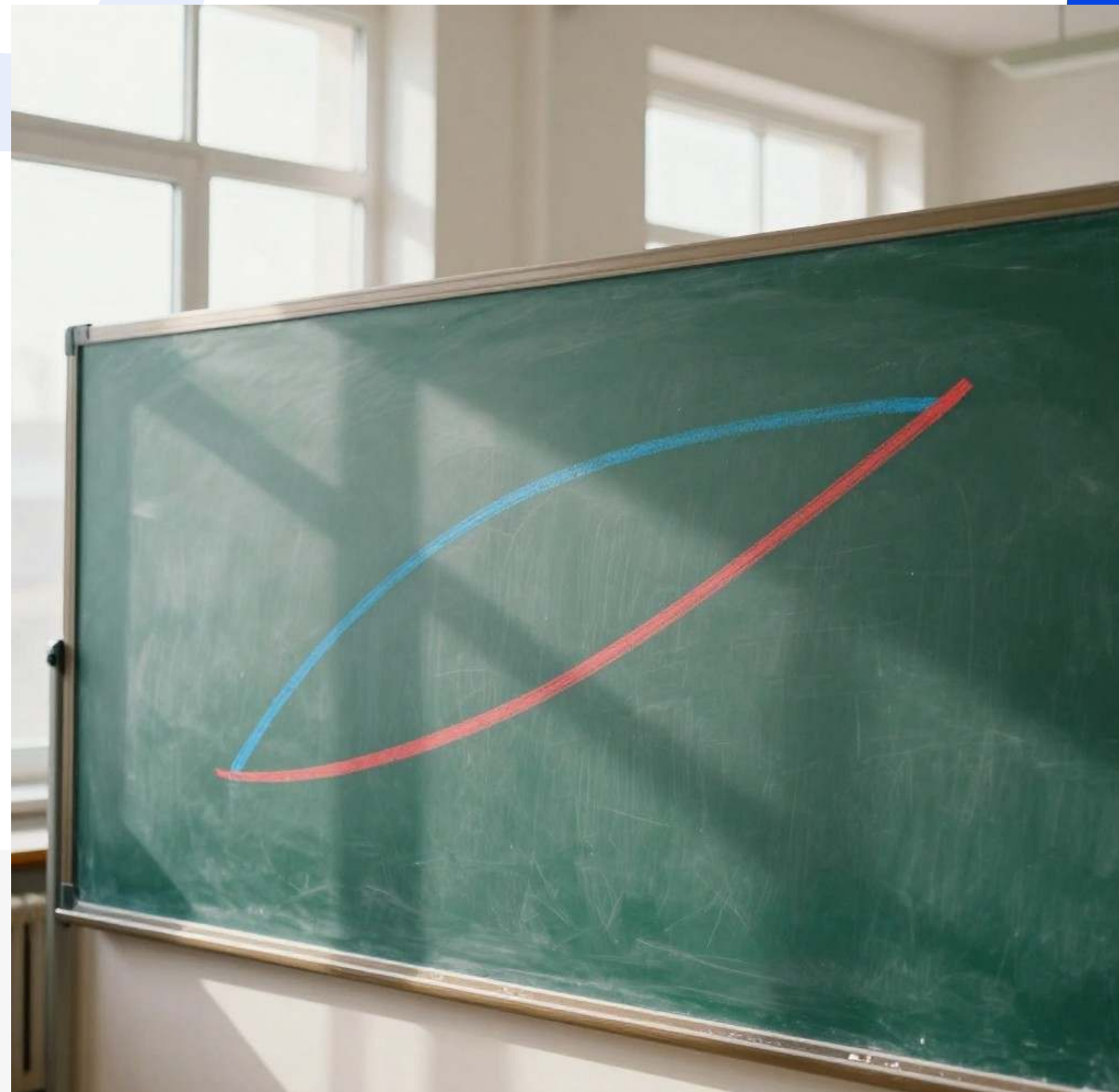
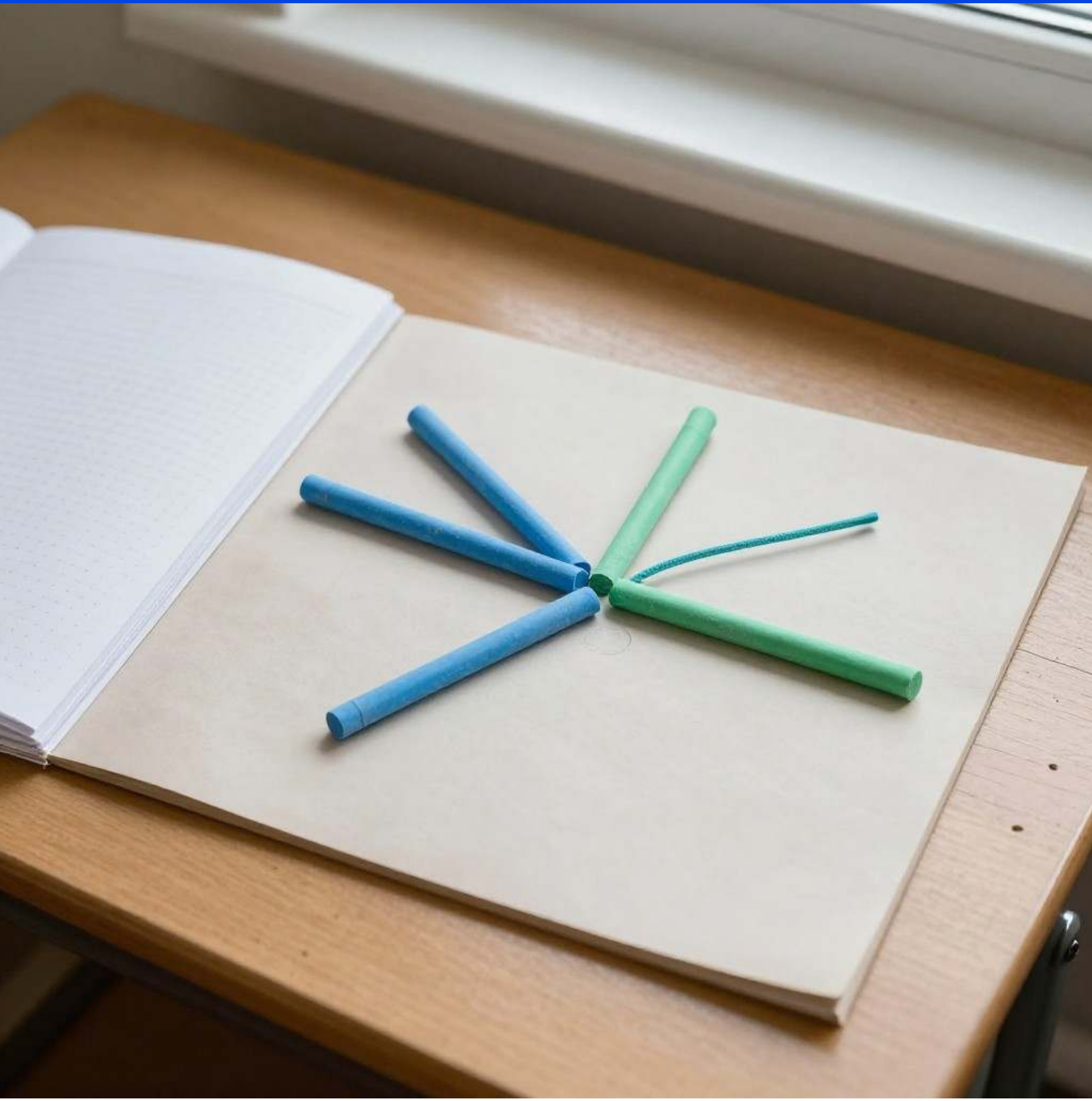


