

Прямые в пространстве

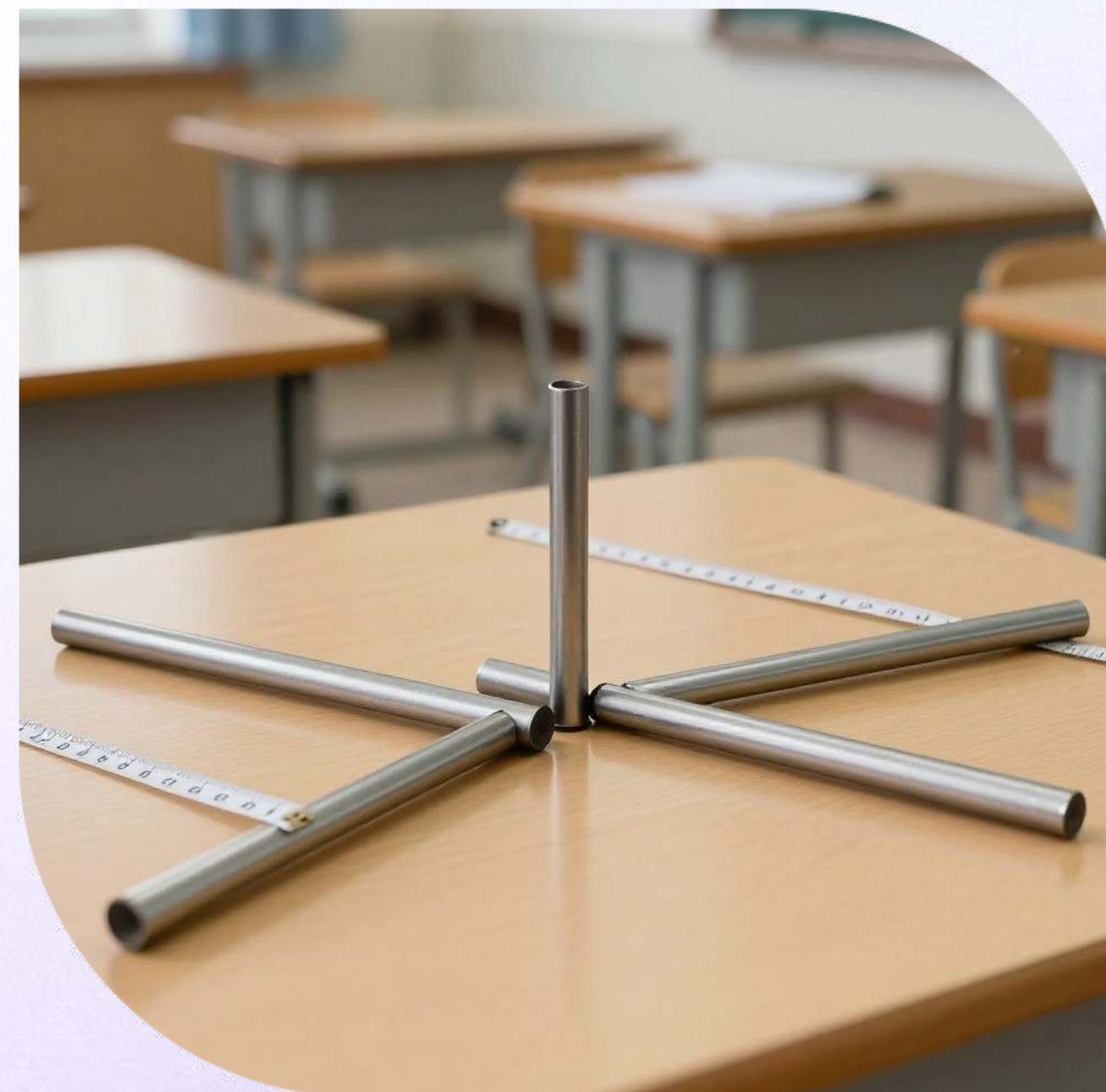
Изучаем, как прямые расположены в пространстве вокруг нас.





Зачем изучать прямые в пространстве

Вы уже знаете прямые на плоскости, а теперь переходите к объёмным моделям. Это поможет читать чертежи, различать виды линий и понимать форму предметов в классе и дома.



Что такое прямая



1

Прямая — это линия без начала и конца; она продолжается бесконечно в обе стороны и состоит из множества точек.

2

Через две разные точки можно провести только одну прямую, поэтому две точки однозначно задают её положение.

3

В геометрии прямую обозначают строчной буквой или двумя точками, например AB , если на ней отмечены эти точки.

Как задают прямую в пространстве



1

В пространстве прямую удобно задавать двумя точками, например А и В: через них проходит только одна прямая.

2

На рисунке прямая выглядит как отрезок, но это лишь видимая часть бесконечной линии.

