

Свойства степени с натуральным показателем

Короткая запись умножения помогает считать быстрее и без лишних ошибок.



Где встречаются степени и зачем их изучают

Степени нужны в алгебре, геометрии, физике и информатике. Они помогают записывать большие числа, сокращать вычисления и понимать, как растут значения при увеличении показателя.



4

одинаковых множителя образуют запись 2^4 .

Курс алгебры 7 класса

Степень показывает, сколько раз число умножается само на себя. Это удобно для короткой записи повторяющегося умножения.



Произведение степеней с одинаковым основанием

01

Сохраняем основание

Если основания одинаковые, их не меняют: в записи остаётся одно и то же число или буква. Меняется только показатель, потому что считаются все множители вместе.

02

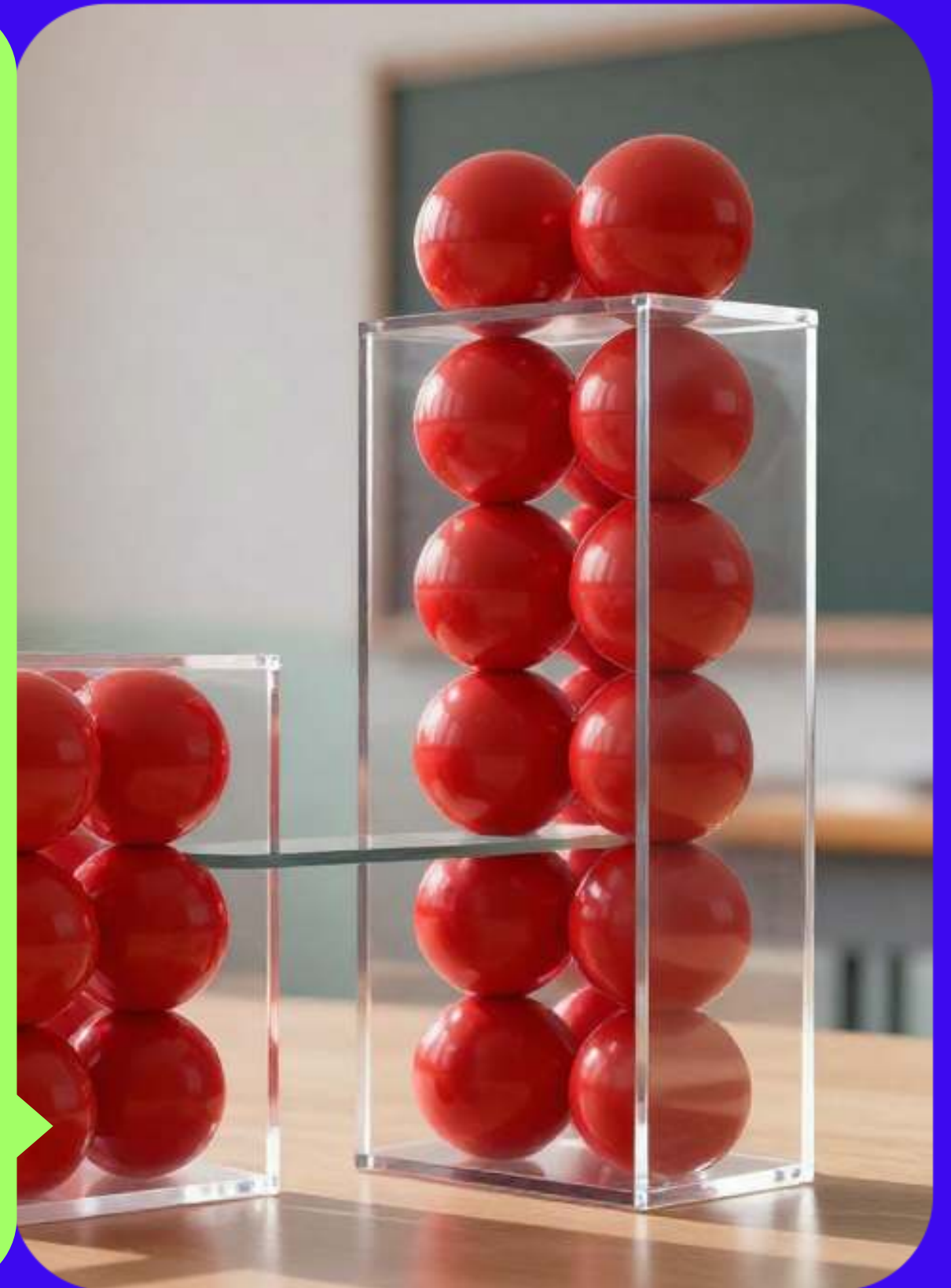
Складываем показатели

При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$. Это правило работает только тогда, когда основание действительно одинаковое.

03

Проверяем на примерах

$3^2 \cdot 3^4 = 3^6$,
 $x^5 \cdot x^2 = x^7$,
 $2^3 \cdot 2^6 = 2^9$.
Такие выражения легко упрощать, если сразу видеть одинаковое основание.



Частное степеней с одинаковым основанием

Вычитаем показатели

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$. Так из длинной записи получается более короткая и удобная форма.

Примеры для проверки

$7^5 : 7^2 = 7^3$, $y^8 : y^3 = y^5$, $10^6 : 10^2 = 10^4$.
Во всех случаях основание сохраняется, а показатель уменьшается.

Нужно ненулевое основание

Правило верно только при $a \neq 0$. Делить степени с нулевым основанием нельзя, потому что деление на ноль в математике не определено.

Степень степени



Один показатель внутри другого

Если степень возводят ещё в одну степень, показатели перемножаются: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$. Это правило удобно, когда в выражении есть несколько вложенных скобок.



Упрощение повторов

