

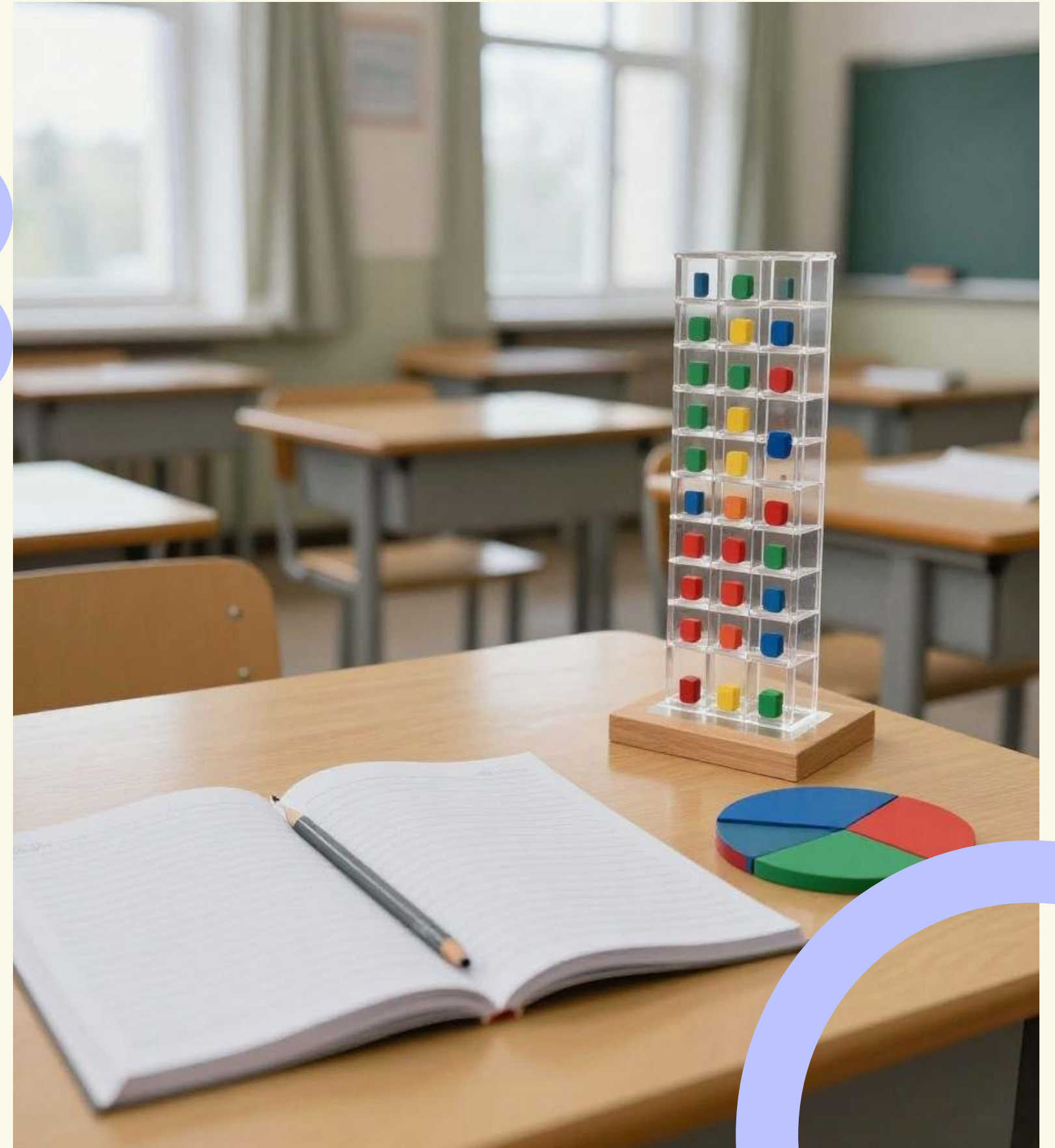
Степень произведения и дроби

Правила степени помогают писать короче,
считать быстрее и избегать ошибок.



Зачем нужны эти правила в 7 классе

В алгебре степень часто встречается в формулах и упрощении выражений. Если знать два свойства, можно не раскрывать скобки по одному множителю каждый раз и быстрее получать верный результат.



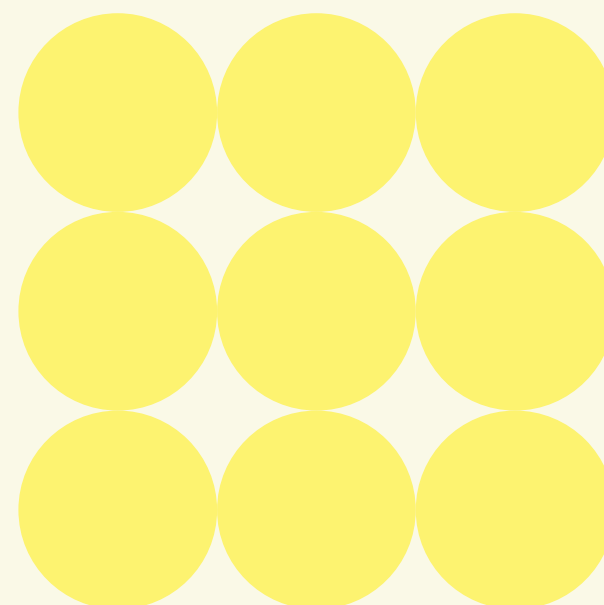
2

главные части степени — основание
и показатель.

