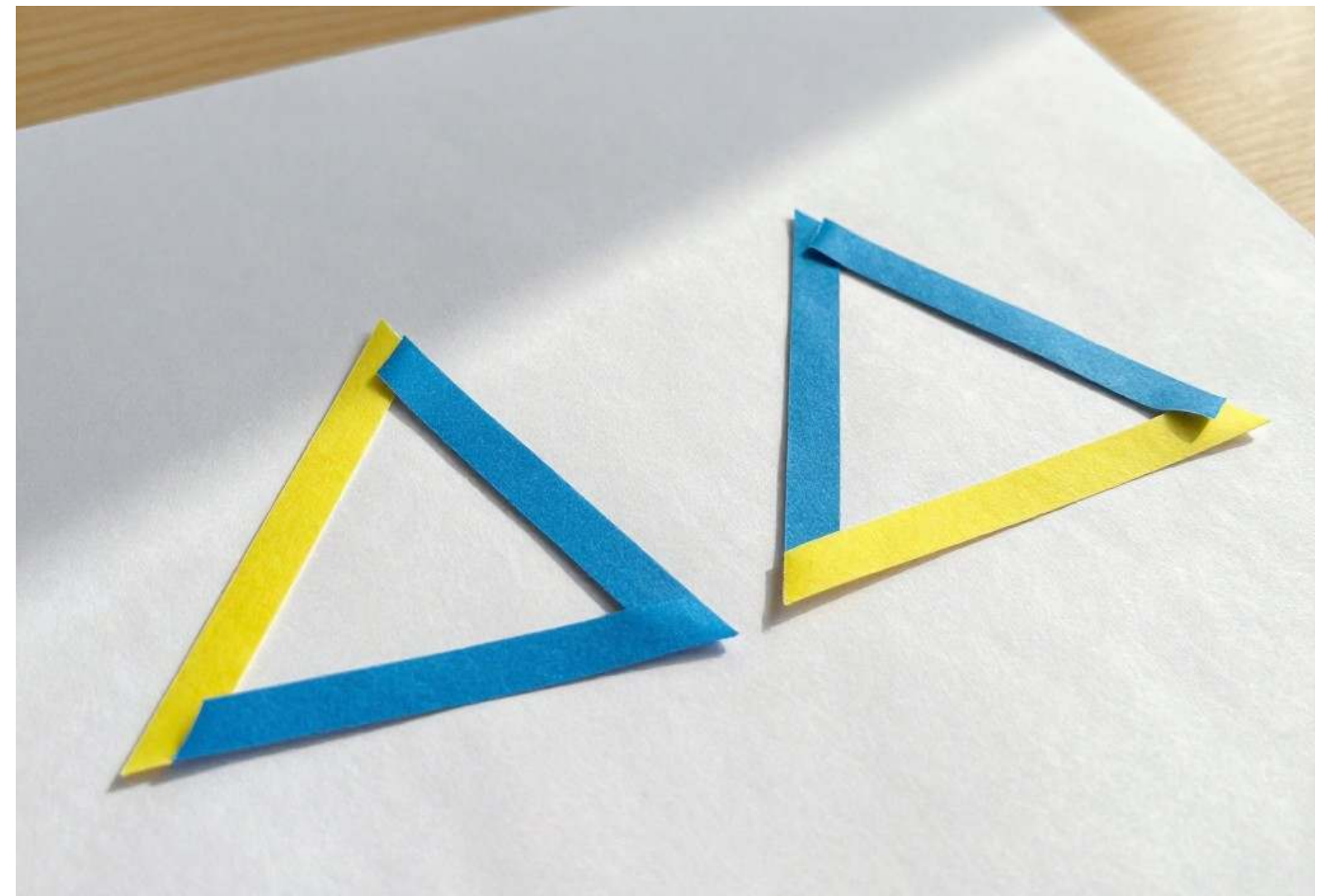
Соответствующие стороны всегда лежат напротив соответствующих углов. Поэтому сначала находят равные углы, а уже потом определяют, какие стороны нужно сравнивать между собой.

Напротив равных углов

Если $\angle A$ равен $\angle A_1$, то сторона BC соответствует стороне B_1C_1 . Именно противоположность углу помогает правильно установить пары сторон и не перепутать их.

Основа для расчётов

Без точного соответствия углов и сторон нельзя записать верную пропорцию. От этого зависит, получится ли правильно найти коэффициент подобия и неизвестную длину.