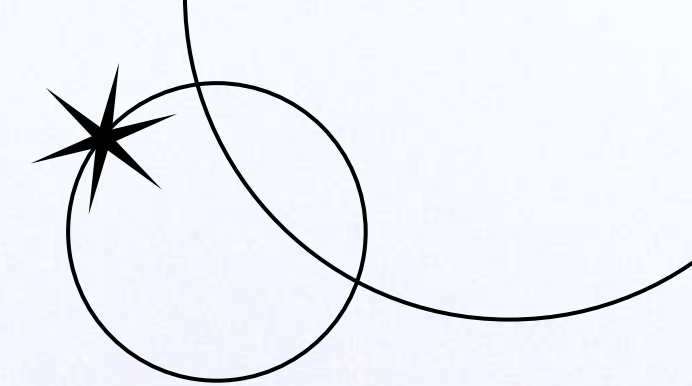
3

В задачах её часто связывают с ребром куба, краем стола или натянутой нитью.

4

Такое представление помогает понять, что геометрический объект не зависит от длины изображения на чертеже.

Прямые в окружающих предметах



Книга и линейка

У книги есть ровные рёбра, а у линейки — чёткий край. Эти линии удобно показывать на рисунке и использовать как примеры прямых в пространстве. Они помогают увидеть, что геометрия начинается с обычных предметов.



Парта, провод, верёвка

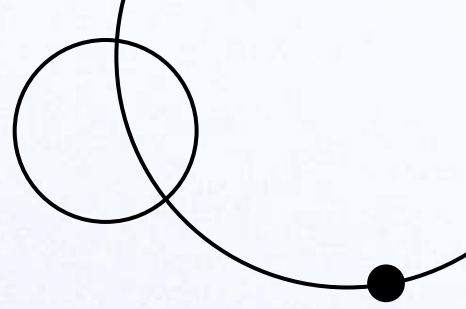
Край парты, натянутая верёвка и провод часто выглядят как прямые линии. Если выделить их на схеме, становится понятно, что прямые можно находить в классе, дома и на улице. Геометрия описывает знакомый мир очень точно.



Куб как модель

У куба рёбра дают множество наглядных примеров прямых. На его модели удобно рассматривать не только сами линии, но и их расположение друг относительно друга. Поэтому куб часто используют на уроках как простую объёмную модель.

Три случая взаимного расположения двух прямых



Сравним основные случаи, которые встречаются в пространстве.

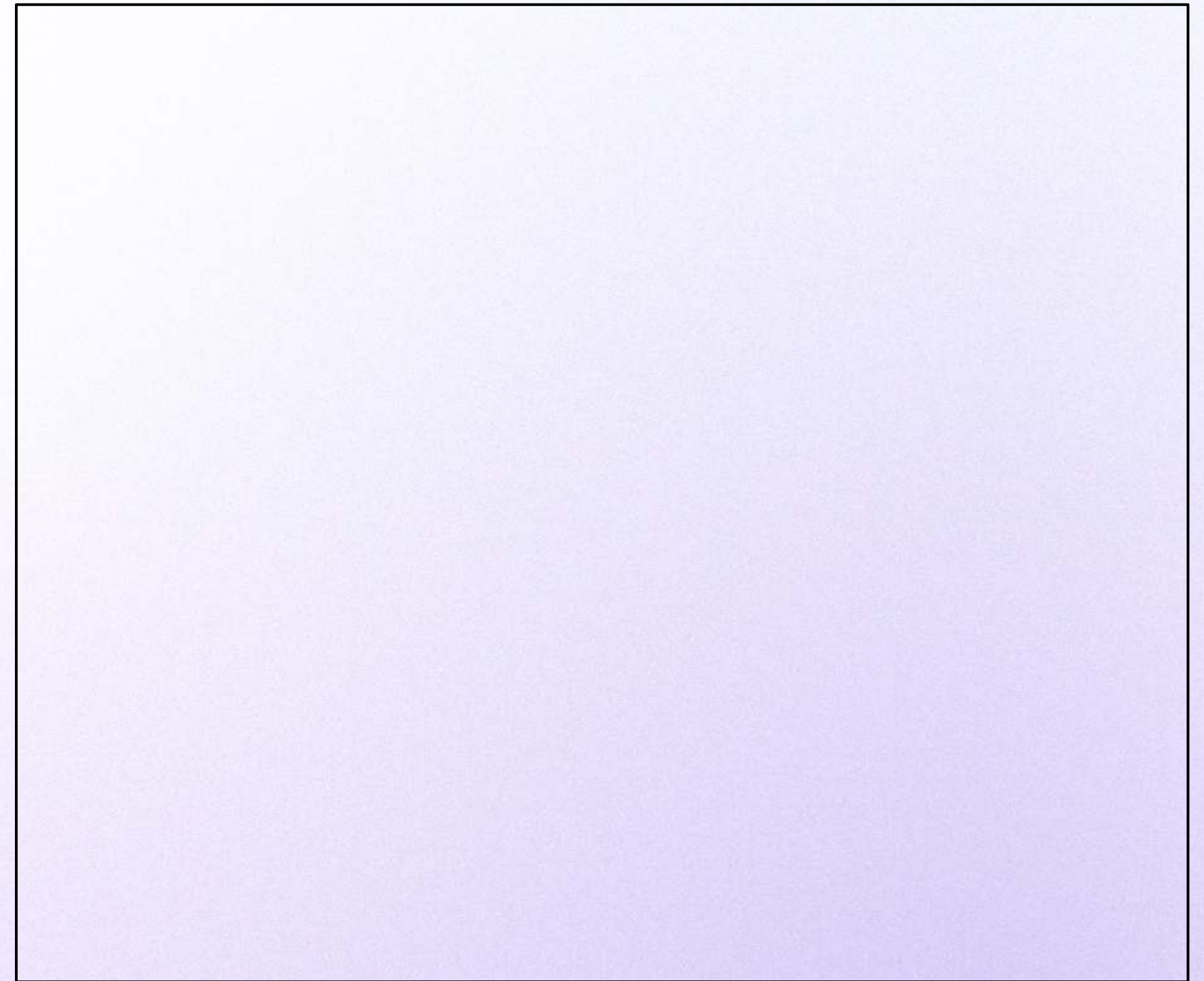
Случай	Общие точки	Плоскость
Пересекаются	1	общая
Параллельны	0	общая
Скрещиваются	0	нет