Определение степени в школьном курсе алгебры 7 класса

Основание повторяется
в произведении, а показатель
показывает, сколько раз именно
оно умножается на себя.

Степень произведения



1

Записываем правило

Если в степень возводится произведение, каждый множитель возводится в ту же степень: $(ab)^n = a^n \cdot b^n$. Это верно для чисел, букв и смешанных выражений.

2

Проверяем на примере

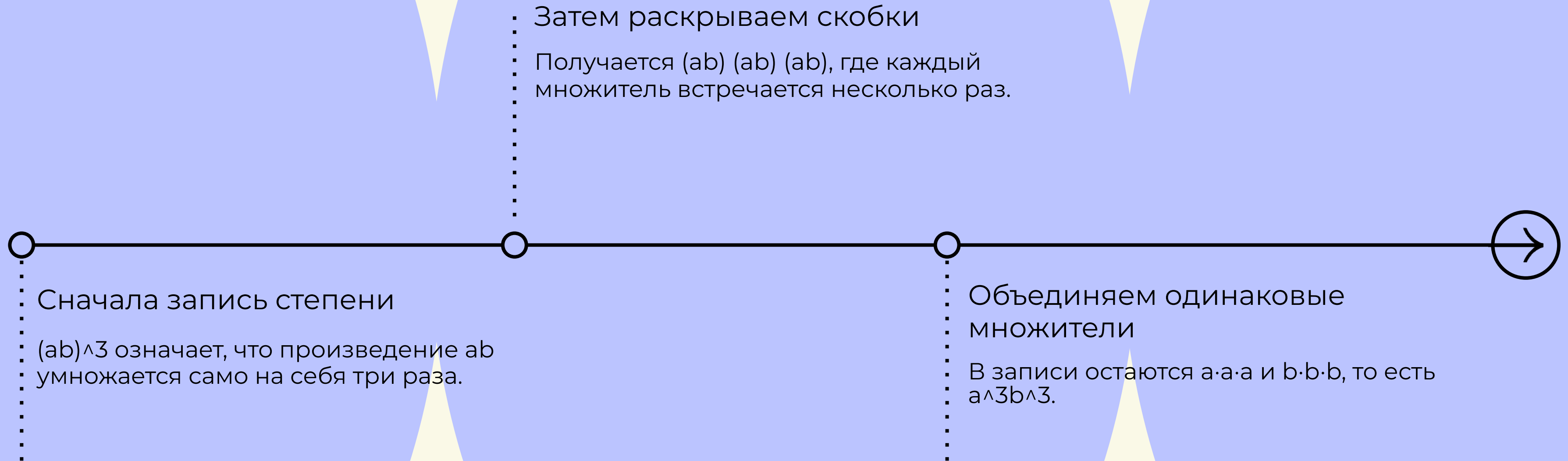
Для выражения $(2 \cdot 5)^3$ сначала возводим в третью степень число 2, затем число 5. Получаем $2^3 \cdot 5^3$, то есть $8 \cdot 125 = 1000$.

3

Что важно помнить

Степень относится ко всему произведению в скобках. Нельзя возводить в степень только первый множитель или только последний, иначе получится неверное значение выражения.

