

Движения в геометрии: как фигуры сохраняют форму и размер

Движение переносит фигуру так, что сохраняются длины и углы, а размеры не меняются.

Почему тема движений важна в 7 классе

Раздел о преобразованиях фигур связывает движения с равенством, симметрией, построениями чертежей и доказательствами. Их можно встретить в орнаментах, мозаиках, архитектуре, логотипах и дорожных знаках. В геометрии важны точные свойства: длины, углы, расположение.



Что называют движением фигуры

Движение — это отображение плоскости, которое переводит каждую точку в другую точку. При этом любые две точки сохраняют расстояние между собой. Это ключевой признак движения.

Если точка A переходит в A_1 , а точка B — в B_1 , то отрезок AB равен отрезку A_1B_1 . Такое равенство проверяется для любых пар точек фигуры.

Так как не меняется расстояние, то сохраняется и угол между прямыми. Поэтому движение относят к преобразованиям, которые сохраняют фигуру по форме и размерам.

Основные виды движений в школьной геометрии

Вид движения	Краткое правило
Параллельный перенос	Сдвиг на один вектор
Поворот	Вращение вокруг центра
Осевая симметрия	Отражение относительно прямой
Центральная симметрия	Поворот на 180°

Школьный курс геометрии, 7 класс.

Ниже — четыре типа движений, которые изучают в 7 классе. Их объединяет общее свойство: они сохраняют длины отрезков и величины углов.

Во всех перечисленных преобразованиях сохраняются расстояния и углы, то есть фигуры остаются равными по форме и размеру.

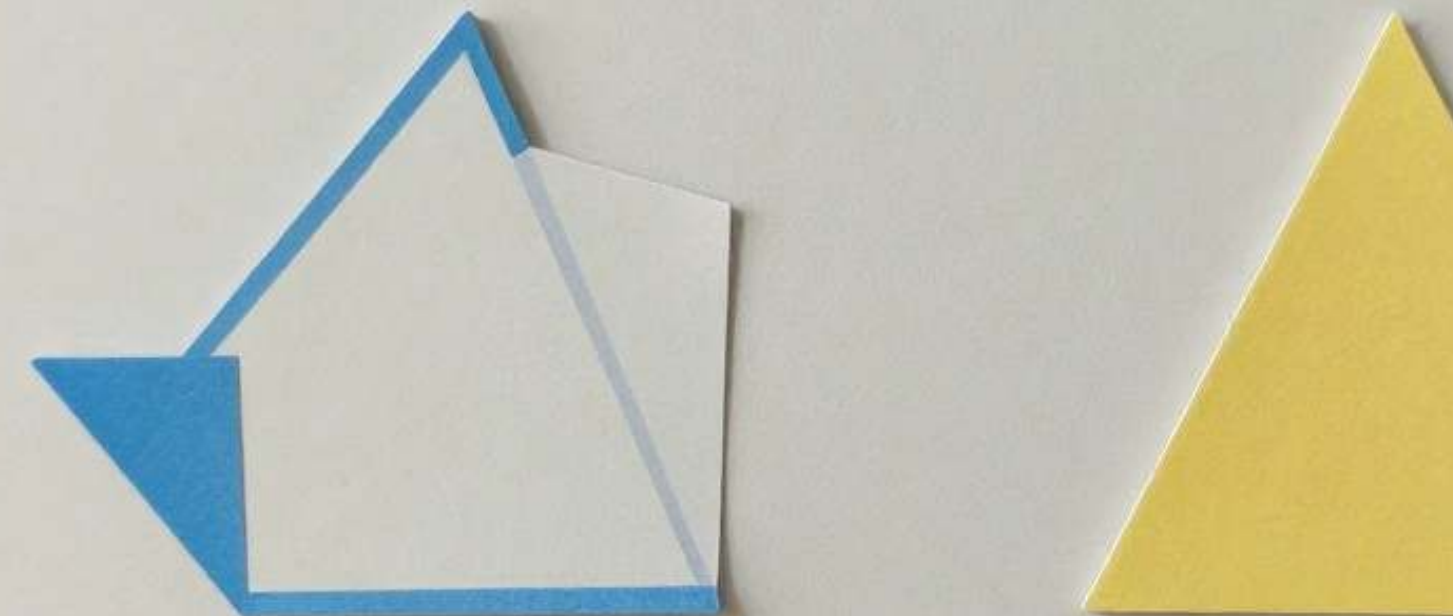
Параллельный перенос и вектор

Сдвиг на один и тот же вектор

При параллельном переносе каждая точка фигуры смещается одинаково: на одно и то же расстояние и в одном и том же направлении. Направление и величина задаются вектором переноса.