Формулировка второго признака

Наблюдение

Если у одного треугольника два угла равны двум углам другого треугольника, то этого уже достаточно для вывода о подобии. Проверять остальные элементы отдельно не нужно.

01.

Что происходит с третьим углом

Равенство двух пар углов автоматически даёт равенство третьей пары. Ведь сумма углов любого треугольника всегда равна 180° , и свободного выбора здесь не остаётся.

02.

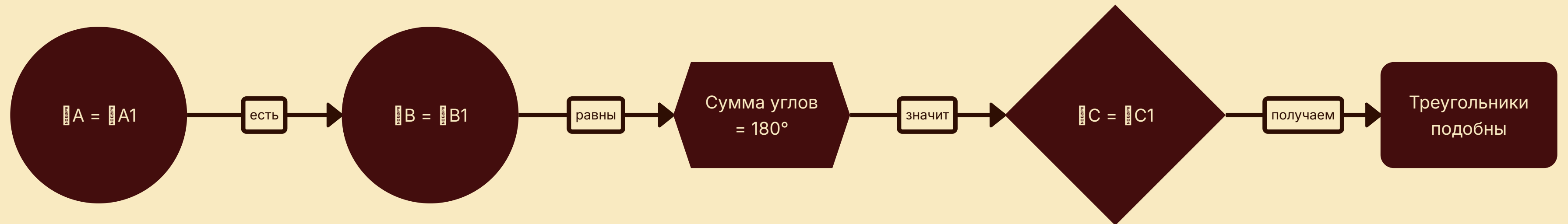
Короткая формулировка

Итак, второй признак формулируется очень кратко: два соответствующих равных угла в двух треугольниках — и треугольники подобны. Это удобный способ быстро узнавать одинаковую форму.

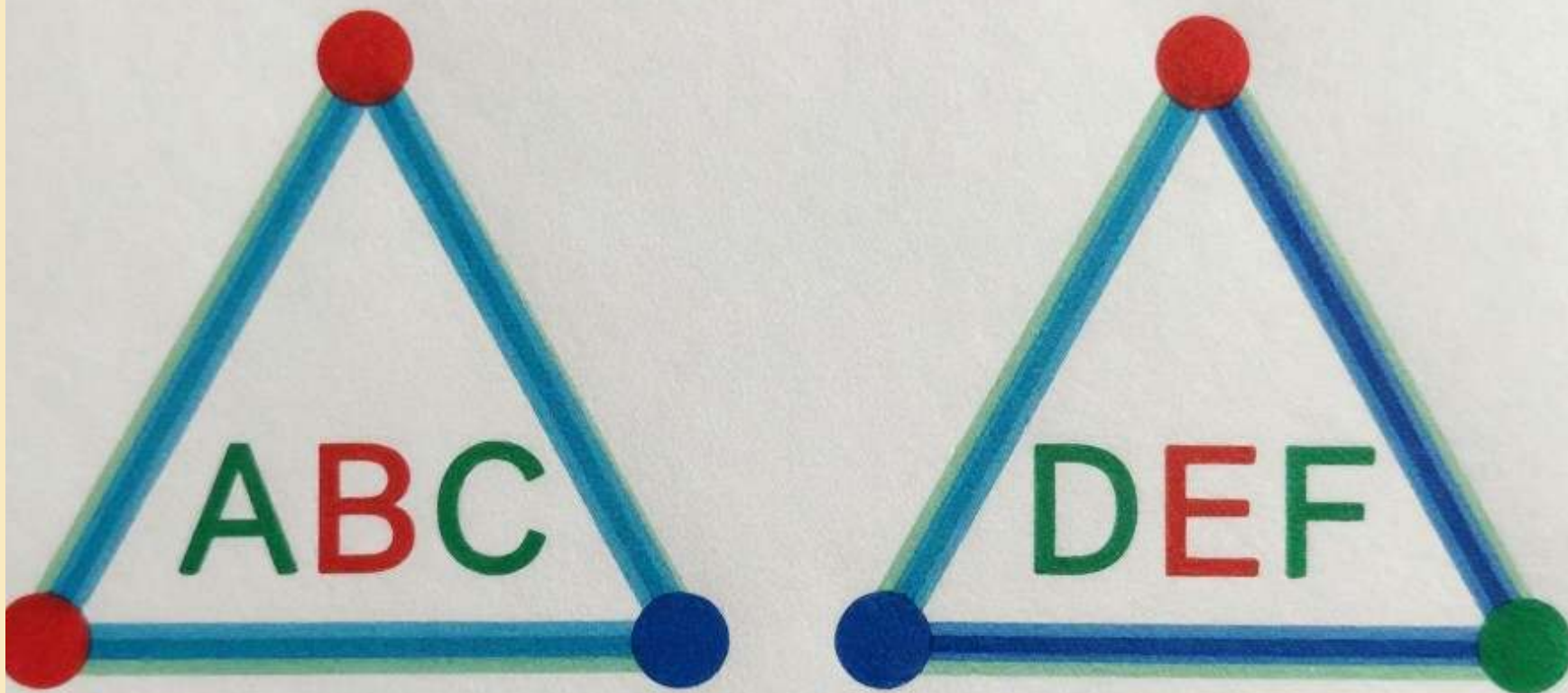
03.