Почему правило для произведения работает



Модель правила на рисунке

Три одинаковые группы

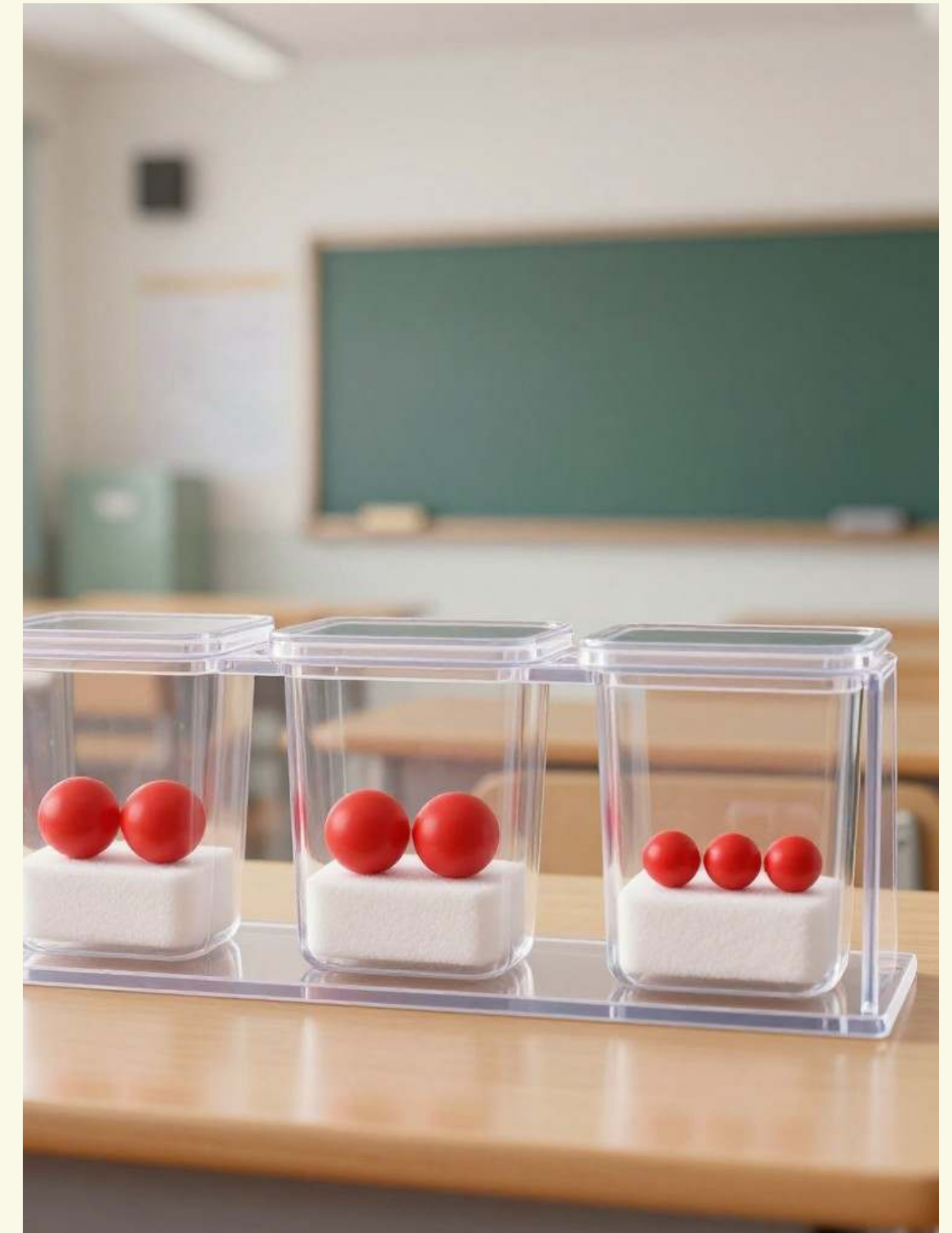
На рисунке видно три повторяющиеся группы, и в каждой есть одинаковые множители 2 и x . Это помогает увидеть, почему в ответе степень получают оба множителя.

Повторение множителей

После раскрытия скобок записываются все множители подряд: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot x$. Так становится очевидно, что степень применяется к каждому элементу произведения.

Короткая итоговая запись

Собрав одинаковые множители, получаем $2^3 x^3$. Визуальная схема показывает, что степень не исчезает, а просто распределяется между всеми множителями внутри скобок.



Степень дроби

1

Правило для дроби

Если в степень возводится дробь, в эту степень возводятся и числитель, и знаменатель:
 $(a/b)^n = a^n/b^n$,
при $b \neq 0$.

2

Пример вычисления

Для выражения $(\frac{3}{4})^2$ получаем $3^2/4^2$, то есть $9/16$. Это удобнее, чем пытаться возводить в степень только одну часть дроби.

3

Чего делать нельзя

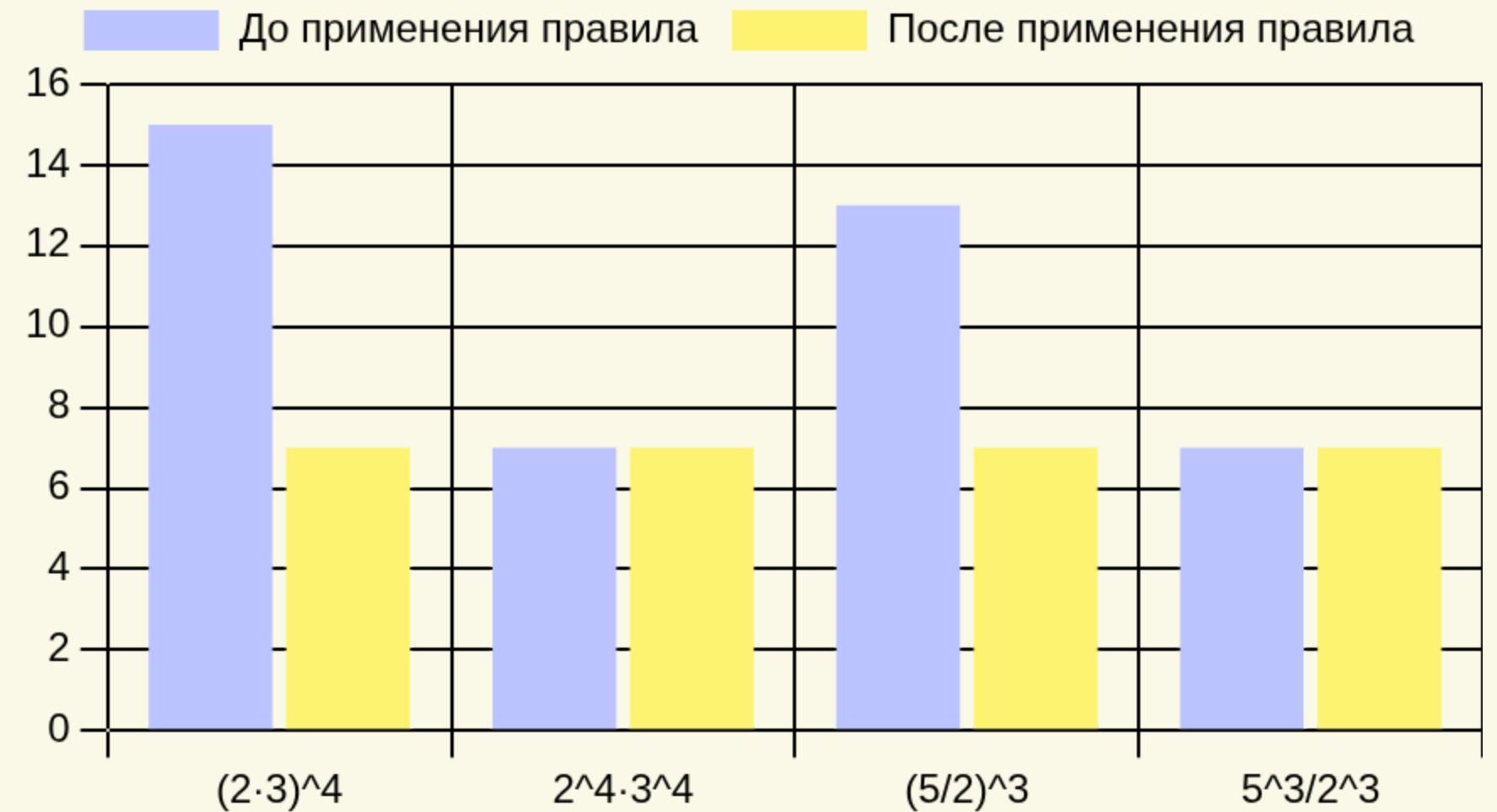
Нельзя оставлять без изменения числитель или знаменатель, потому что степень относится ко всей дроби целиком. Иначе выражение перестает быть равным исходному.