Образ фигуры без поворота и отражения

Фигура при этом не поворачивается и не отражается: меняется только её положение на плоскости. На рисунке удобно показать исходную фигуру и образ, соединяя соответствующие точки стрелкой переноса.



Как выглядит параллельный перенос на координатной плоскости

Если при переносе фигура сдвигается на 3 вправо и на 2 вверх, то к координате x каждой точки прибавляется 3, к координате y — 2.

Одинаковая прибавка действует для всех точек, поэтому фигура сохраняет форму и углы, а различается только положение.



Схема на основе правила координатного сдвига при параллельном переносе (школьная геометрия, 7 класс).

Поворот фигуры вокруг центра

Поворот — это движение, при котором фигура вращается вокруг одной точки, называемой центром поворота. Угол поворота задаётся заранее и определяет, насколько повернётся каждая точка.

В школьных задачах часто рассматривают повороты на 90° , 180° и 270° . При таком преобразовании расстояние от любой точки до центра сохраняется, то есть «радиусы» остаются равными.

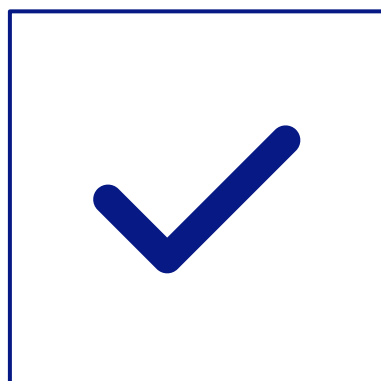
После поворота меняется положение фигуры на плоскости, но не её размеры и форма. Поэтому образ фигуры будет равен исходной фигуре по всем геометрическим параметрам.

Как построить образ фигуры при повороте

Последовательность действий для поворота на заданный угол (подходит для чертежей с координатами и без клеток).

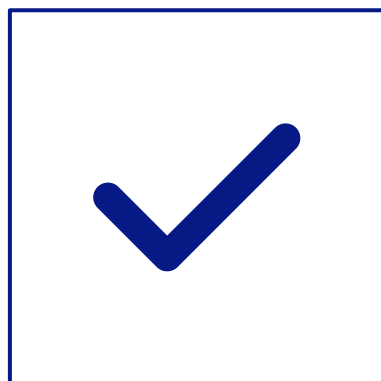


Осевая симметрия как отражение относительно прямой



Зеркало — ось симметрии

Осевая симметрия — это отражение относительно прямой, которая называется осью симметрии. Фигура как будто «отпечатывается» в зеркале относительно этой прямой.



Перпендикуляр и равные расстояния

Для каждой точки исходной фигуры существует точка-образ по другую сторону оси. Отрезок между ними перпендикулярен оси и делится ею пополам.



Много примеров в буквах и узорах

Оси симметрии встречаются у многих букв, узоров и фигур. Поэтому удобно проверять симметрию по расположению точек относительно оси, а не «на глаз».

Виды симметрии в геометрических фигурах

У равнобедренного треугольника одна ось, у прямоугольника две, у квадрата четыре, у ромба две. Круг имеет бесконечно много осей симметрии.

Число осей определяется свойствами фигуры, а не её размером. Для круга осей бесконечно много, поэтому он выделен как отдельная категория.



Школьная геометрия, 7 класс. Примеры осей симметрии для простых фигур.