Ноль общих точек ещё не означает параллельность: в пространстве возможны скрещивающиеся прямые.

Сколько бывает случаев у двух прямых

Учебные примеры распределены
неравномерно, но все три ситуации
встречаются регулярно.

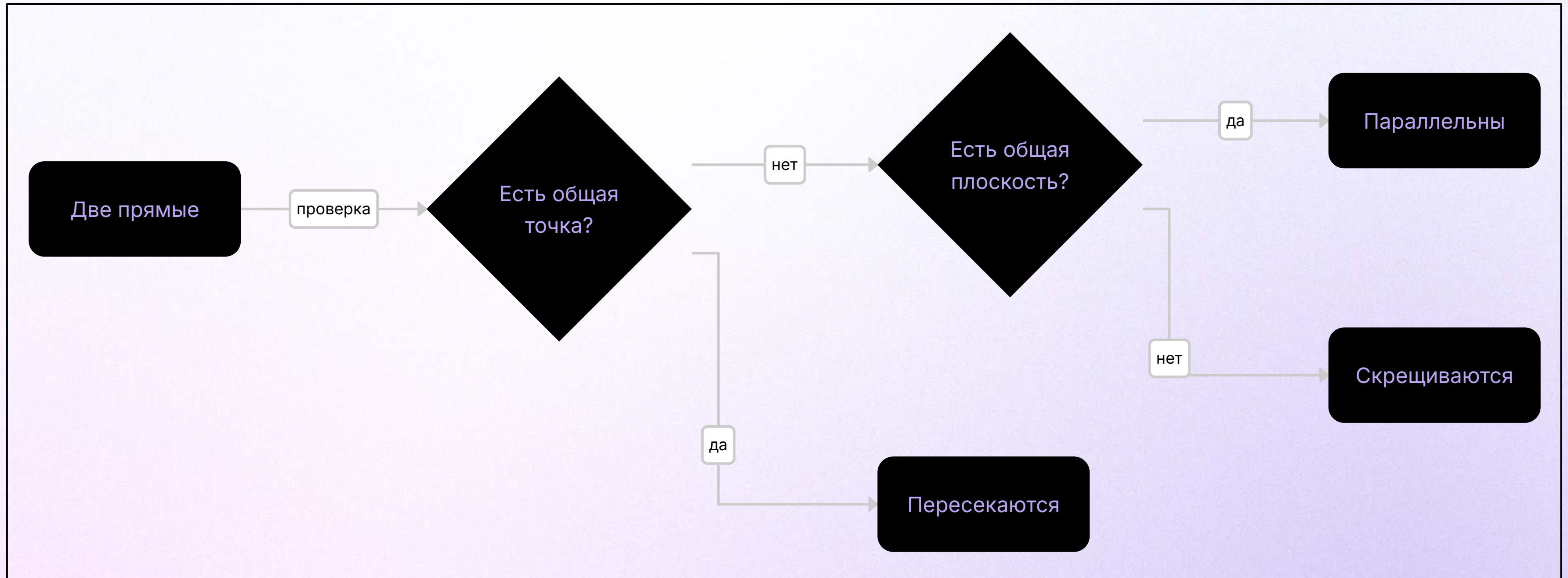
Пересечение и параллельность немного
чаще, однако скрещивание тоже важно
знать и распознавать.



★ Учебный набор примеров для 6 класса; данные
условные, без статистического замера

Как определить взаимное положение двух прямых

Пошаговая проверка по признакам общих точек и общей плоскости.



Параллельные прямые

1

Параллельные прямые лежат в одной плоскости и никогда не пересекаются, даже если мысленно продолжать их бесконечно.

2

Расстояние между такими прямыми в любом месте одинаковое, поэтому их легко узнавать на чертежах и в предметах вокруг нас.

3

Примеры: рельсы, противоположные края тетради, линии на клетчатой бумаге; на рисунках их часто отмечают одинаковым направлением.

Пересекающиеся прямые

1

Пересекающиеся прямые имеют ровно одну общую точку, в которой линии встречаются и затем расходятся в разные стороны.