Графический способ решения систем уравнений

Решаем систему через пересечение двух
графиков.



Зачем нужен графический способ в 9 классе



Этот способ помогает увидеть, как формула уравнения превращается в график, и сразу понять, есть ли у системы одно решение, несколько или ни одного.

Что такое система уравнений

- **Два уравнения**

Система объединяет два или больше уравнения с одинаковыми неизвестными. В школьных задачах чаще всего работают с переменными x и y , чтобы сравнивать разные зависимости.

- **Общее решение**

Решением считают пару чисел, которая подходит каждому уравнению одновременно. Если хотя бы одно уравнение не выполняется, такая пара не является ответом.

- **Геометрический смысл**

Когда уравнения изображают два графика, решение системы становится общей точкой этих графиков. Именно поэтому графический способ так нагляден и понятен.

- **Одна точка или больше**

Иногда графики пересекаются в одной точке, иногда не имеют общих точек, а иногда совпадают полностью. От этого зависит число решений системы.

Координатная плоскость и график уравнения

Две оси

Координатная плоскость состоит из горизонтальной оси x и вертикальной оси y . Они образуют удобную сетку, на которой легко отмечать точки и сравнивать графики.

Координаты точки

Любая точка задаётся двумя числами: абсциссой и ординатой. По этим значениям можно точно определить положение точки на плоскости и проверить ответ.

Что показывает график

График уравнения объединяет все пары чисел, которые ему подходят. Поэтому он помогает увидеть не отдельный ответ, а целое множество решений.

Помощь при построении

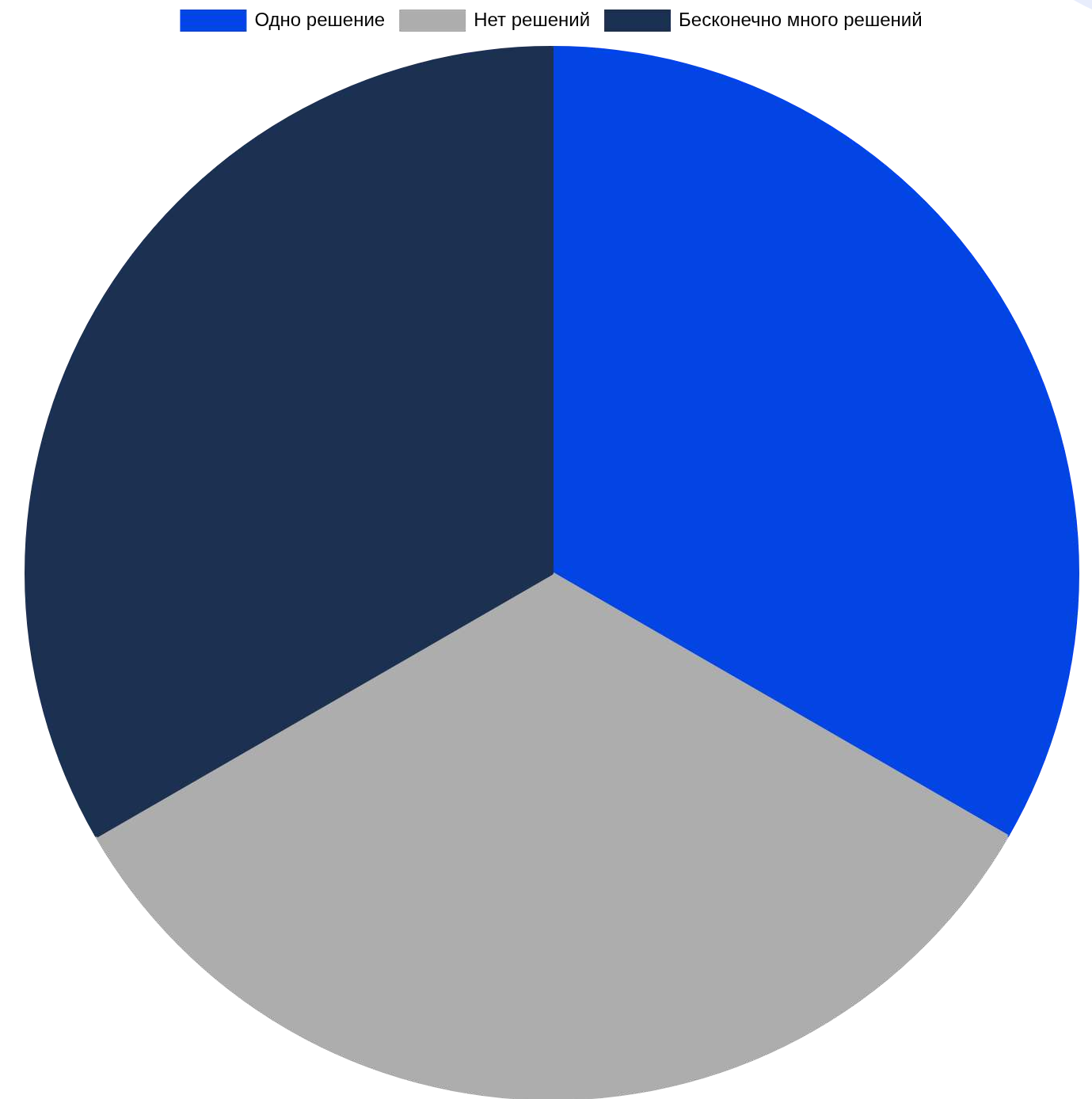
Для наглядности используют деления на осях, подписи координат и сетку. Это делает чертёж аккуратным и позволяет быстрее найти общую точку графиков.