Фигуры, которые имеют центр симметрии

Параллелограмм и пересечение диагоналей

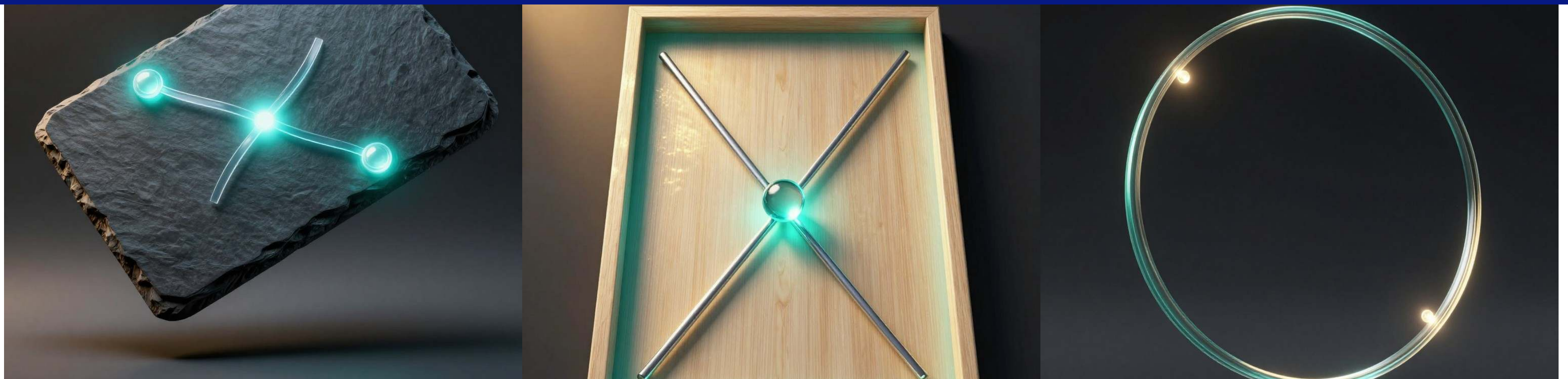
Если в параллелограмме провести диагонали, они пересекутся в точке — это и есть центр симметрии. Точки каждой стороны «отражаются» через центр так, что расстояния сохраняются. На рисунке удобно показать пару точек и стрелки от исходной к образу, проходящие через центр.

Прямоугольник: две оси — но центр важнее

У прямоугольника центр симметрии тоже находится в точке пересечения диагоналей. Представьте, что каждую вершину можно соединить с противоположной вершиной прямой линией: этот отрезок делится центром пополам. Поэтому образ каждой точки получается по другую сторону центра на том же расстоянии.

Окружность «любит» повороты на 180°

Окружность имеет центр симметрии в самом центре. Возьмите любую точку на окружности: при центральной симметрии она перейдёт в противоположную точку, лежащую на том же диаметре. Так как все диаметры пересекаются в центре и делятся пополам, форма окружности не меняется.



Свойства движений

Любое движение сохраняет длины отрезков и величины углов. Поэтому при переносе, повороте или симметрии элементы фигуры остаются «той же мерой», даже если меняется их место на плоскости.

Движение переводит прямые в прямые, отрезки в отрезки, а окружности в окружности. Благодаря этому можно уверенно распознавать фигуры после преобразования и не бояться «искажений» форм.

Если две фигуры можно совместить движением, то они равны. Значит, для доказательства равенства достаточно показать, что существует преобразование, переводящее одну фигуру в другую.

Это свойство особенно полезно в задачах про треугольники: если стороны и углы «падают» один в один после движения, равенство становится обоснованным. При этом важно следить за совпадением соответствующих частей.

Что сохраняется при разных движениях

Движение	Сохраняются	Ориентация/положение
Параллельный перенос	длины, углы, площадь	ориентация не меняется
Поворот	длины, углы, площадь	ориентация может измениться
Осевая симметрия	длины, углы, площадь	ориентация меняется
Центральная симметрия	как при повороте на 180°	ориентация меняется по аналогии