Как правило сокращает запись вычислений

Правило помогает заменить длинную запись более компактной и удобной для работы с выражением.



После преобразования запись становится короче, а результат не меняется. Это особенно полезно при вычислениях в несколько шагов.



Подсчёт по выражениям, приведённым на слайде

Примеры преобразования выражений

Выражение	Преобразование	Результат
$(4y)^2$	4^2y^2	$16y^2$
$(2a \cdot 3b)^2$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot a^2 \cdot b^2$	$36a^2b^2$
$(7/10)^2$	$7^2/10^2$	$49/100$
$(x/5)^3$	$x^3/5^3$	$x^3/125$

В таблице показано, как правило распределяется на все множители и на дробь целиком.

Во всех примерах степень распределяется на каждый множитель. Для дроби отдельно возводятся числитель и знаменатель, после чего выражение можно упростить.

Школьные правила возведения произведения и дроби в степень

Смешанные выражения с числами и буквами



Числа и буквы вместе

Если в произведении есть и числа, и буквы, степень применяется к каждому множителю отдельно. Поэтому $(3xy)^2$ превращается в $3^2x^2y^2$.



Скобки задают правило

Когда произведение записано в скобках, показатель относится ко всему выражению внутри. Нельзя возводить в степень только один элемент и забывать остальные множители.