Какие ответы может иметь система

Для графического способа важна не только точка пересечения, но и форма самих графиков: она сразу подсказывает, каков будет ответ системы.

У всех трёх случаев одинаковая логика: пересечение, отсутствие общих точек или совпадение графиков определяют число решений.



Схематическое обобщение по школьной теме
«Графический способ решения систем уравнений»

Алгоритм графического решения системы

01

Привести уравнения к удобному виду

Сначала уравнения записывают так, чтобы графики было легко строить. Чаще всего это вид $y = kx + b$, где сразу видны наклон и точка пересечения с осью.

→

03

Найти общую точку

После построения смотрят, где графики пересекаются. Если общая точка одна, её координаты и будут решением системы; если точек нет, решений нет.

→

02

Построить оба графика

Затем на одной координатной плоскости строят график первого уравнения и график второго. Для каждого удобно выбирать точки с простыми координатами, чтобы не запутаться.

→

04

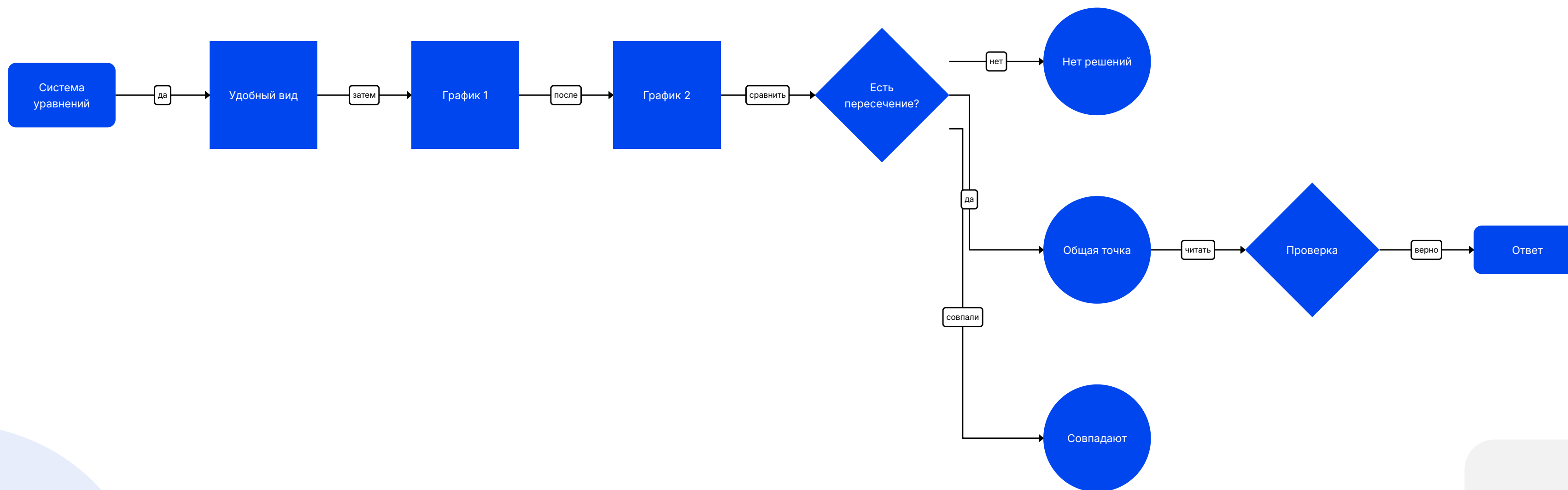
Проверить ответ

Найденные координаты обязательно подставляют в оба уравнения. Если равенства верны, ответ записывают окончательно; если нет, нужно вернуться к построению

→

Путь от системы к ответу

Последовательность шагов при графическом решении и проверки результата



Как строят график линейного уравнения

01

Выбрать две точки

Для уравнения вида $y = kx + b$ достаточно определить две точки. Чаще берут $x = 0$ и $x = 1$, потому что тогда вычисления получаются короткими и удобными.

02

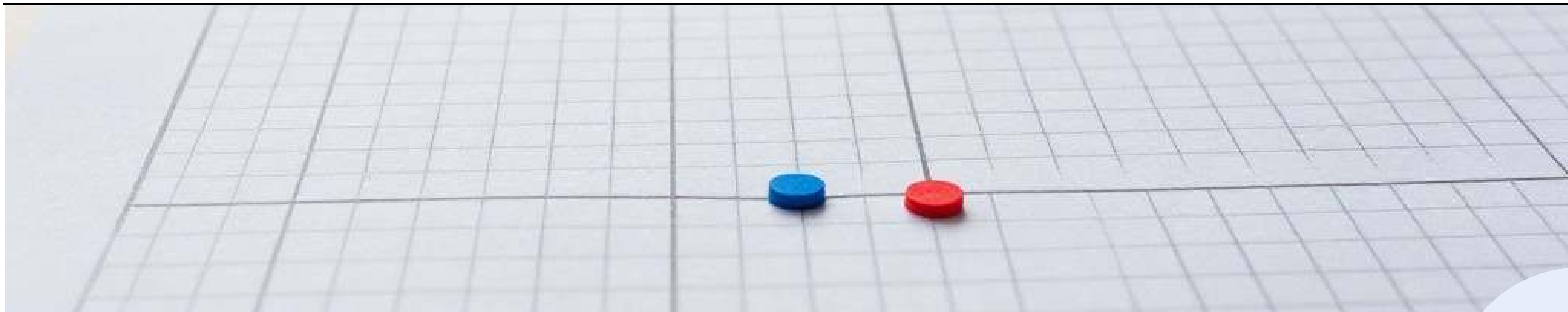
Отметить их на плоскости

Полученные координаты наносят на одну координатную плоскость, аккуратно считая клетки. Важно не перепутать значения по оси x и по оси y .

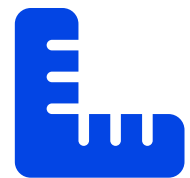
03

Провести прямую

Через отмеченные точки проводят линию и продолжают её в обе стороны. Так получается график линейного уравнения, по которому затем сравнивают систему.



