

Подобие фигур: одинаковая форма при разном размере

Одинаковая форма при разных размерах
помогает сравнивать и измерять фигуры.

Где встречается подобие и зачем его изучают

Подобие встречается в чертежах, картах, моделях и измерениях. В 7 классе оно помогает решать задачи на треугольники, масштаб и недоступные расстояния без прямых измерений.



Что такое подобные фигуры

Одинаковая форма

Подобные фигуры имеют одинаковый «рисунок»: их можно увеличить или уменьшить, не меняя очертания. Отличаться могут только размеры, а не общий вид.

Углы и стороны

У подобных фигур соответствующие углы равны, а соответствующие стороны пропорциональны. Именно это позволяет сравнивать фигуры и находить неизвестные длины по отношению сторон.

Что сохраняется

Подобие сохраняет форму, но не обязательно длину, периметр и площадь. Поэтому две фигуры могут выглядеть одинаково, хотя одна значительно больше другой.



Он показывает, во сколько раз одна фигура больше или меньше другой, и помогает сразу определить новые размеры без полного измерения.

2

показывает, что все
линейные размеры
увеличиваются вдвое.

Определение коэффициента подобия в школьной
геометрии

Как меняются стороны при одном и том же коэффициенте



Все пары сторон изменяются одинаково, поэтому можно быстро проверить, сохраняется ли одно и то же отношение.

Во всех трёх случаях коэффициент подобия равен 2, значит фигуры отличаются только масштабом.

Первый признак подобия треугольников: по двум углам

1. Два равных угла

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого, то треугольники подобны. Этого достаточно, чтобы установить одинаковую форму.

2. Третий угол тоже равен

Сумма углов треугольника равна 180° , поэтому при равенстве двух углов автоматически совпадает и третий. Так подтверждается полное соответствие фигур.

3. Где встречается в задачах

Этот признак часто используют при работе с параллельными прямыми, когда появляются накрест лежащие или соответственные углы. Он помогает находить подобие быстро и точно.

Второй признак подобия: по двум сторонам и углу между ними

1.

Пропорциональные стороны

Нужно сравнить именно соответствующие стороны двух треугольников. Если их отношения одинаковы, это создаёт основу для вывода о подобии.

2.

Равный угол между ними

Кроме пропорции сторон, должен быть равен угол, заключённый между этими сторонами. Именно сочетание двух условий делает признак полным.

3.

Важно не ошибиться

Нельзя брать любые стороны и любой угол наугад. Сначала нужно точно установить соответствие элементов, иначе вывод о подобии может быть неверным.

Третий признак подобия: по трём сторонам

1. Сравнение трёх пар

Если все три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, треугольники подобны. Проверяют сразу все три отношения.

2. Одинаковая форма

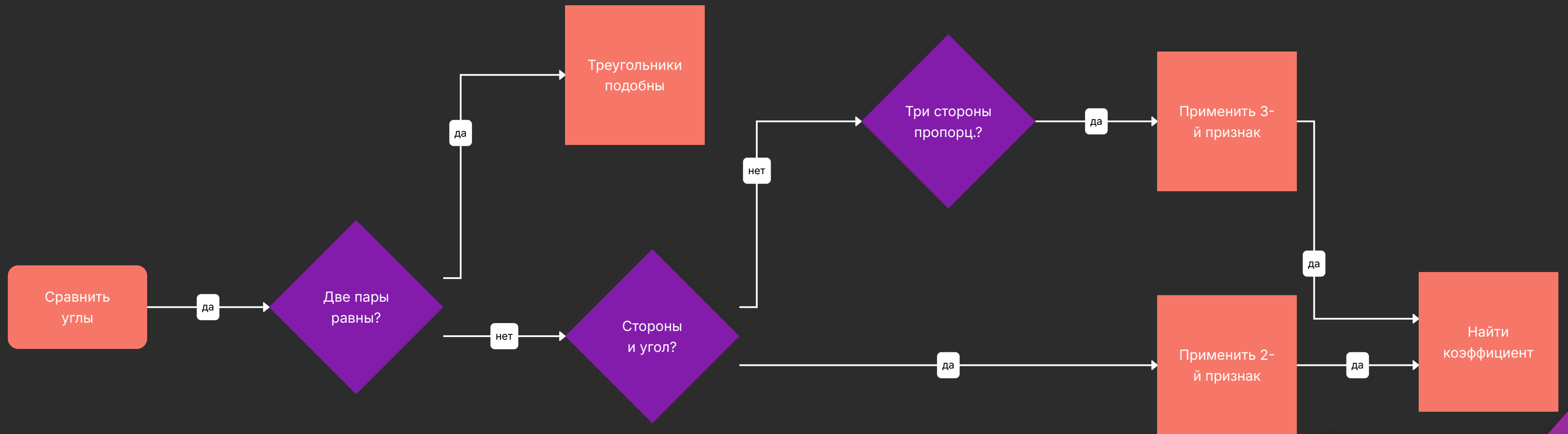
Когда отношения соответствующих сторон совпадают, фигуры имеют одинаковую форму. Это значит, что одна из них является увеличенной или уменьшенной копией другой.