Почему двух углов достаточно

Сначала два равных угла, затем вывод о третьем угле и подобии.



Как читать соответствие вершин



Начинаем с записи

Сначала внимательно смотрят на порядок букв в записи треугольников. Он показывает, какая вершина первого треугольника соответствует вершине второго и как читать равенство углов.

Пары вершин

Для $\triangle ABC$ и $\triangle DEF$ возможное соответствие такое: $A \leftrightarrow D$, $B \leftrightarrow E$, $C \leftrightarrow F$. Тогда каждой вершине первого треугольника находится своя пара во втором.

Равные углы

Если вершины сопоставлены правильно, автоматически получаются пары равных углов: $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$. Это помогает не путать фигуры при доказательстве.

Пары сторон

После этого легко назвать соответствующие стороны: $AB \leftrightarrow DE$, $BC \leftrightarrow EF$, $AC \leftrightarrow DF$. Именно эти стороны используют в пропорциях и в вычислении коэффициента подобия.

Типичные ошибки в распознавании

◆ Неверные пары

Нельзя сравнивать случайные углы, например $\angle A$ с $\angle E$, если они не являются соответствующими. Подобие проверяют только по правильно сопоставленным вершинам.

◆ Смотрят не туда

Ещё одна ошибка — искать равные стороны вместо углов. Для второго признака стороны не нужны в начале рассуждения, потому что он основан именно на углах.

◆ Недостаточно данных

Одна равная сторона и один равный угол не дают второй признак. Здесь нужно именно две пары равных углов, иначе вывод о подобии будет неверным.

◆ Путают обозначения

Даже верные числа не помогут, если перепутан порядок вершин в записи треугольников. Ошибка в обозначении сразу ведёт к ошибке в ответе.



Пример: узнаём подобие по двум углам

Данные задачи

В первом треугольнике углы равны 35° , 65° и 80° . Во втором треугольнике встречаются те же значения, значит, уже есть две пары совпадающих углов.

Находим третий угол

Третий угол находим по сумме углов треугольника: $180^\circ - 35^\circ - 65^\circ = 80^\circ$. Значит, в обоих треугольниках получаются одинаковые три угла.

Делаем вывод

Раз два соответствующих угла равны, второй признак выполняется. Следовательно, $\triangle ABC \sim \triangle KLM$, и треугольники имеют одинаковую форму при возможном разном размере.

Пары вершин

Соответствия можно записать так: $A \leftrightarrow K$, $B \leftrightarrow L$, $C \leftrightarrow M$. Тогда легко сравнивать не только углы, но и соответствующие стороны при дальнейших вычислениях.



Перестановка углов и правильный порядок

◆ Сначала сравниваем углы

У первого треугольника углы можно записать как 50° , 60° и 70° . У второго — те же значения, но в другом порядке, поэтому сначала нужно сопоставить равные углы.

◆ Ищем равные пары

Правильное соответствие вершин строится по равным углам: 50° с 50° , 60° с 60° , 70° с 70° . Только после этого можно уверенно говорить о подобии.