Точность построения и выбор масштаба



Подходящий масштаб

Удобный масштаб помогает увидеть место пересечения без лишних трудностей. Если клетки слишком крупные или слишком мелкие, график становится неудобным для чтения и сравнения.



Аккуратные точки

Каждую точку нужно откладывать точно по клеткам, не смещая её на одну клетку в сторону. Даже небольшая неточность может изменить вид пересечения графиков.



Не путать оси

Важно различать оси x и y и правильно читать координаты. Если перепутать их местами, получится неверный чертёж, а значит, и неверный ответ системы.



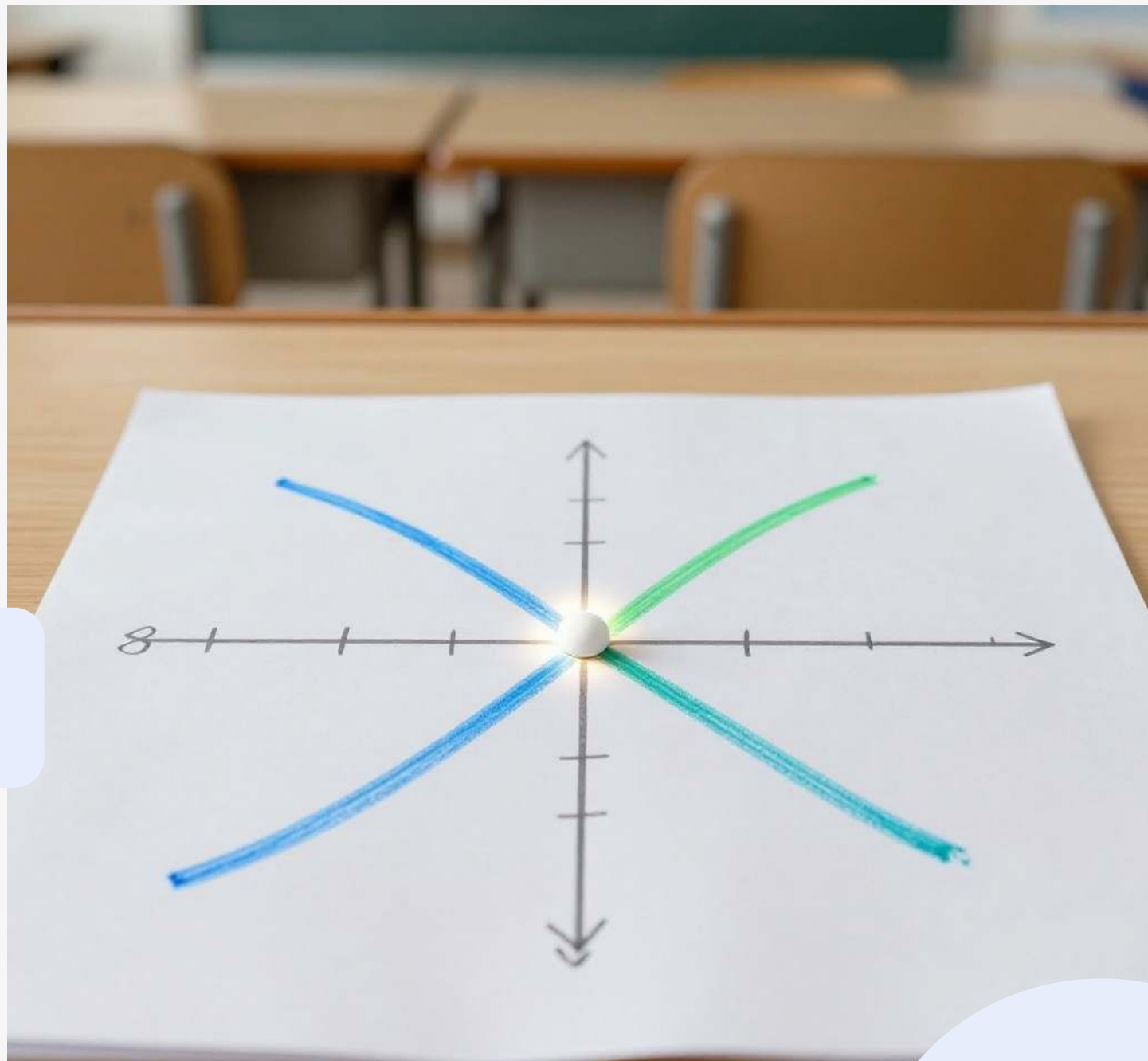
Примеры систем и их результаты

Таблица показывает, как по виду графиков определить число решений и понять, почему разные системы дают разный ответ.

Вид графиков напрямую определяет ответ: пересечение даёт одно решение, параллельность — отсутствие решений, совпадение — бесконечно много решений.

Система	Результат	Причина
$y=x+1$ и $y=3-x$	(1; 2)	Одна общая точка
$y=2x+1$ и $y=2x-3$	Нет решений	Прямые параллельны
$y=2x+1$ и $4y=8x+4$	Бесконечно много	Один и тот же график

Как находят точку пересечения



01

Считывают координаты



Сначала находят общую точку на рисунке и читают её координаты по осям. Запись вида $(x; y)$ показывает, какие значения одновременно подходят обоим уравнениям системы.

02

Подставляют в уравнения



Затем найденные координаты подставляют в первое и второе уравнения. Если после вычислений получаются верные равенства, точка действительно принадлежит обоим графикам и является решением.