3. Когда признак полезен

Этот способ особенно удобен в задачах, где известны только длины сторон. Тогда углы могут быть не даны, но подобие всё равно можно доказать.

Как определить, подобны ли треугольники

Последовательность проверки признаков подобия в школьных задачах



Сравнение двух подобных треугольников

Элемент	1-й треугольник	2-й треугольник
Сторона 1	3 см	6 см
Сторона 2	4 см	8 см
Сторона 3	5 см	10 см
Углы	равны	равны

Учебный пример по геометрии 7 класса

Сравнение сторон и углов показывает, как работает подобие на конкретном примере.

Все соответствующие стороны увеличились в 2 раза, а углы остались равными; значит, треугольники подобны.

Подобие в чертежах, картах и планах

Чертёж и реальность

Чертежи и планы передают форму объекта в уменьшенном виде, поэтому по ним можно судить о настоящих размерах, не измеряя всё на месте. Это удобно при работе со зданиями, комнатами и деталями.

Карты и маршруты

На карте дорога, река или квартал выглядят меньше, чем в действительности, но сохраняют взаимное расположение. Благодаря этому можно быстро оценить расстояния и выбрать удобный путь.

Практическая польза

Подобие помогает инженерам, архитекторам и школьникам сравнивать объекты, строить модели и проверять размеры. Даже простой рисунок становится точным инструментом, если выполнен в масштабе.



Связь подобия и масштаба



Масштаб как правило

Масштаб показывает, во сколько раз изображение меньше или больше реального объекта. Если все линейные размеры изменяются одинаково, сохраняется форма, а значит, действует подобие.