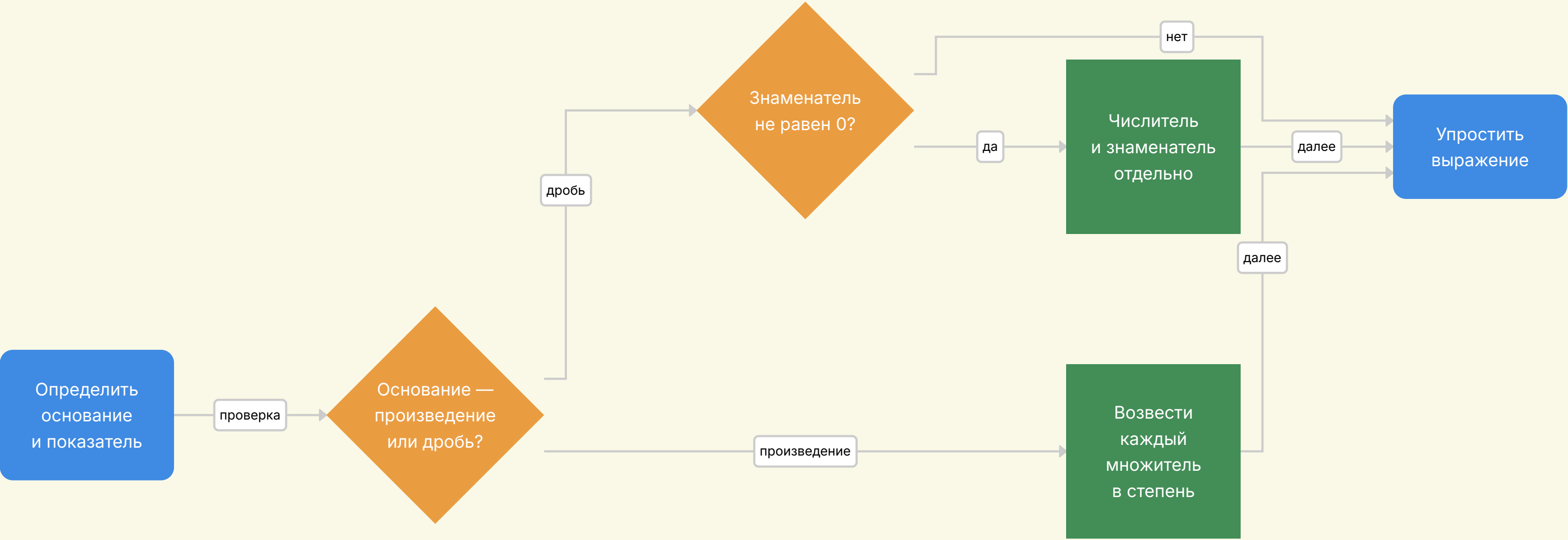


Удобная проверка

Такой приём помогает быстро проверить запись ответа. Если все множители получили свою степень, значит преобразование выполнено по правилу верно.

Алгоритм возведения произведения и дроби в степень

Последовательность действий для преобразования произведения и дроби в степень:
от определения основания до упрощения результата.

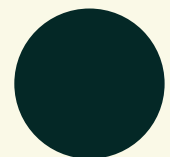


Частые ошибки при выполнении заданий



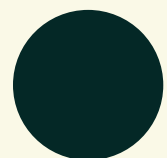
Один множитель

Иногда ученик возводит в степень только первый множитель и забывает о втором. Но в произведении степень относится ко всем множителям внутри скобок, иначе ответ будет неверным.



Забытый знаменатель

При работе с дробью часто возводят в степень только числитель. На самом деле нужно отдельно возвести в степень и числитель, и знаменатель, соблюдая условие $b \neq 0$.



Сложение показателей

Некоторые пытаются сложить показатели вместо применения правила степени. Это ошибка: показатель показывает повторение умножения, а не сумму степеней отдельных множителей.



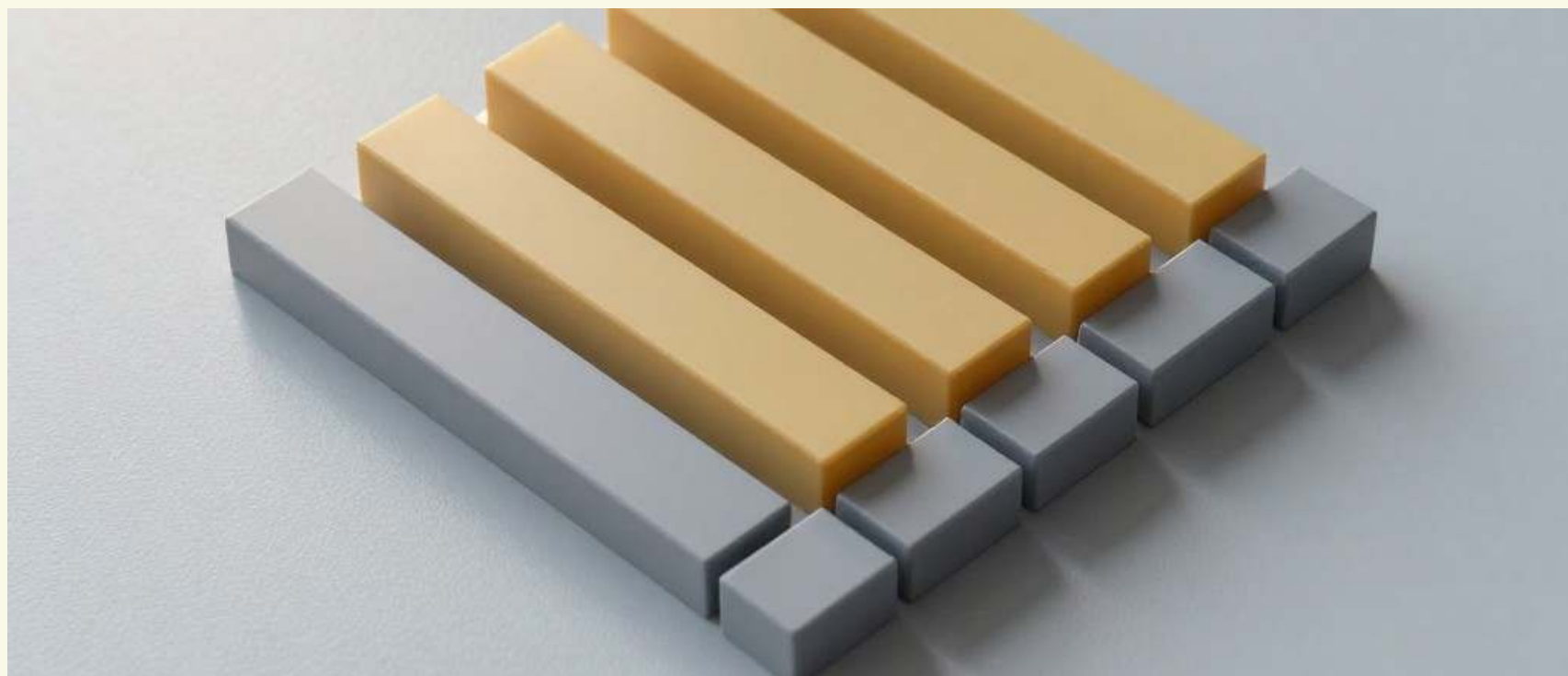
Путаница со скобками

Выражение $(a+b)^2$ нельзя заменять на a^2+b^2 , потому что сумма и произведение ведут себя по-разному. Здесь нужно сначала разобраться, что именно находится в скобках.