2

Такое расположение видно в углу комнаты, на схеме перекрёстка и на чертеже двух линий, образующих угол.

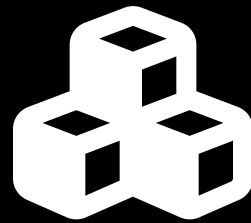
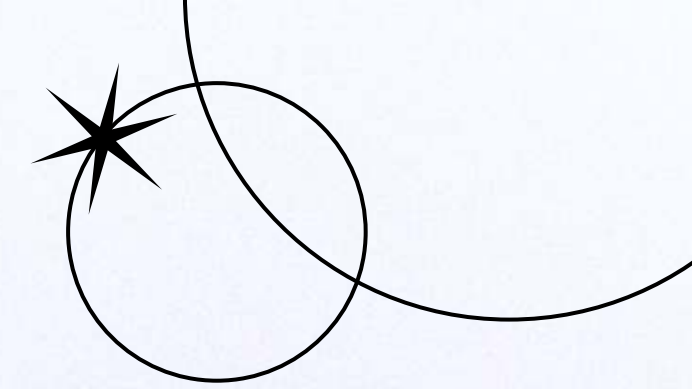
3

Важно отличать пересечение в одной точке от простого сближения линий: если общей точки нет, это уже другой случай.

4

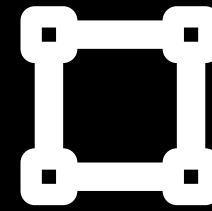
В задачах нужно точно проверять, действительно ли прямые пересекаются, а не только кажутся пересекающимися на рисунке.

Признаки скрещивающихся прямых



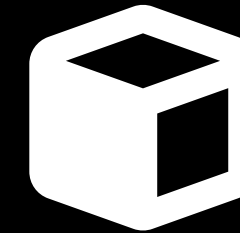
Не пересекаются

Скрещивающиеся прямые не имеют общих точек, поэтому они не встречаются даже при продолжении в обе стороны. На рисунке это легко перепутать, если смотреть только на плоское изображение фигуры.



Нет общей плоскости

Такие прямые не помещаются в одну плоскость. Именно это отличает их от параллельных прямых и делает случай скрещивания новым для изучения в пространстве.