Чтение карты

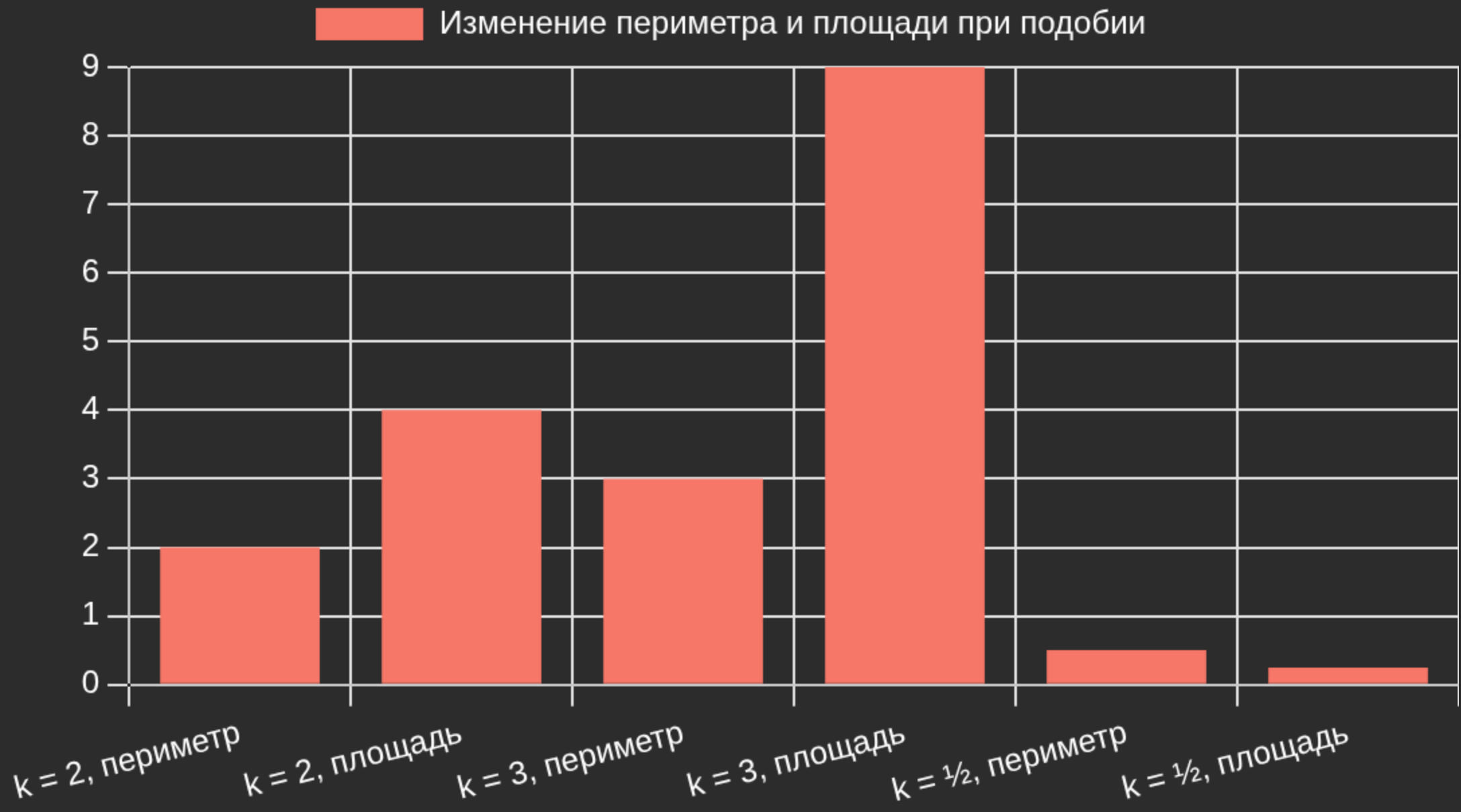
На карте один сантиметр может означать десятки или сотни метров на местности. Это позволяет переносить данные с бумаги в реальный мир и наоборот без потери точности.



Единый коэффициент

При переходе от модели к оригиналу или обратно используют один коэффициент для всех длин. Именно поэтому стены, дороги и контуры на чертеже остаются пропорциональными.

Как изменяются периметр и площадь подобных фигур



Периметр связан с длиной сторон, а площадь — с размером поверхности, поэтому они меняются по-разному.

Чем больше коэффициент подобия, тем быстрее растёт площадь: она изменяется в квадрате коэффициента, а периметр — только в той же степени.

Подобие в прямоугольных треугольниках



Высота к гипотенузе

Когда в прямоугольном треугольнике проводят высоту к гипотенузе, образуются новые треугольники. У них появляются равные острые углы, поэтому они оказываются подобными.



Пропорции сторон

У подобных прямоугольных треугольников соответствующие стороны связаны одинаковыми отношениями. Это позволяет находить неизвестные отрезки, если известны хотя бы несколько других элементов.



Решение без измерений

Такой приём особенно полезен в задачах, где линейкой нельзя измерить нужный отрезок напрямую. Достаточно записать пропорцию и вычислить искомую длину.

Измерение недоступных объектов с помощью подобия

1.