03

Проверяют результат

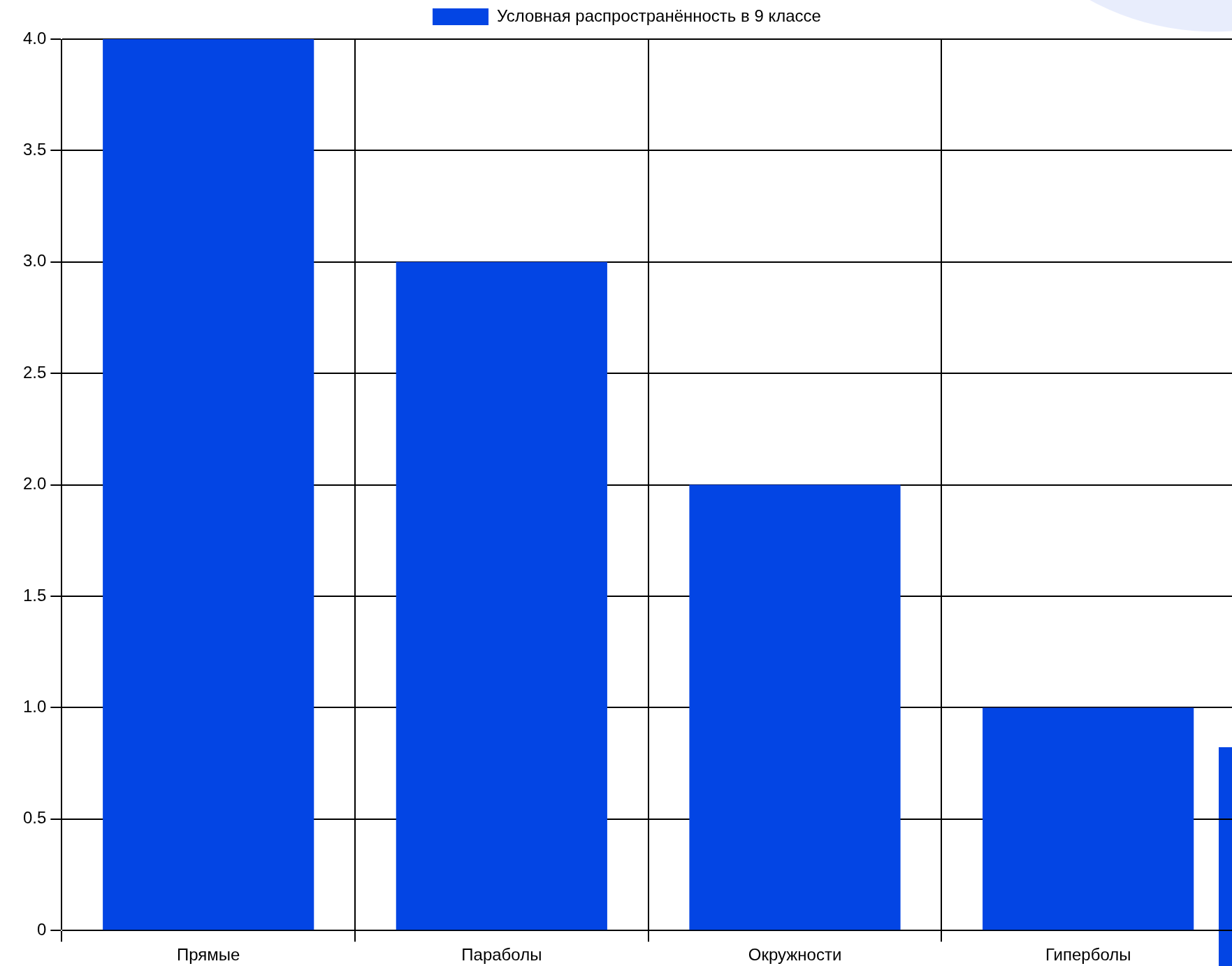


Если хотя бы в одном уравнении равенство не выполняется, выбранная точка не подходит. Такая проверка защищает от ошибок при чтении графика и делает ответ надёжным.

Какие графики встречаются в школьных системах

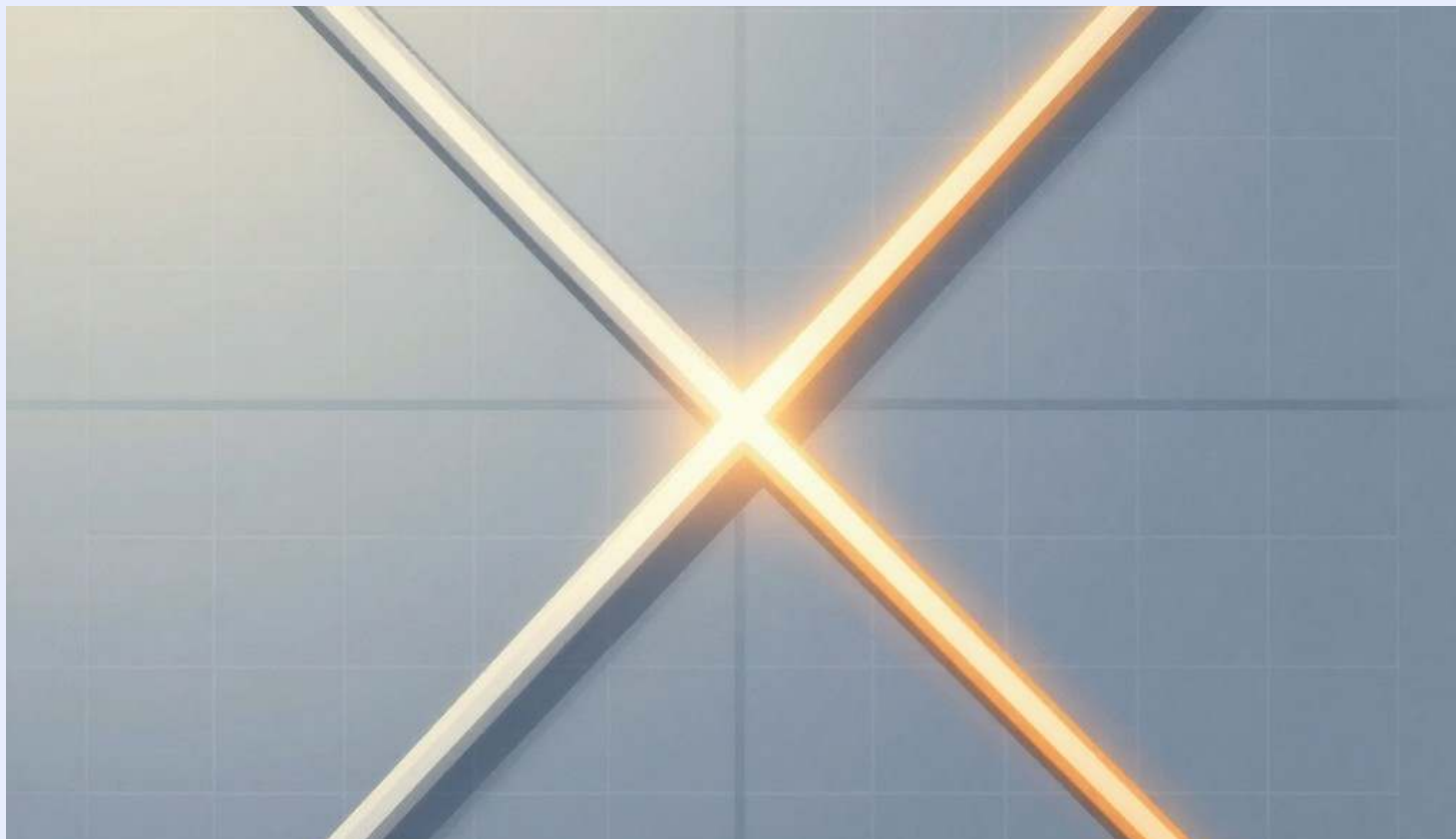
Чем проще график, тем легче построить его на одной координатной плоскости и сравнить с другим уравнением без длинных вычислений.