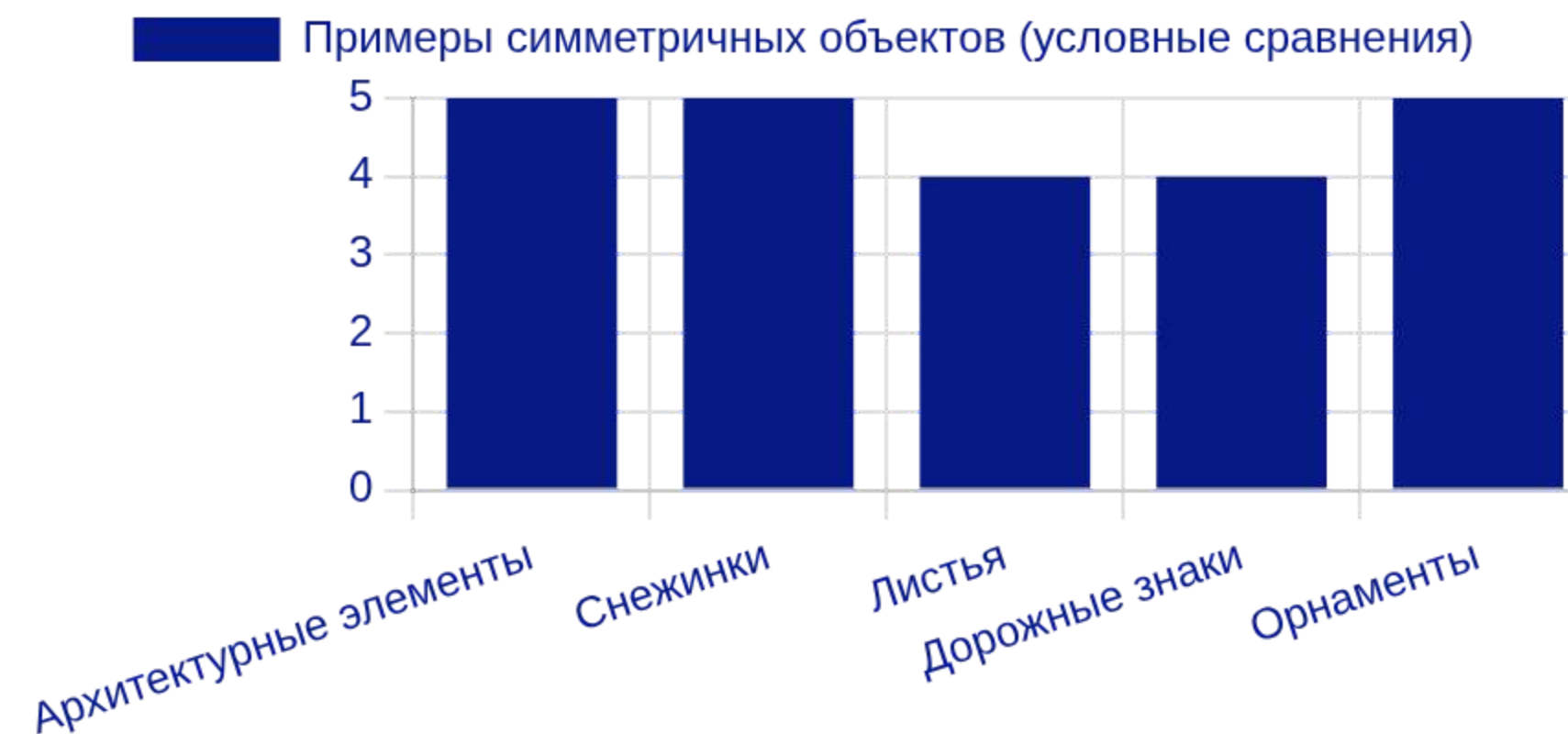
Сравните, какие характеристики фигуры остаются неизменными при параллельном переносе, повороте, осевой и центральной симметрии.

Главный вывод: движение не «перекраивает» фигуру, а меняет только её положение на плоскости; неизменными остаются ключевые измерения.

Примеры симметричных фигур в окружающем мире

Симметрия встречается не только в рисунках: она помогает «держать форму» в узорах, резьбе, мозаиках и даже в природных объектах.

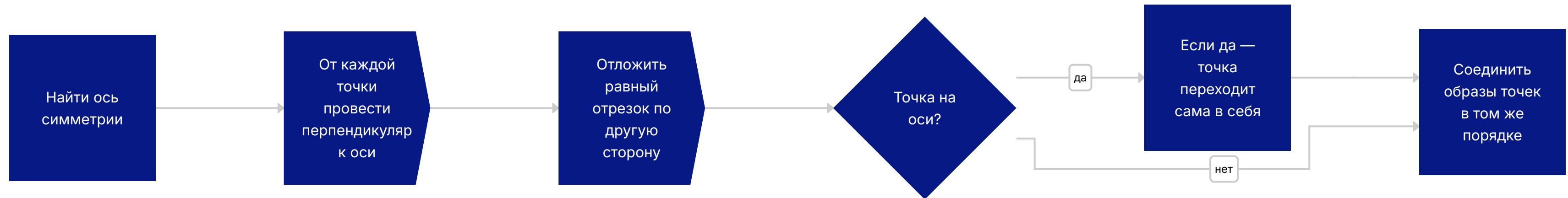
Разные объекты по-разному устроены, но симметрия делает их узнаваемыми и помогает быстро сравнивать элементы рисунка. Узор легче воспринимается, когда преобразования повторяются.