Выбрать объект и опору

Сначала находят предмет известной высоты или длины тени, который стоит рядом с измеряемым объектом. Это создаёт удобную основу для сравнения по подобным треугольникам.

2.

Снять необходимые данные

Затем измеряют высоту малого предмета и длины обеих теней или другие соответствующие отрезки. Важно, чтобы условия освещения и расположение объектов были одинаковыми.

3.

Составить пропорцию

После этого записывают отношение соответствующих сторон. Если углы равны, можно приравнять дроби и выразить неизвестную величину через известные данные.

4.

Найти результат

В конце вычисляют высоту дерева, ширину реки или расстояние до предмета. Такой способ особенно удобен, когда прямое измерение невозможно или опасно.



Типичные ошибки при решении задач на подобие

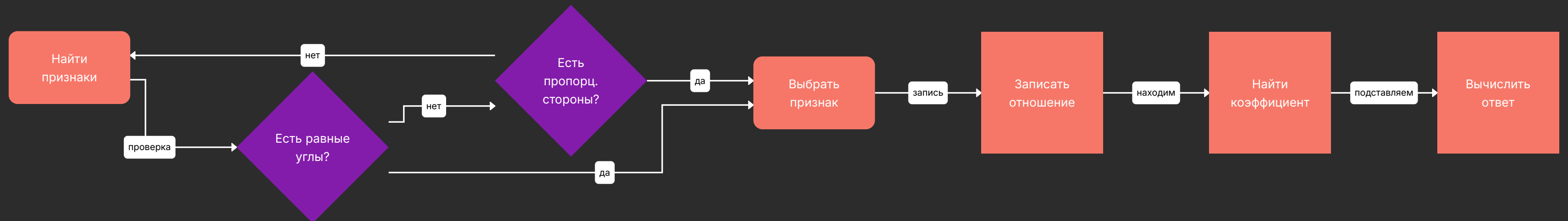
Ошибка	Правильный способ
Нет соответствия вершин	Сначала сопоставить вершины
Сравнение равенства сторон	Проверять пропорции
Путаница с равенством	Помнить о разных размерах

Перед вычислениями важно проверить, правильно ли установлены соответствующие стороны и углы.

Большинство ошибок связано не с вычислениями, а с неверным выбором соответствующих элементов и неправильным пониманием самого понятия подобия.

Алгоритм решения задач на подобие

Последовательность действий для задач на треугольники, масштаб и измерения



Примеры школьных задач на подобие

Тень и высота

По длине тени можно найти высоту дерева, столба или дома. Для этого сравнивают маленький и большой треугольники, образованные предметами и солнечными лучами.

План класса

На плане комнаты легко определить длину стены, расстояние между партами или положение двери. Здесь важно правильно читать масштаб и переводить сантиметры в реальные размеры.

Рисунок и модель

Если известны размеры уменьшенной модели, можно узнать размеры настоящего объекта. Такие задачи учат составлять пропорции и работать с коэффициентом подобия.

Схема местности

По схеме можно вычислить расстояние до нужной точки, если известен масштаб. В таких заданиях обычно требуется не длинное рассуждение, а точный расчёт по данным.

Подобие в природе и технике

Формы, которые повторяются в природе

Листья одного растения часто похожи друг на друга по общему очертанию, хотя отличаются размером. У некоторых снежинок и раковин тоже можно заметить одинаковую форму при разных размерах. Такие примеры показывают, что подобие встречается не только в геометрии, но и вокруг нас.



Модели, которые помогают изучать мир

В технике подобие особенно важно для макетов зданий, автомобилей и самолётов. Уменьшенная модель повторяет внешний вид оригинала и позволяет безопасно проверять форму, пропорции и размещение деталей. Поэтому инженеры часто используют модели перед созданием настоящего объекта.



Подобие помогает видеть общее в разном

Подобие показывает, что фигуры могут быть одинаковыми по форме и разными по размеру. Зная признаки подобия, можно решать задачи, работать с масштабом и измерять недоступные объекты.