Запись $(2^3)^4$ означает, что тройка внутри степени повторяется четыре раза. В результате получаем 2^{12} , поэтому сложное выражение превращается в более компактное.



Быстрая проверка

$(x^2)^5 = x^{10}$, $(3^2)^3 = 3^6$. Если помнить правило умножения показателей, можно быстро упрощать выражения без лишних промежуточных действий.

Степень произведения



01

Распределяем степень

Если в скобках произведение, степень нужно поставить на каждый множитель: $(ab)^n = a^n b^n$. Это помогает правильно раскрывать скобки и не терять множители.

02

Работаем с числами и буквами

Правило одинаково действует и для чисел, и для буквенных выражений. Например, $(xy)^4 = x^4 y^4$, а $(3a)^2 = 9a^2$ после вычисления числового коэффициента.

03

Избегаем ошибок

Нельзя возводить в степень только один множитель и оставлять второй без изменения. Важно помнить: степень относится ко всему произведению внутри скобок.

04

Удобно для упрощения

$(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3 = 1000$. Такое преобразование позволяет переходить от скобок к отдельным множителям и получать ответ быстрее.

2

части дроби возводятся в одну и ту же степень.

Курс алгебры 7 класса

Правило особенно полезно при работе с дробями: оно позволяет отдельно возвести числитель и знаменатель, а затем упростить дробь.



Нулевая степень



Главное правило

Для любого ненулевого числа выполняется $a^0 = 1$. Это удобно запомнить через деление степеней: одинаковые основания сокращаются, и остаётся единица.



Примеры записи

$8^0 = 1$, $(-3)^0 = 1$, $x^0 = 1$ при $x \neq 0$. Во всех случаях основание может быть любым ненулевым числом или буквой.



Когда нельзя применять

Если основание равно нулю, запись 0^0 не определена. Поэтому правило нулевой степени всегда требует проверки, что основание не равно нулю.

Степень с показателем 1



Самая короткая запись

$a^1 = a$ для любого числа. Это самый простой случай степени: ничего не нужно умножать дополнительно, поэтому запись совпадает с самим основанием.