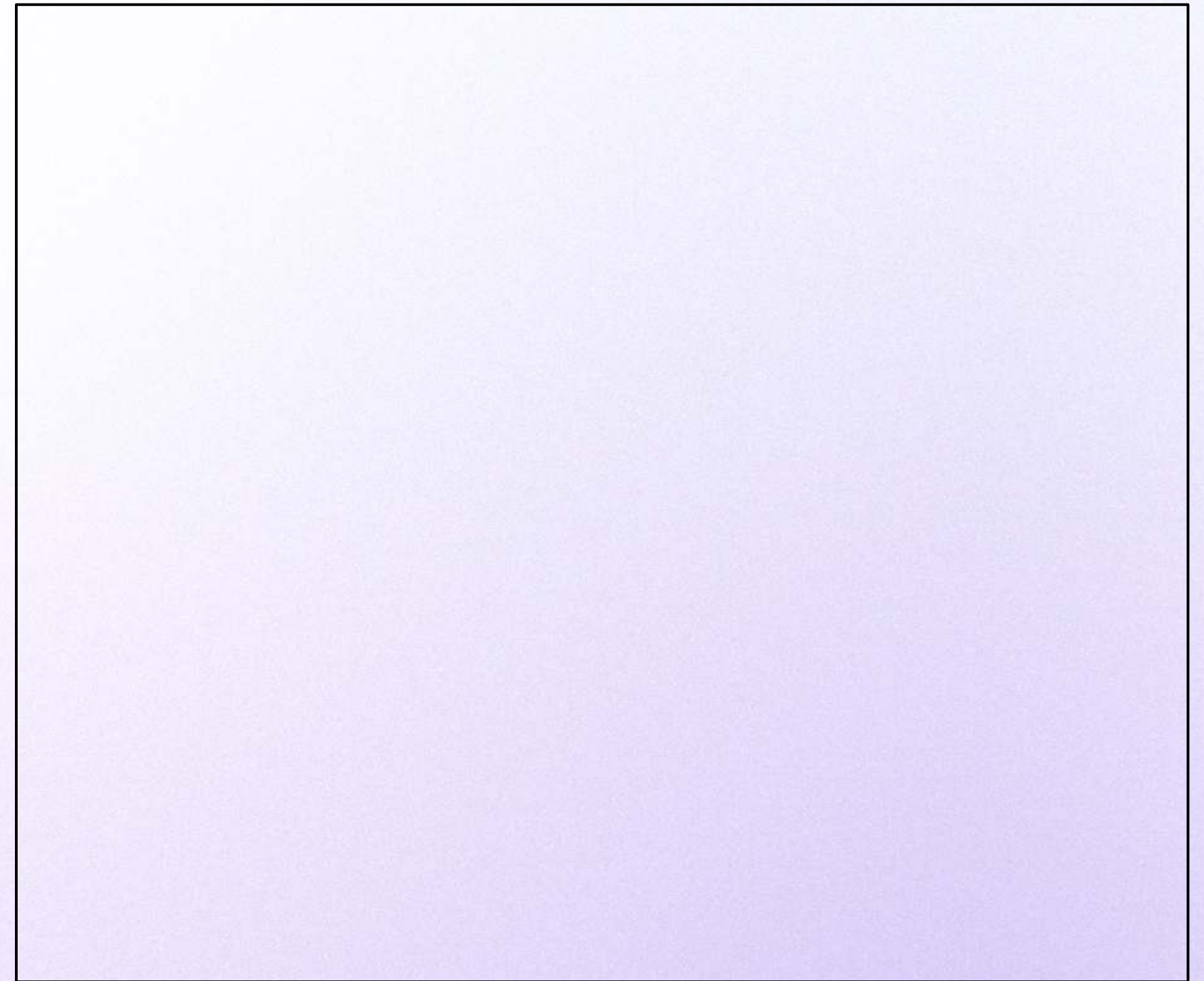
Пример на кубе

Хороший пример — противоположные рёбра куба, расположенные на разных гранях. В объёмной модели видно, что они находятся в разных частях пространства и не могут пересечься.

Прямые и плоскость

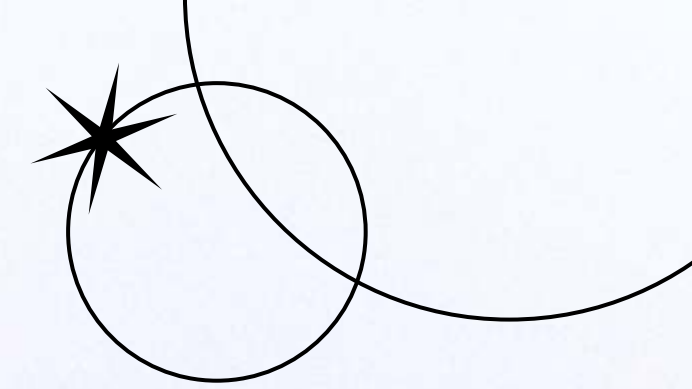
Разные положения прямой относительно плоскости помогают объяснить, почему на чертеже одна и та же линия может выглядеть по-разному.

По данным видно, что у прямой с плоскостью есть три базовых отношения, и каждое важно для геометрических задач.



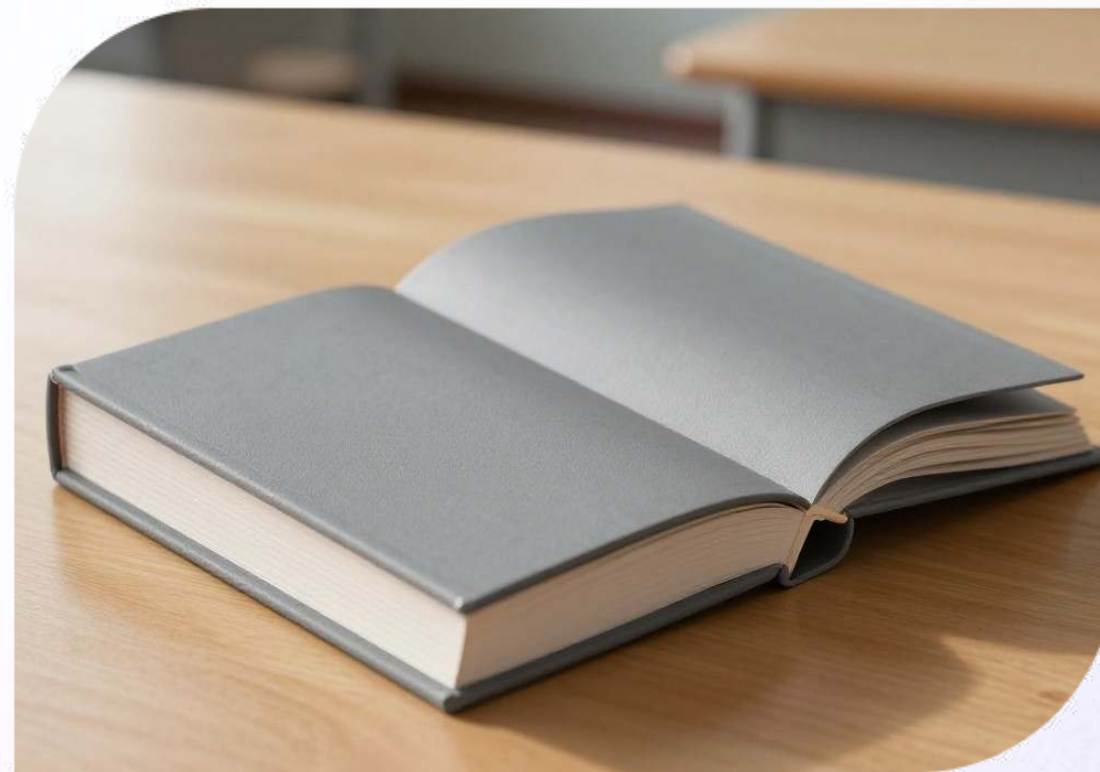
★ Учебный пример для 6 класса, составлен по теме урока; без внешних данных.