Обобщение школьных примеров; количественные значения — условные для визуального сравнения.

Алгоритм построения осевой симметрии

Действия выполняют для точек фигуры относительно заданной прямой (оси симметрии).



Движения на координатной плоскости

На координатной плоскости движение удобно описывать координатами точек. Для параллельного переноса каждая точка получает одну и ту же прибавку к координатам — по одному правилу для всей фигуры.

Координатная плоскость помогает проверить результат: после построения можно сравнить расстояния между точками до и после движения. Если измерения совпадают — построение выполнено верно.

При повороте и симметрии координаты образов находят по геометрическим правилам относительно осей и начала координат. Важно сначала определить, где окажутся оси или центр преобразования.

Движения в орнаментах и узорах

⌘ Орнамент строится повторением одинаковых элементов: часть узора «переселяется» переносом, другие элементы повернуты на один и тот же угол или отражены относительно оси. За счёт повторов рисунок выглядит упорядоченно.

⌘ В узорах на ткани, плитке и кованых решётках часто сочетаются несколько движений сразу. Благодаря этому возникает ритм: соседние элементы повторяются по одному и тому же правилу. На фрагменте видно, что образ получается после конкретного преобразования.

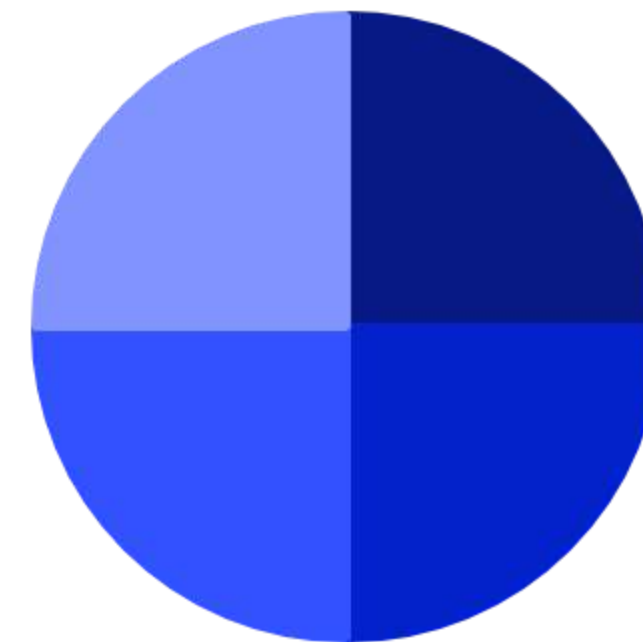


Какое движение использовано в рисунке

В одном изображении могут встретиться сразу несколько преобразований: элементы мозаики повторяются по разным правилам, а буквы или эмблемы могут содержать и осевую, и центральную симметрию.

Если при анализе отдельных деталей увидеть разные соответствия точек, значит рисунок использует несколько движений. Это помогает правильно классифицировать повторы в узоре.

■ Перенос ■ Поворот ■ Осевая симметрия
■ Центральная симметрия



Учебные примеры (мозаика, буквы, эмблемы, снежинки, элементы шахматной доски); значения — условные для наглядности.

Типичные ошибки при изучении движений

Частая ошибка — путать осевую и центральную симметрии: при осевой нужна прямая-ось и перпендикуляр, а при центральной — точка-центр и линии проходят через центр. Это меняет расположение образов.

Ошибки возникают из-за нарушения равенства расстояний: при построениях нужно откладывать одинаковые отрезки и следить, чтобы перпендикуляр к оси был проведён корректно. Иначе образ не совпадёт с требованиями движения.

Иногда неверно находят центр поворота или ось симметрии: если их выбрать неправильно, даже при правильных шагах построение «уедет». Поэтому полезно начинать с проверки заданных точек и направлений.

Ещё одна проблема — неправильное соединение симметричных точек в фигуру: соответствующие вершины должны быть соединены в том же порядке, чтобы форма не «перевёрнулась» логически. Аккуратная последовательность шагов снижает ошибки.

Движения делают геометрию ТОЧНОЙ

Движения в геометрии — это преобразования, сохраняющие длины, углы и площадь. Параллельный перенос, поворот, осевая и центральная симметрия помогают сравнивать фигуры, строить чертежи и доказывать равенство.