Проверка понимания

$9^1 = 9$, $x^1 = x$, $(-4)^1 = -4$. Если показатель равен 1, выражение читается и вычисляется без изменений, что помогает быстро проверить правило.

Сравнение основных свойств степени

Таблица показывает, как меняется показатель в разных свойствах степени. Это помогает быстро выбирать нужную формулу и упрощать выражения без лишних вычислений.

Во всех свойствах важно заметить структуру выражения: именно она подсказывает, как изменить показатель и быстро получить упрощённый вид.

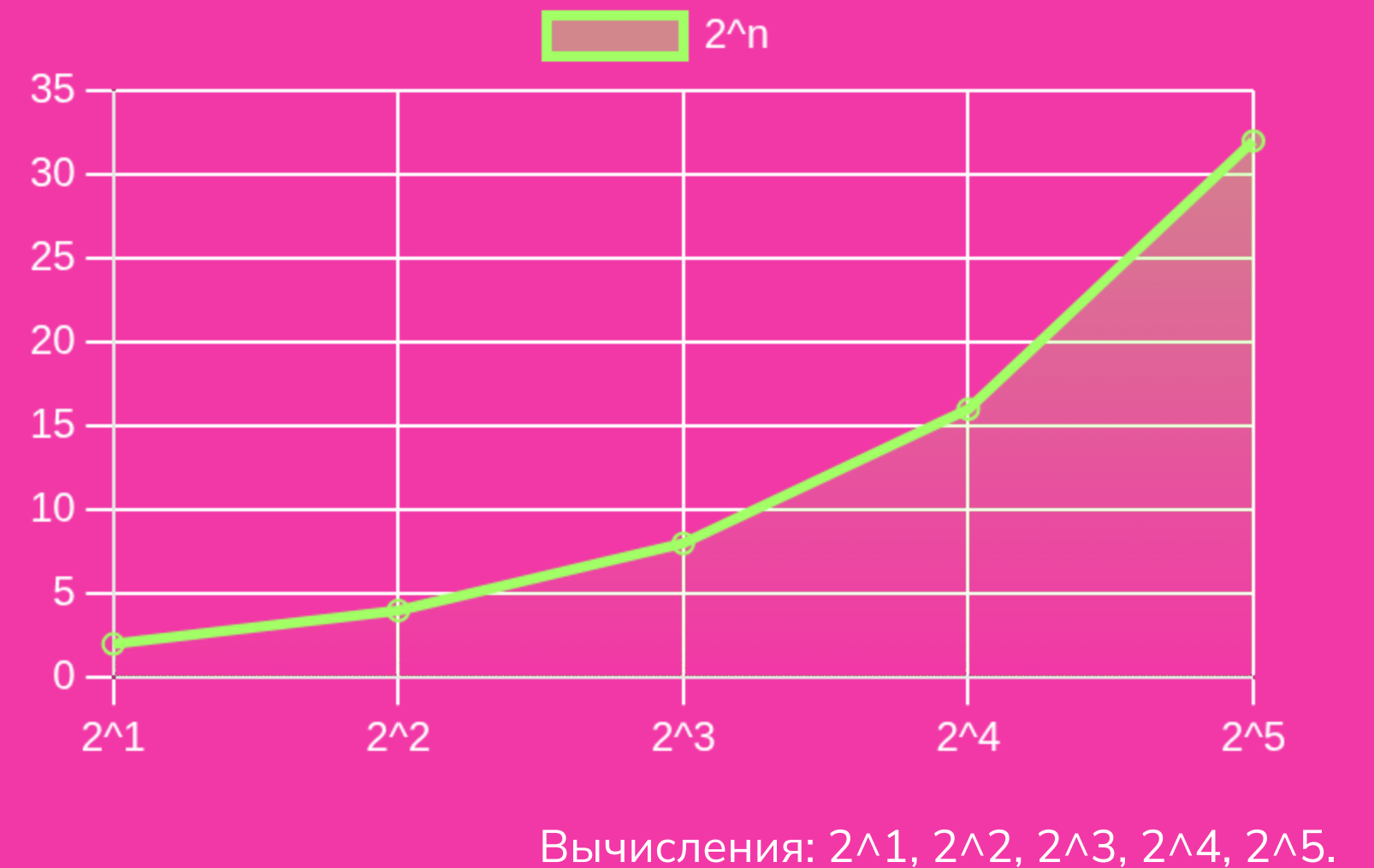
Правила действий со степенями из курса алгебры 7 класса.