Прямые рядом с нами



Край парты и рамка окна

В классе прямые легко заметить на крае парты, рамке окна и линейке. Эти предметы показывают, что геометрия описывает привычные формы вокруг нас. Для рисунка удобно выделить их ровные стороны и углы.



Книга, страница и обложка

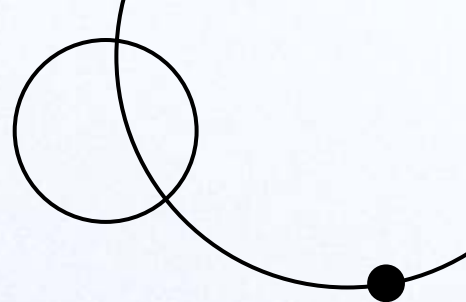
На столе можно найти сразу несколько прямых: границу страницы, край обложки и линию разворота. Если показать книгу в перспективе, станет видно, как плоские линии образуют объёмный предмет.



Куб из учебника математики

Куб особенно удобен для изучения прямых в пространстве. Его рёбра образуют наглядную модель, где видно, какие линии пересекаются, а какие кажутся пересекающимися только на рисунке. Такой пример помогает связать чертёж с реальной фигурой.

Плоскость и пространство: в чём разница

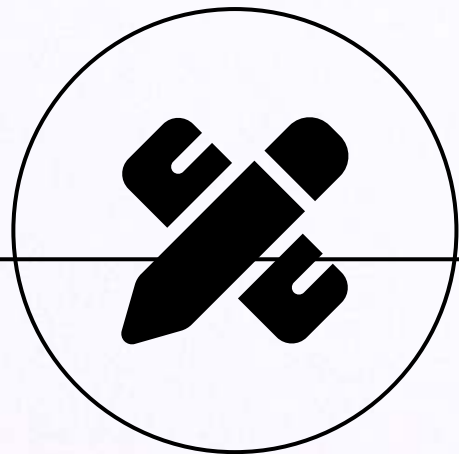
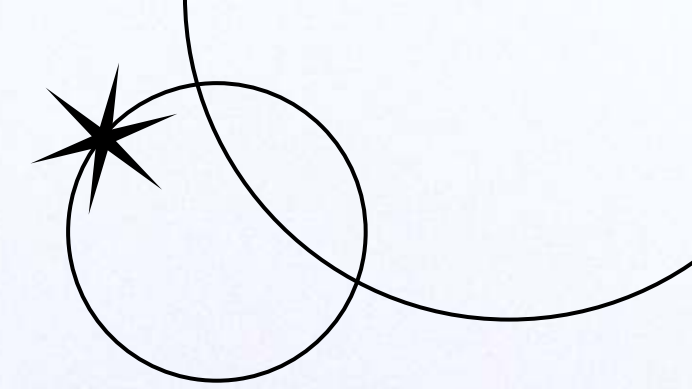


Ситуация	На плоскости	В пространстве
Пересечение	да	да
Параллельность	да	да
Скрещивание	нет	да

Сравнение показывает, что в пространстве возможен ещё один случай взаимного положения прямых, которого нет на плоскости.

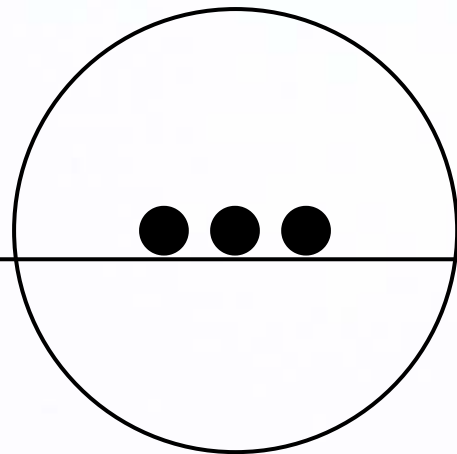
Главное отличие пространства от плоскости — появление скрещивающихся прямых. Поэтому при решении задач нужно проверять не только пересечение, но и общую плоскость.

Основные правила чтения чертежей



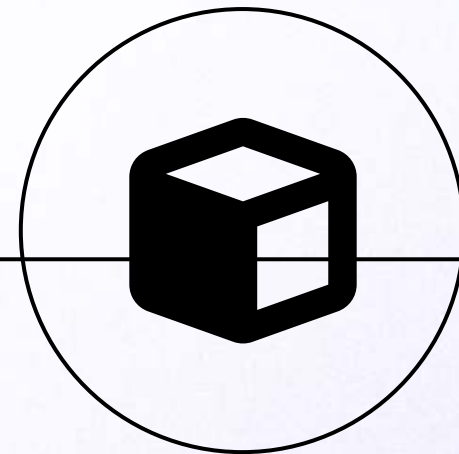
Сплошная линия

Видимые рёбра и линии на чертеже обычно изображают сплошной линией. Так сразу понятно, какие части фигуры находятся на переднем плане и не скрыты другими элементами.