◆ Порядок букв важен

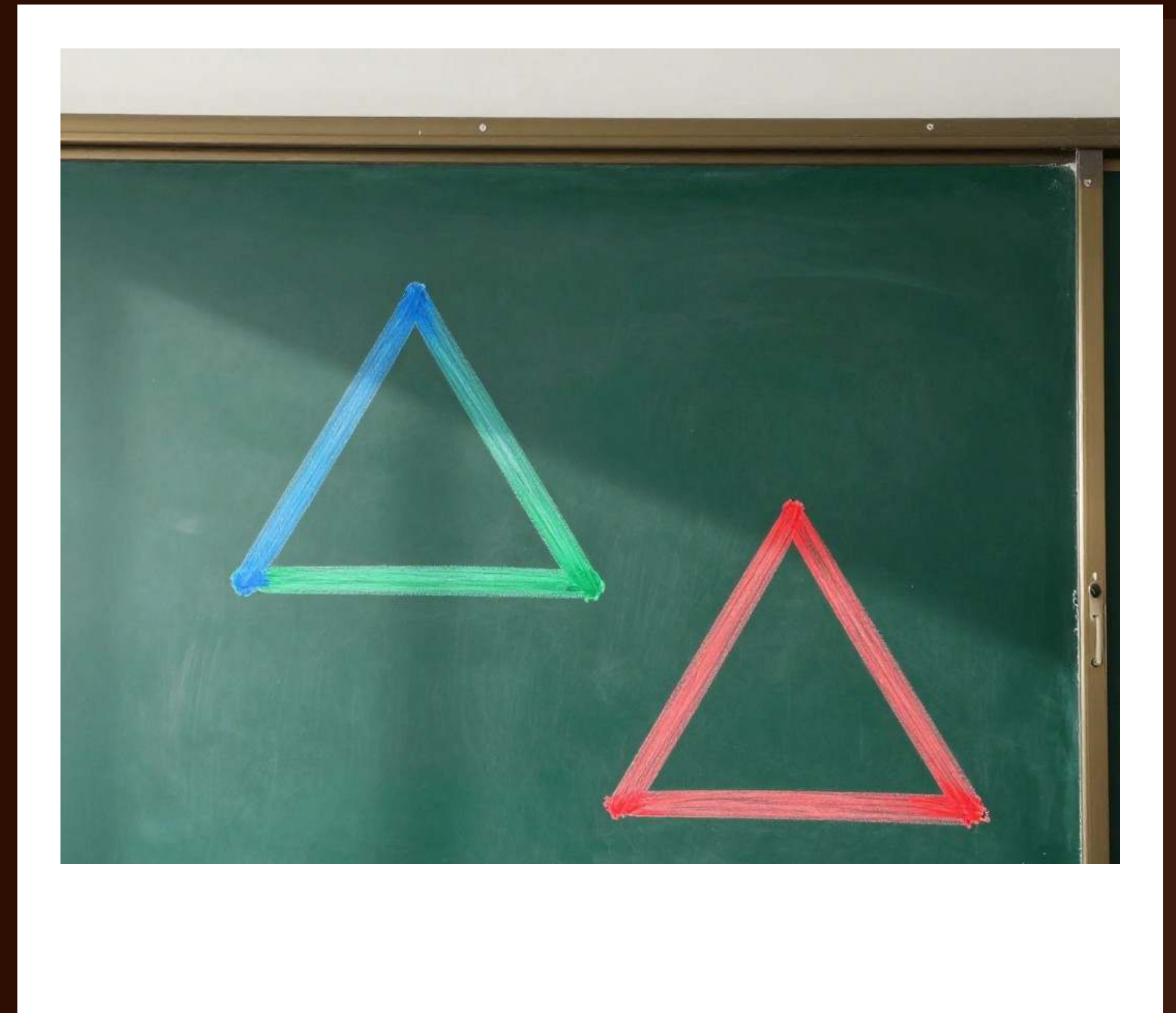
Если перепутать порядок букв, стороны тоже будут сопоставлены неверно. Тогда пропорции окажутся ошибочными, даже если сами треугольники на самом деле подобны.

◆ Читаем обозначение правильно

Запись подобия должна отражать реальное соответствие: сначала одна вершина, затем её пара во втором треугольнике. Именно так читают и углы, и стороны.

◆ Вывод для задач

Такой подход защищает от случайных ошибок в задачах на доказательство и вычисления, где важны не только числа, но и точное расположение вершин.



Проверка понимания

Один угол — мало

Одного совпадающего угла недостаточно: треугольники могут быть совсем разными по форме и размерам. Для подобия нужно сравнить как минимум две пары углов и убедиться, что они соответствуют друг другу.

У1.