Свойство	Формула	Пример	Показатель
Произведение	$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$	складывается
Частное	$a^m : a^n = a^{(m-n)}$	$7^5 : 7^2 = 7^3$	вычитается
Степень степени	$(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$	$(3^2)^4 = 3^8$	умножается
Степень произведения	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$(2x)^3 = 8x^3$	распределяется
Степень частного	$(a/b)^n = a^n / b^n$	$(3/5)^2 = 9/25$	распределяется

Как растут значения степени при увеличении показателя

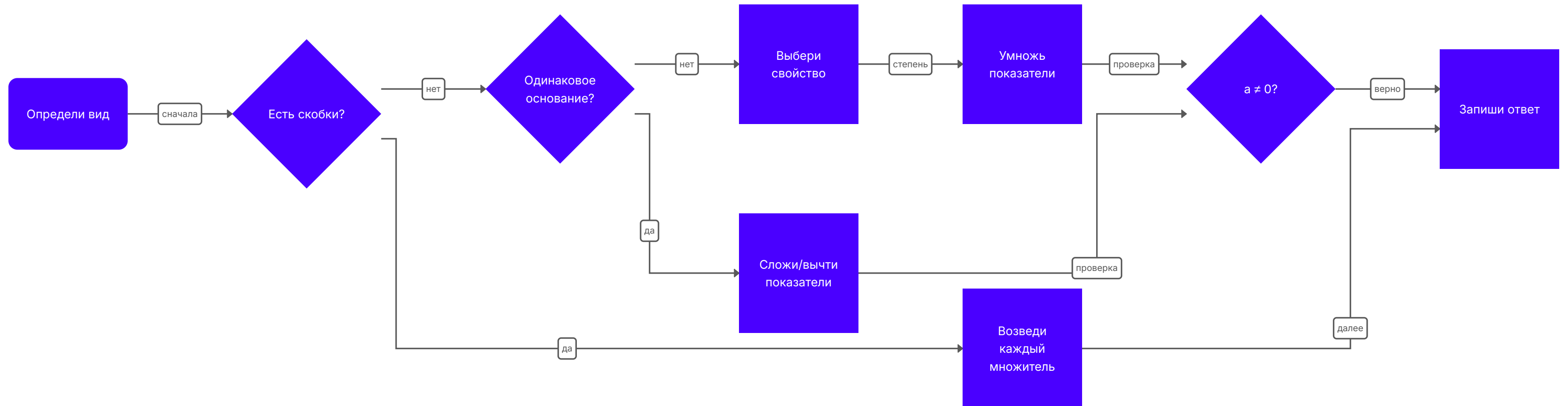
➤ Даже при одном и том же основании значение степени быстро увеличивается. Это наглядно видно на последовательности удвоений.

➤ Рост степени идёт значительно быстрее линейного увеличения, поэтому даже небольшой прирост показателя даёт большой результат.



Алгоритм упрощения выражений со степенями

Последовательность действий при выборе свойства степени в заданиях по алгебре 7 класса.