Применение в геометрии

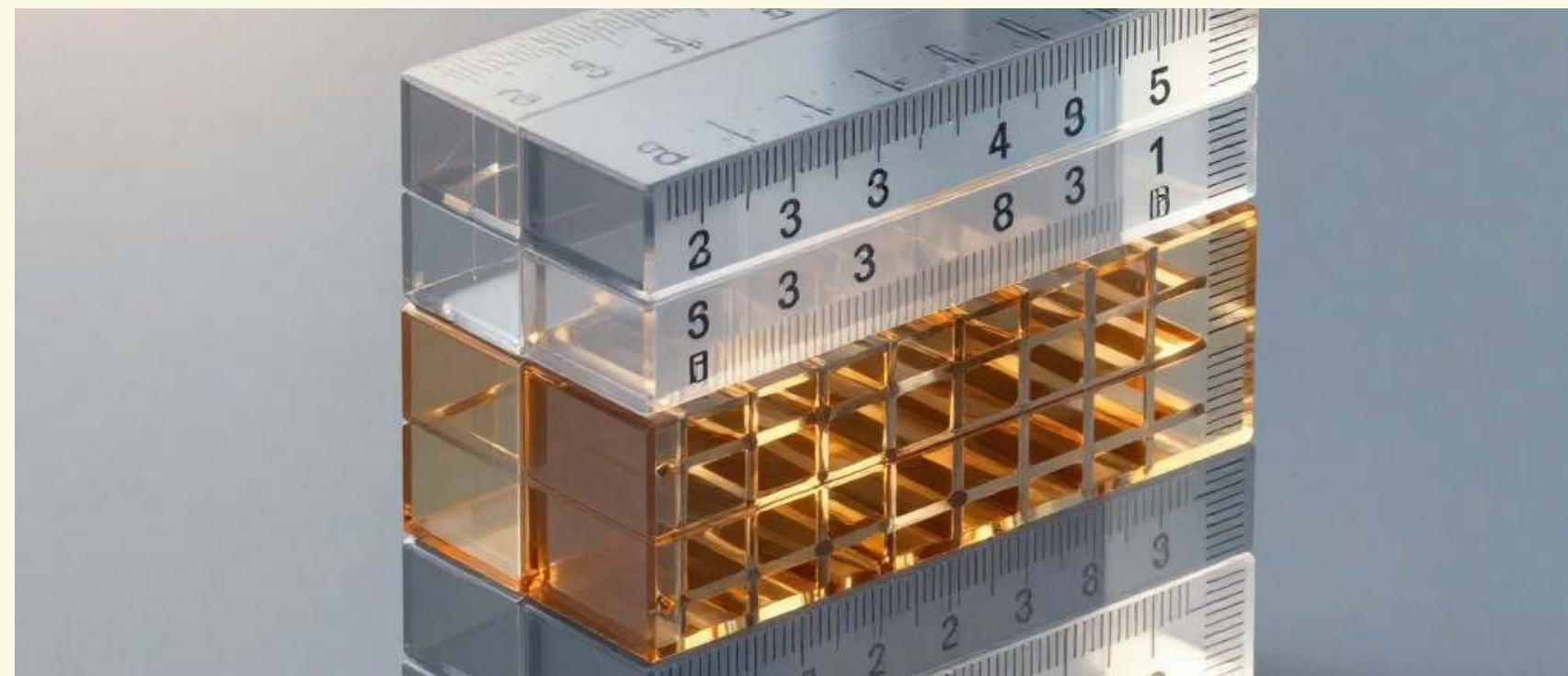
1 Площадь через дробь

Если сторона квадрата равна $3x/2$, то площадь удобно записать как $(3x/2)^2$. После применения правила получаем $9x^2/4$. Такой пример показывает, как алгебра помогает работать с геометрической формулой площади без лишних шагов.



2 Единицы измерения тоже возводятся

Когда сторона фигуры задана выражением, в степень возводится всё выражение целиком. Поэтому вместе с числом и буквой в квадрат переходят и квадратные единицы, если они используются в задаче. Это делает запись точной и понятной.