Два угла — достаточно

Если две пары углов равны, третий угол уже тоже обязан совпасть. Тогда можно уверенно сделать вывод о подобии и перейти к поиску соответствующих сторон и коэффициента.

У2.

Как определить подобие шаг за шагом

Последовательность действий при распознавании подобия по двум углам



Соответствия углов и сторон

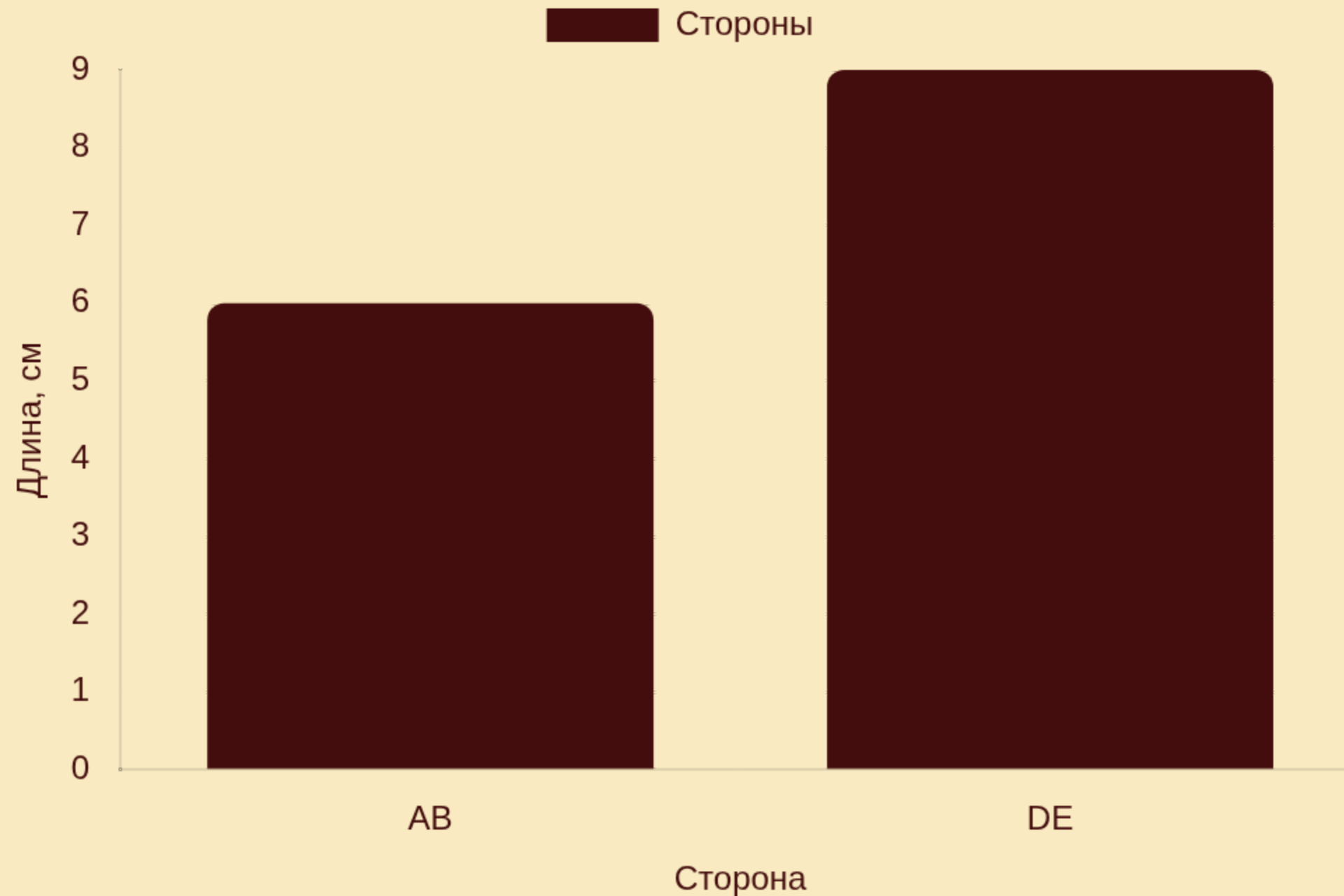
Сопоставление вершин и сторон помогает не перепутать порядок записи и правильно определить коэффициент подобия.

Если вершины сопоставлены верно, то можно сразу записать пары соответствующих сторон и использовать любую из них для нахождения k .