В школьных заданиях чаще всего используют прямые; более сложные кривые требуют точности и появляются реже.



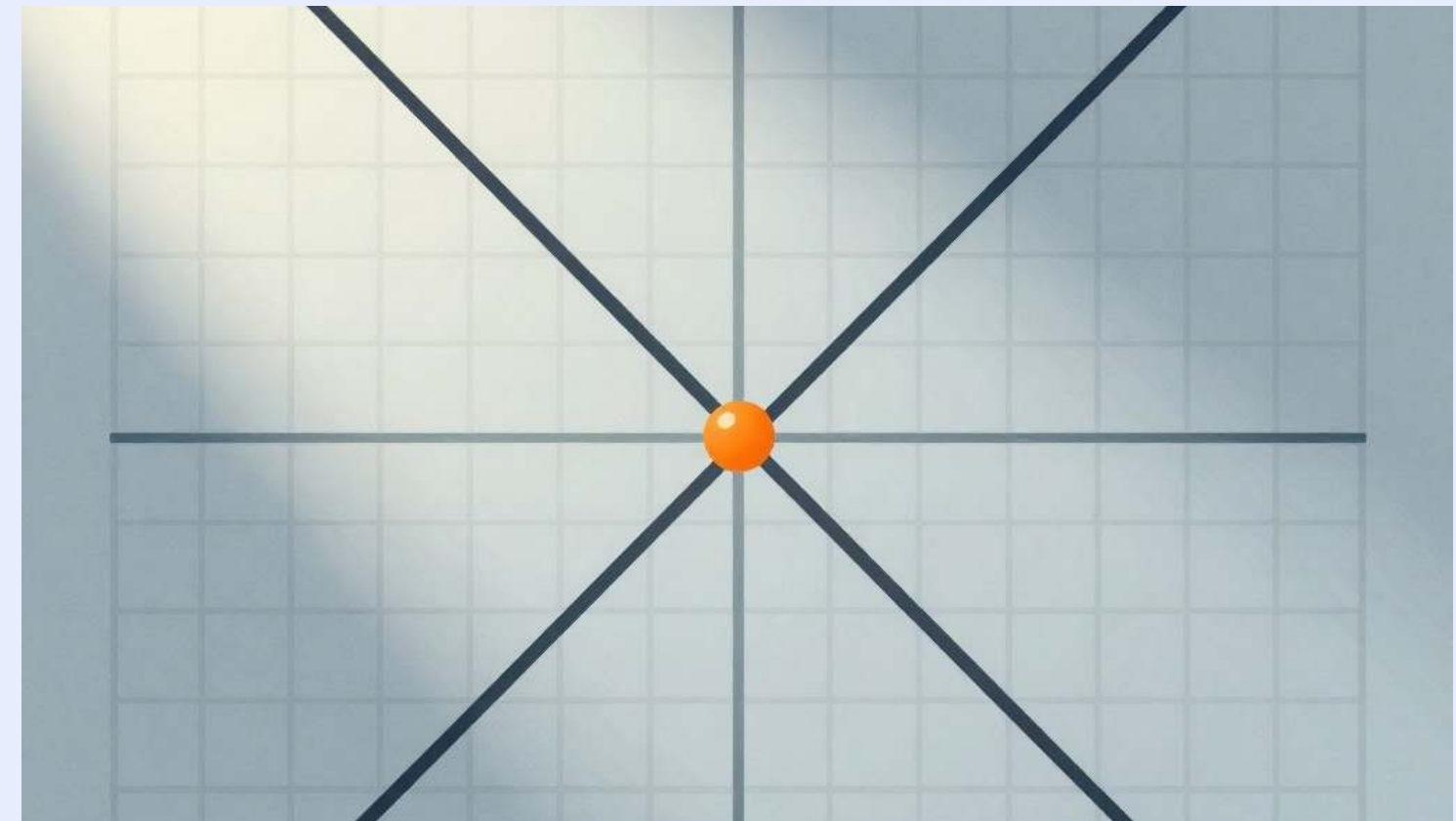
По материалам школьного курса алгебры 9 класса;
относительная оценка для наглядного сравнения

Пример системы из двух прямых



Две линии, одна точка

На координатной плоскости видно две прямые, которые идут навстречу друг другу и пересекаются в одной общей точке. По чертежу сразу понятно: у системы есть ровно одно решение, а его координаты можно считать с сетки и затем проверить подстановкой.



Ответ читается по рисунку

Одна прямая задаёт возрастающую зависимость, другая — убывающую. Их пересечение оказывается в точке $(1; 2)$, и именно эта пара чисел удовлетворяет обоим уравнениям. Такой пример помогает увидеть, как график превращает абстрактную запись в понятный ответ.

Случай, когда решений нет

01

Одинаковый наклон

У обеих прямых коэффициент при x одинаковый, поэтому они направлены в одну сторону и не могут пересечься. На графике такие линии идут параллельно друг другу.

02

Разные свободные члены

Свободные члены различаются, значит прямые проходят на разном расстоянии от начала координат. Из-за этого они не совпадают и не имеют общей точки.

03

Нет общей точки

Если графики не пересекаются, система не имеет решения. Это означает, что не существует пары чисел, которая одновременно подходит обоим уравнениям.