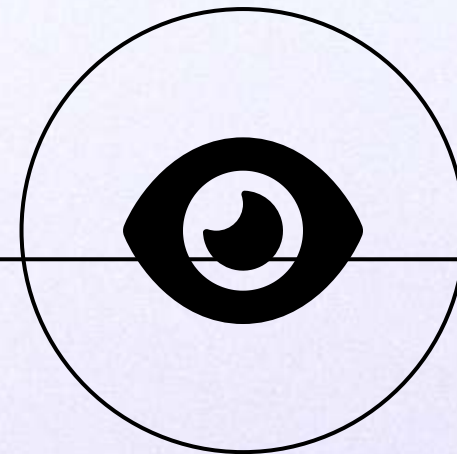
Пунктир для скрытого

Невидимые части объёмного предмета часто показывают пунктиром. Это помогает отличить скрытые рёбра от тех, которые действительно видны на рисунке, и не ошибиться при чтении модели.



Фигура и её изображение

Нужно помнить, что чертёж — это только плоское изображение объёмной фигуры. Поэтому по рисунку нельзя судить только по внешнему виду: важно мысленно представить предмет в пространстве.



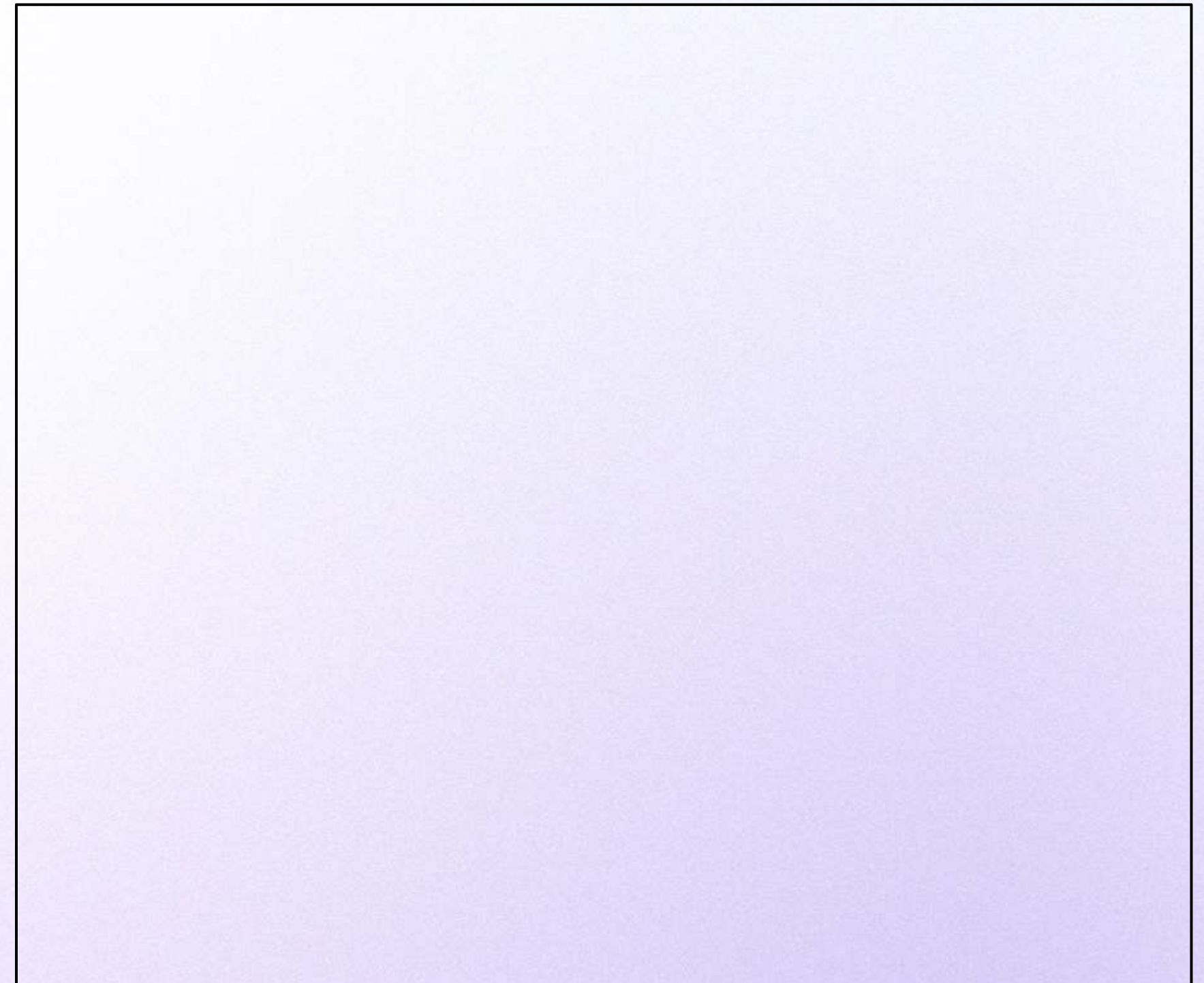
Проверка глазами и логикой

Если линия на рисунке кажется пересекающей другую, это ещё не доказательство. Сначала нужно опереться на свойства фигуры, а потом уже делать вывод по изображению и обозначениям.