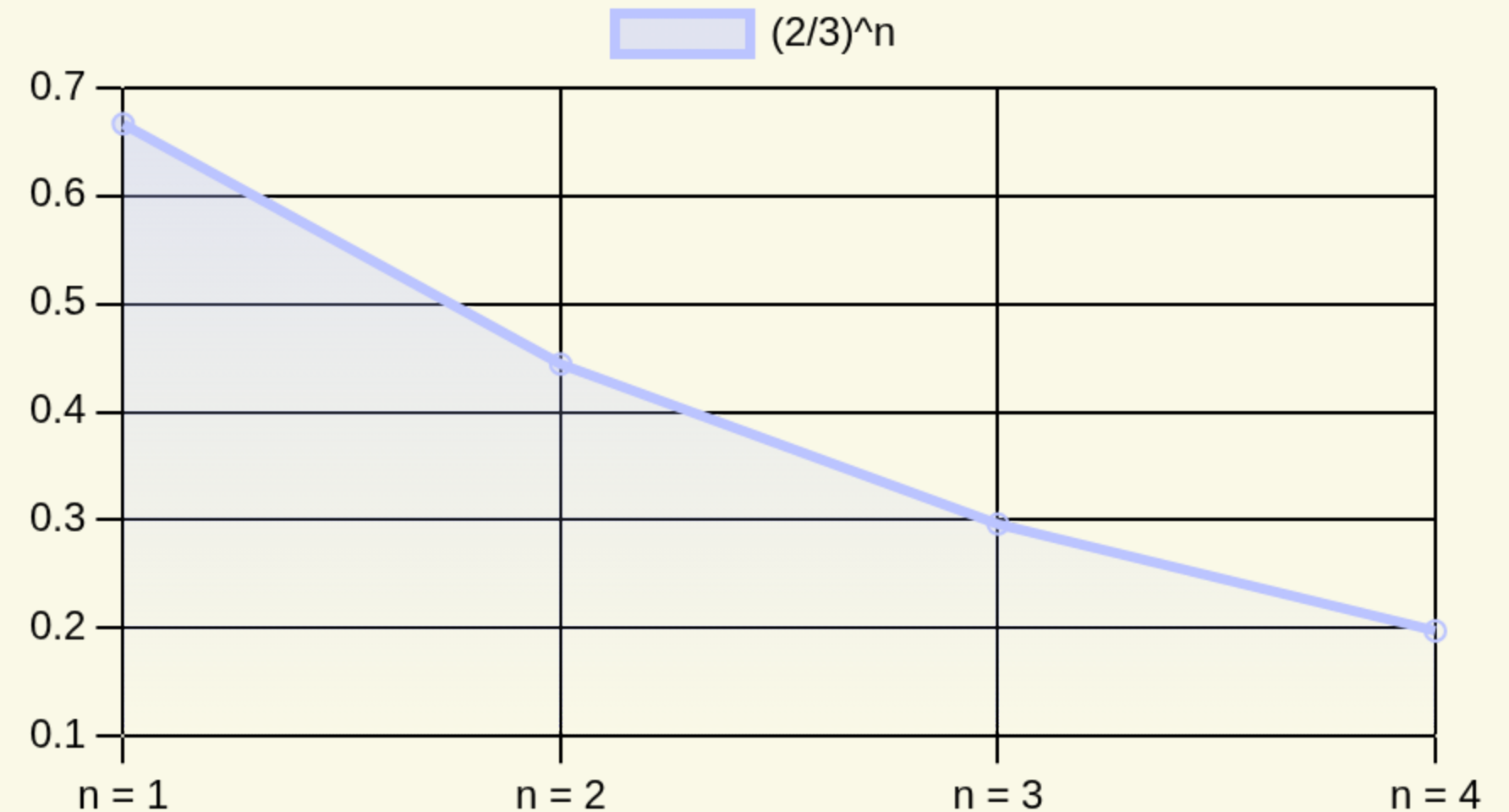


Как меняется значение дроби при разных показателях

На графике видно, как быстро убывает значение дроби меньше 1 при росте показателя степени.

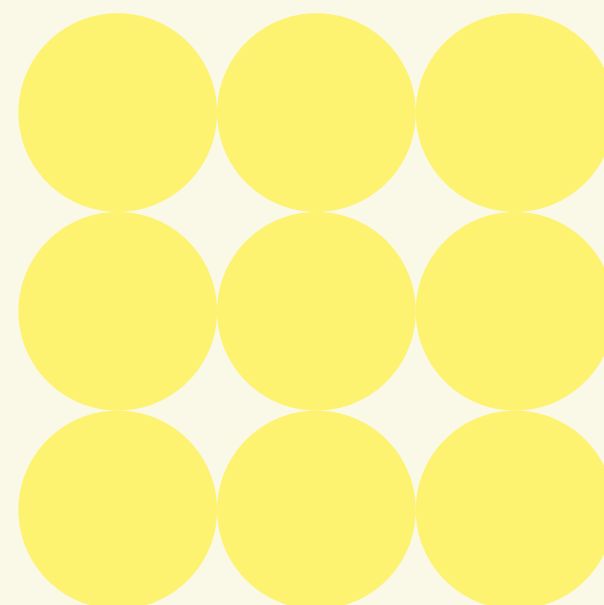


Чем больше показатель, тем меньше результат: дробь $\frac{2}{3}$ при последовательном возведении в степень уменьшается.



Вычислено по значениям $(\frac{2}{3})^1, (\frac{2}{3})^2, (\frac{2}{3})^3, (\frac{2}{3})^4$.

Сокращение дробей после возведения в степень



1 Сначала степень

Сначала отдельно возведите в степень числитель и знаменатель. Так вы получите правильную дробь, а уже потом сможете проверить, нельзя ли её сократить на общий делитель.

2 Потом сокращение

Если числитель и знаменатель имеют общий делитель, сократите дробь до конца. Например, $36/64$ можно упростить до $9/16$, не меняя значения выражения.