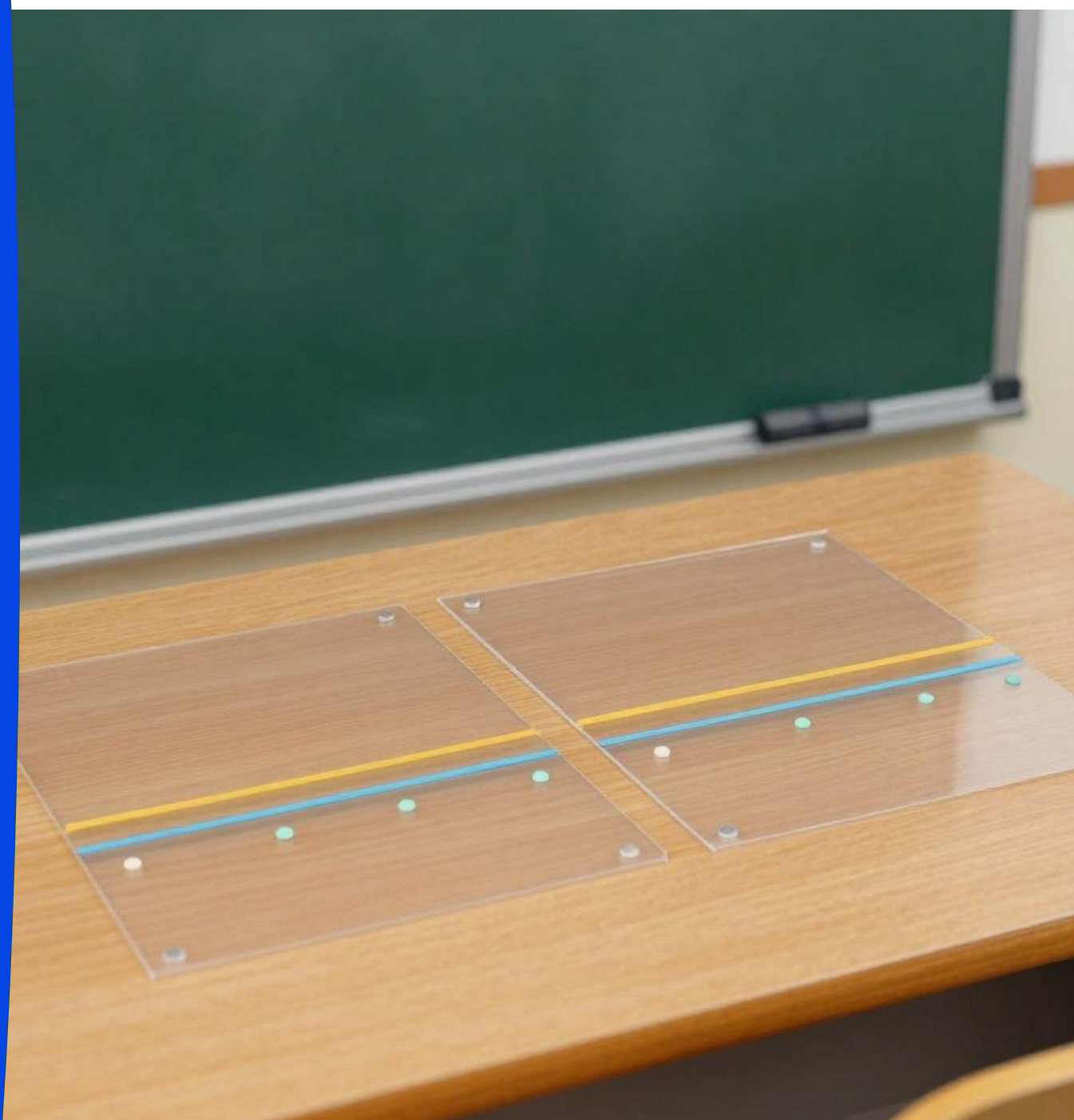
04

Проверка по примеру

В системе $y=2x+1$ и $y=2x-3$ коэффициенты при x одинаковы, а числа 1 и -3 различны. Поэтому ответов нет, и это сразу видно по чертежу.