Сколько общих точек у пар прямых

Ноль общих точек встречается в двух разных случаях, поэтому одного этого признака недостаточно для ответа.

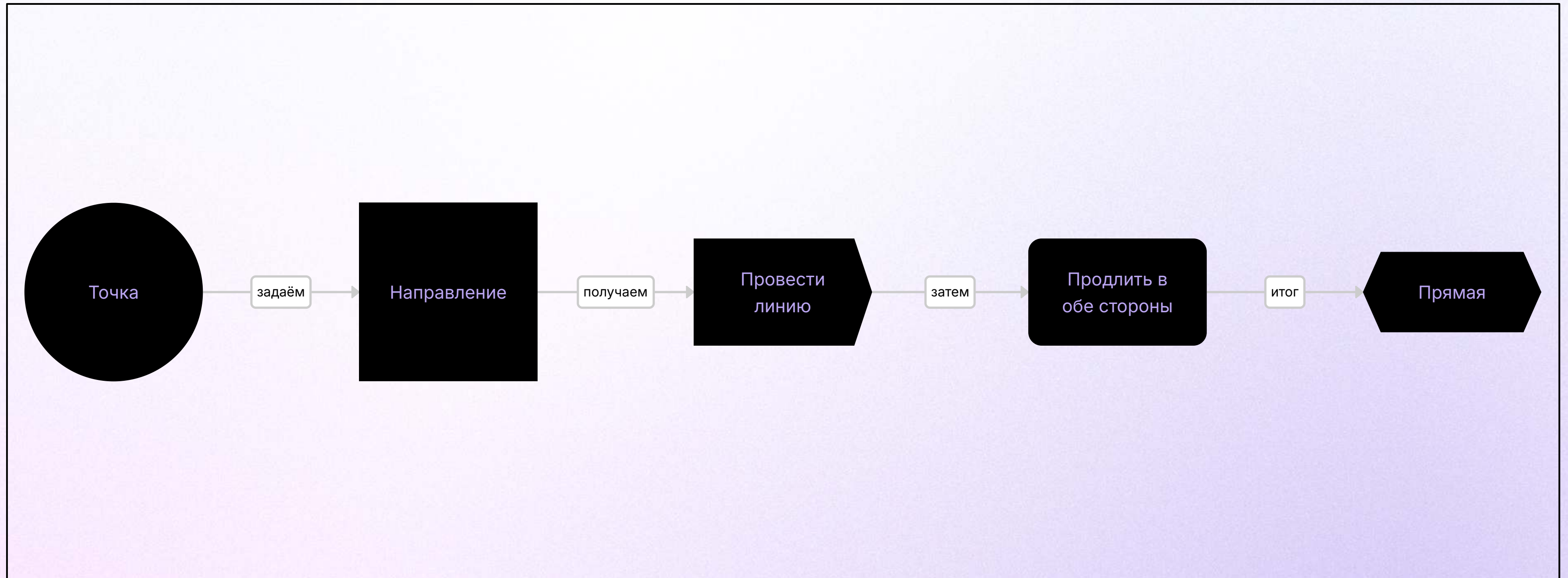
Чтобы отличить параллельные прямые от скрещивающихся, нужно дополнительно проверить, лежат ли они в одной плоскости.



★ Учебный пример по теме урока; значения выбраны для сравнения трёх случаев.

От точки и направления к прямой

Схема построения прямой по точке и направлению в школьной геометрии



Типичные ошибки при изучении темы



1

Если две прямые не пересекаются, это ещё не значит, что они параллельны. В пространстве они могут быть скрещивающимися, то есть не иметь общей плоскости.

2

Нельзя доверять только виду рисунка. На плоском чертеже объёмная фигура может создавать иллюзию пересечения, хотя в модели прямые расположены на разных гранях.

3

Ещё одна ошибка — путать прямую с отрезком. Отрезок ограничен двумя концами, а прямая не имеет начала и конца и продолжается бесконечно.

4

Чтобы избежать ошибок, нужно каждый раз проверять две вещи: есть ли общая точка и лежат ли прямые в одной плоскости. Тогда вывод будет верным.

Главные признаки трёх видов прямых

Таблица помогает быстро сравнить три случая и выбрать правильный признак для ответа в задаче.

Вид	Точки	Плоскость
Пересекающиеся	1	общая
Параллельные	0	общая
Скрещивающиеся	0	разная

Для распознавания достаточно сначала проверить общую точку, а затем — общую плоскость. Это надёжный порядок для всех трёх случаев.



Схема обобщения по теме урока «Прямые в пространстве».

Что нужно запомнить

Сегодня мы увидели, что прямые в пространстве бывают пересекающимися, параллельными и скрещивающимися. Главное — уметь проверять общие точки, общую плоскость и читать чертежи без ошибок.