Элемент	В первом	Во втором
Углы	$\sphericalangle A, \sphericalangle B$	$\sphericalangle D, \sphericalangle E$
Вершины	A, B, C	D, E, F
Стороны	AB, BC, AC	DE, EF, DF
Коэффициент	AB/DE	BC/EF

* Правила соответствия в подобных треугольниках

Коэффициент подобия на примере



На диаграмме видно, как из длины соответствующих сторон получается коэффициент подобия. Важно помнить: он зависит от того, какой треугольник берут за первый.

9 см к 6 см дают коэффициент 1,5; значит, второй треугольник больше в полтора раза. При обратном порядке коэффициент станет $\frac{2}{3}$.

* Иллюстративный пример из условия: $AB = 6$ см, $DE = 9$ см

Нахождение неизвестной стороны

Шаг 1

Сначала определите, какие стороны действительно соответствуют друг другу. Без этого число 4 см можно поставить не в ту пропорцию и получить неверный ответ.

01.

Шаг 2

Если коэффициент подобия равен 2, значит, каждая соответствующая сторона второго треугольника вдвое длиннее стороны первого. Это правило работает только для верных пар сторон.

02.

Шаг 3

По условию 4 см соответствует x , поэтому $x = 4 \cdot 2 = 8$ см. Ответ получается только после проверки соответствия вершин и сторон.

03.

Как использовать признак в доказательстве

Отметить углы

Сначала в записи указывают две пары равных углов. Это главный факт, на котором строится всё доказательство, поэтому его нужно отметить чётко и без пропусков.

У1.

Получить вывод

После этого можно сделать вывод о третьей паре равных углов через сумму углов треугольника. Так подтверждается, что фигуры действительно подобны.

У3.

Задать соответствие

Затем называют соответствующие вершины и стороны в одинаковом порядке. Если порядок букв нарушен, дальнейшие выводы о подобии становятся неверными, даже при верных углах.

У2.

Сформулировать ответ

В конце обязательно формулируют результат словами: треугольники подобны по второму признаку. Это делает доказательство полным и понятным для проверки.

У4.

Чек-лист перед ответом

Две пары углов

Проверьте, есть ли в условии именно две пары равных углов. Если найдена только одна пара, для вывода о подобии этого недостаточно.

01.

Правильный порядок

Сверьте порядок вершин в обозначениях треугольников. Он показывает, какие углы и стороны нужно считать соответствующими, а какие нельзя сравнивать между собой.

02.

Проверка сторон

Попробуйте сразу записать пропорцию соответствующих сторон. Если это невозможно, значит, соответствие установлено не до конца или допущена ошибка в обозначениях.

03.

Кто больше

Отдельно сравните, не перепутаны ли большой и меньший треугольники. От этого зависит, как записывать коэффициент подобия и каков будет ответ.

04.

Практика: задания разного типа

18

Проверка по углам

Определите по рисунку, есть ли две пары равных углов, и решите, можно ли сразу утверждать подобие. Это базовое упражнение на распознавание признака.

Сопоставление элементов

Запишите соответствующие вершины и стороны для каждого треугольника. Такое задание учит читать обозначения аккуратно и не смешивать пары, которые не связаны друг с другом.

Коэффициент k

Найдите коэффициент подобия по простым числам и проверьте, как он меняется при обратном порядке сторон. Это помогает лучше понимать смысл отношения сторон.

Доказательство

Решите одну задачу на доказательство, где нужно объяснить вывод словами. Это закрепляет не только ответ, но и сам ход рассуждений.

Короткое резюме-«шпаргалка»

Начало

Сначала ищите две пары равных углов: именно они открывают путь к признаку подобия и позволяют начать сравнение треугольников.

У1.

Промежуточный вывод

Потом проверьте третий угол и сделайте вывод о подобии. Если первые два угла совпали, третья пара углов совпадает автоматически.

У2.

Следствие

После этого переходите к сторонам: соответствующие стороны пропорциональны, а коэффициент подобия находится по любой такой паре.

У3.

Главная проверка

Всегда следите за порядком вершин. Если перепутать соответствия, даже правильные числа дадут неверный результат и ошибочный ответ.

У4.

Два угла, один уверенный ВЫВОД

Второй признак подобия треугольников экономит время: достаточно двух равных углов, чтобы узнать форму фигур, установить соответствия и найти коэффициент подобия. Это полезный инструмент для вычислений и доказательств.