Случай, когда решений бесконечно много

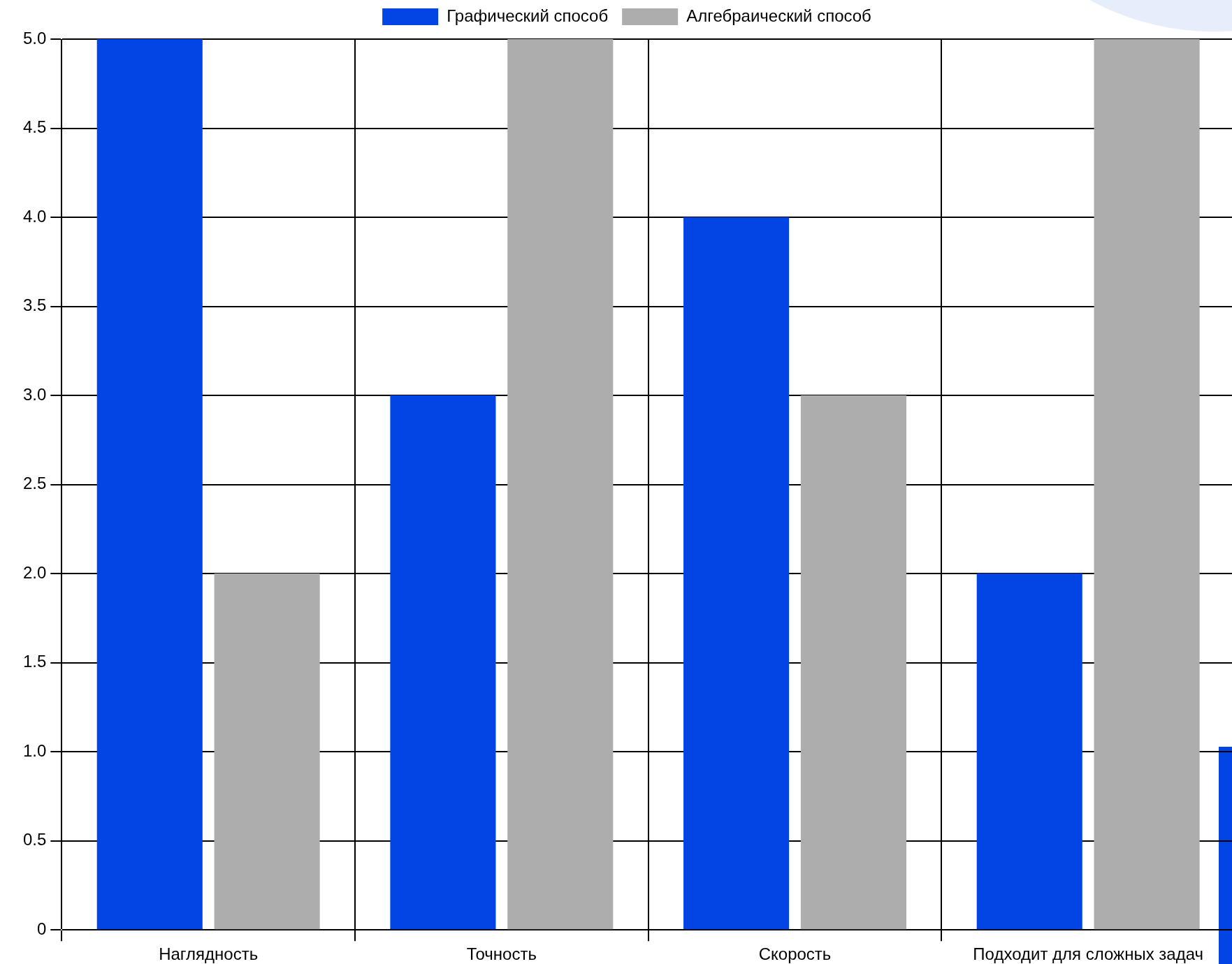


- **Один и тот же график**
Когда два уравнения задают одну прямую, каждую её точку можно считать решением системы. На рисунке графики полностью совпадают и не образуют отдельного пересечения.
- **Уравнения можно упростить**
Во втором уравнении можно разделить обе части на 4 и получить тот же вид: $y=2x+1$. Это показывает, что записи описывают одну и ту же зависимость.
- **Любая точка подходит**
Для таких систем нет единственной пары чисел. Подходят все точки общей прямой, потому что каждое из них делает оба уравнения верными одновременно.
- **Значение для ответа**
В тетради такой случай записывают как бесконечно много решений. Это важный вывод: система не пустая, но выделить одну-единственную точку здесь невозможно.

Графический и алгебраический способы: сравнение

График помогает быстро увидеть число решений, а алгебраические преобразования удобны, когда нужен точный результат без чертежа.

Оба способа полезны по-разному: один объясняет смысл, другой даёт точность. В школьной практике их лучше использовать вместе.



Сравнительная характеристика по материалам
школьного курса алгебры 9 класса

Типичные ошибки при построении графиков

Ошибка	К чему ведёт
Неверный масштаб	Сдвиг пересечения
Путаница осей	Искажение графика
Нет проверки	Случайный ответ

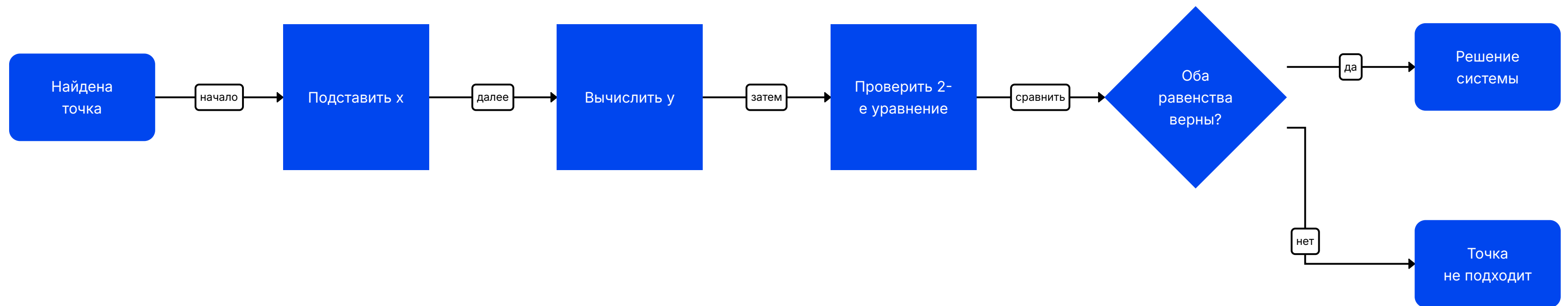
Даже простая система может дать неверный ответ, если чертёж выполнен неаккуратно. Важно заранее проверить масштаб, оси и итоговую точку.

Все ошибки связаны не с формулой, а с построением. Чем аккуратнее чертёж, тем надёжнее итоговый ответ.

Обобщение типичных ошибок при графическом
решении систем уравнений

Проверка найденного решения

Схема проверки результата после графического чтения точки пересечения



Где применяется графический способ

На уроках алгебры

Графический способ часто используют при разборе новых тем и при объяснении, как система уравнений связана с рисунком на координатной плоскости. Он помогает сделать правило понятным и запоминающимся.

В самостоятельных работах

Такой метод удобен в заданиях, где нужно быстро оценить число решений и увидеть общий вид ответа. По чертежу легче заметить пересечение, параллельность или совпадение графиков.

В учебных задачах

Способ применяют в задачах на движение, стоимость и сравнение величин, когда зависимость можно выразить через уравнение. Тогда график показывает, при каких значениях данные совпадают.

Для понимания коэффициентов

Сравнение нескольких прямых на одном рисунке помогает увидеть, как меняются наклон и положение линии при разных k и b . Это делает формулу более осмысленной.

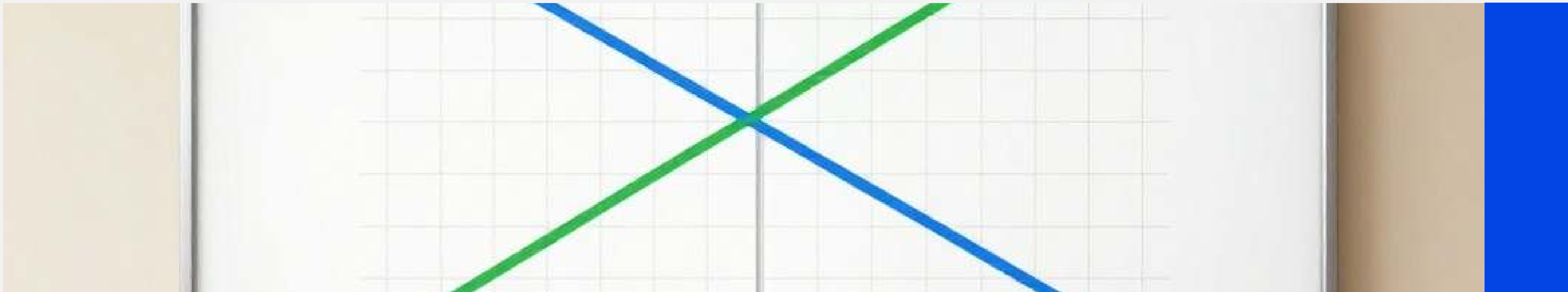




График помогает увидеть ответ

Графический способ превращает систему уравнений в понятный рисунок: общая точка показывает решение, а форма графиков подсказывает число ответов. Для 9 класса это особенно наглядный и полезный метод.