3

Проверка результата

После сокращения полезно быстро проверить, не осталось ли у числителя и знаменателя общего делителя. Это помогает аккуратно записывать ответ и избегать лишних вычислений.

Проверка на практических примерах

В таблице показано, как работает правило для произведения и дроби в разных выражениях.



Во всех строках степень распределяется на каждый множитель, а у дроби отдельно возводятся числитель и знаменатель.

Выражение	Преобразование	Ответ
$(5a)^3$	5^3a^3	$125a^3$
$(2m/3)^2$	$2^2m^2/3^2$	$4m^2/9$
$(x \cdot 4)^2$	$x^2 \cdot 4^2$	$16x^2$
$(7p/2)^3$	$7^3p^3/2^3$	$343p^3/8$

Примеры составлены по правилам возведения произведения и дроби в степень.

Где используются эти свойства



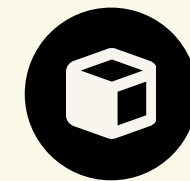
Упрощение выражений

Свойства степени помогают быстро сокращать длинные записи и приводить выражения к более удобному виду. Это особенно полезно, когда в примере несколько множителей и скобок.



Площадь фигур

При вычислении площадей квадратов и других фигур с буквенной стороной степень часто относится ко всей длине стороны. Поэтому важно правильно распределять показатель на все множители.



Формулы объёма

В геометрии такие правила встречаются в формулах объёма и при работе с величинами в кубе. Они позволяют аккуратно возводить в степень не только числа, но и буквенные выражения.

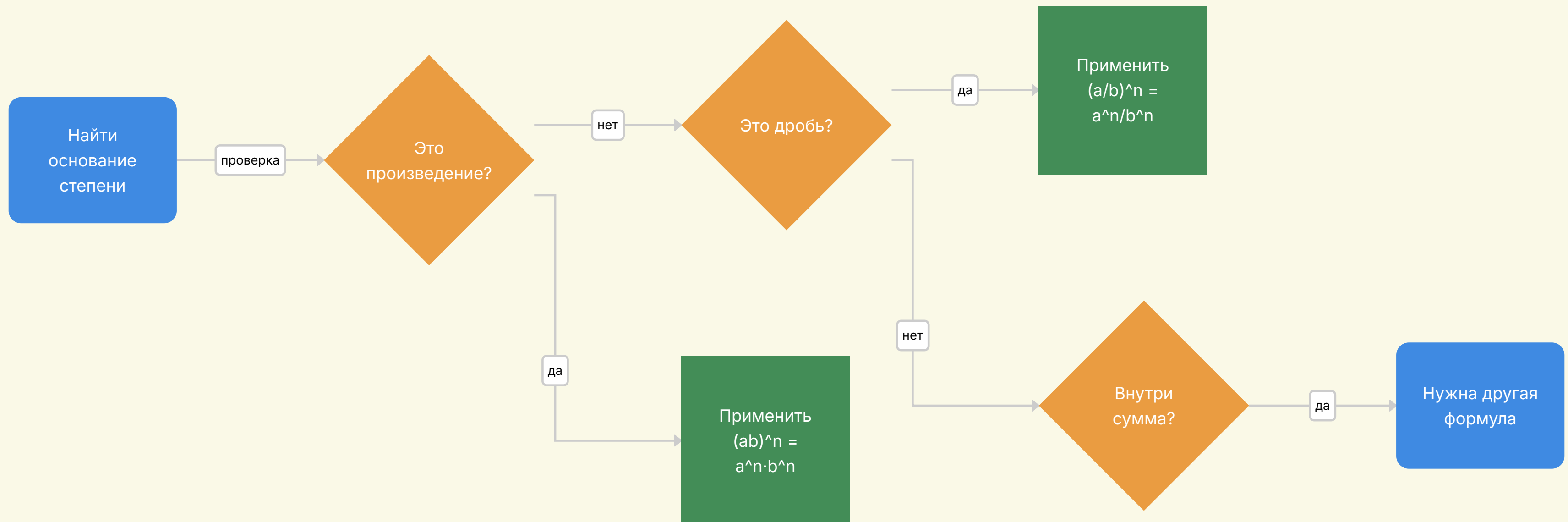


Проверочные работы

Эти свойства часто входят в самостоятельные и контрольные работы по алгебре. Умение применять их без ошибок экономит время и делает вычисления более уверенными.

Как выбрать правильное правило

Схема помогает определить, какое свойство применять: для произведения, для дроби или для выражения в скобках с суммой.



Итоговые примеры для закрепления

Произведение и дробь

В примере $(2x/3)^2$ сначала возводятся в квадрат и числитель, и знаменатель, а затем множитель x . Получается $4x^2/9$, и правило видно очень наглядно.

Только произведение

Запись $(4ab)^3$ показывает, что каждый множитель внутри скобок получает тот же показатель. После преобразования выходит $64a^3b^3$, без пропуска ни одного множителя.

Дробь с числом

Выражение $(\frac{1}{2})^4$ напоминает, что у дроби степень относится к обеим частям. В результате получаем $1/16$, что удобно проверить по умножению дробей.



Два правила, которые упрощают весь урок

Если запомнить два правила — для произведения и для дроби — вычисления становятся короче и понятнее. Они помогают уверенно упрощать выражения и быстро проверять ответы на уроках алгебры.