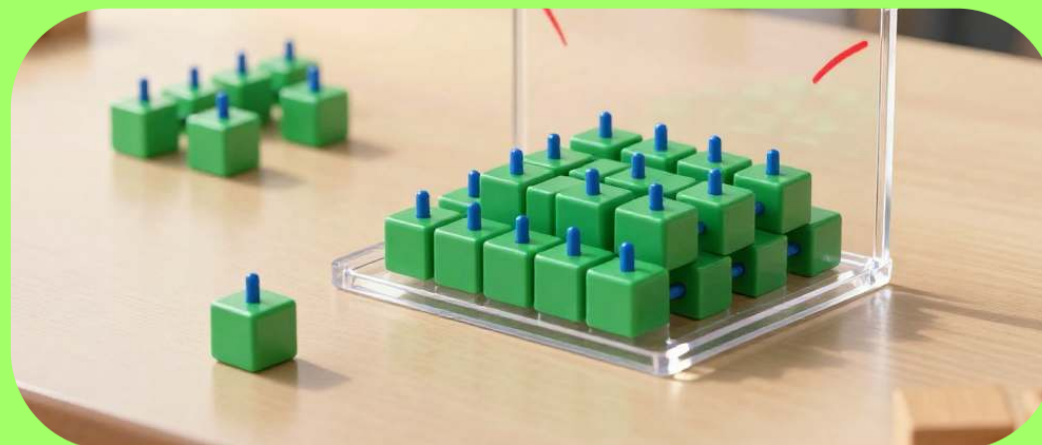


Типичные ошибки при работе со степенями



Складывают не то, что нужно

В тетради рядом с примером часто можно увидеть аккуратную, но неверную запись: складывают основания вместо показателей. После исправления становится видно, что меняется именно показатель, а основание остаётся прежним.



Забывают про каждую скобку

Второй тип ошибки появляется, когда степень ставят только к первому множителю. На полях учитель обычно подчёркивает: при степени произведения каждый множитель внутри скобок должен быть возведён в ту же степень.



Путают особые случаи

Отдельной цветной пометкой удобно показать разницу между a^0 и 0^a . В первом случае основание ненулевое, а во втором ноль в основании меняет смысл записи и требует внимательной проверки.

Свойства степени на числовых примерах

01

Произведение степеней

$3^2 \cdot 3^3 = 3^5 = 243$. Здесь основание одинаковое, поэтому показатели складываются, а вычисление становится короче и понятнее.

02

Частное степеней

$10^6 : 10^2 = 10^4 = 10\,000$. При делении одинаковых степеней показатели вычитаются, и большой пример превращается в простую запись.

03

Степень степени

$(4^2)^3 = 4^6 = 4096$. Внешняя степень умножает внутренний показатель, поэтому удобно сразу работать с одним числом, а не с несколькими скобками.

04

Степень произведения

$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 36$. Каждому множителю внутри скобок присваивается одна и та же степень, что ускоряет раскрытие скобок.



Связь степени с записью больших чисел



Короткая запись

Степени десяти позволяют заменить длинные числа компактной записью: $100 = 10^2$, $1000 = 10^3$. Это экономит место и делает запись аккуратнее.



Понятный порядок

Запись через степень сразу показывает порядок величины. Поэтому числа 100 000 и 1 000 000 легко сравнивать без долгих подсчётов.



Удобно для науки

В науке и технике такая форма помогает быстро записывать очень большие величины, не перегружая текст лишними нулями и пробелами.



Полезно в информатике

В информатике степени часто встречаются при работе с памятью, количеством данных и единицами измерения. Короткая запись делает расчёты удобнее.

Тренировка применения свойств степени

Выражение	Свойство	Результат
$5^2 \cdot 5^3$	Произведение	5^5
$(2^4)^2$	Степень степени	2^8
$(3 \cdot 4)^2$	Степень произведения	144
$9^5 : 9^2$	Частное	9^3
$(6/2)^3$	Степень частного	27



В таблице показано, как одно и то же правило помогает получить ответ быстрее в разных типах выражений.



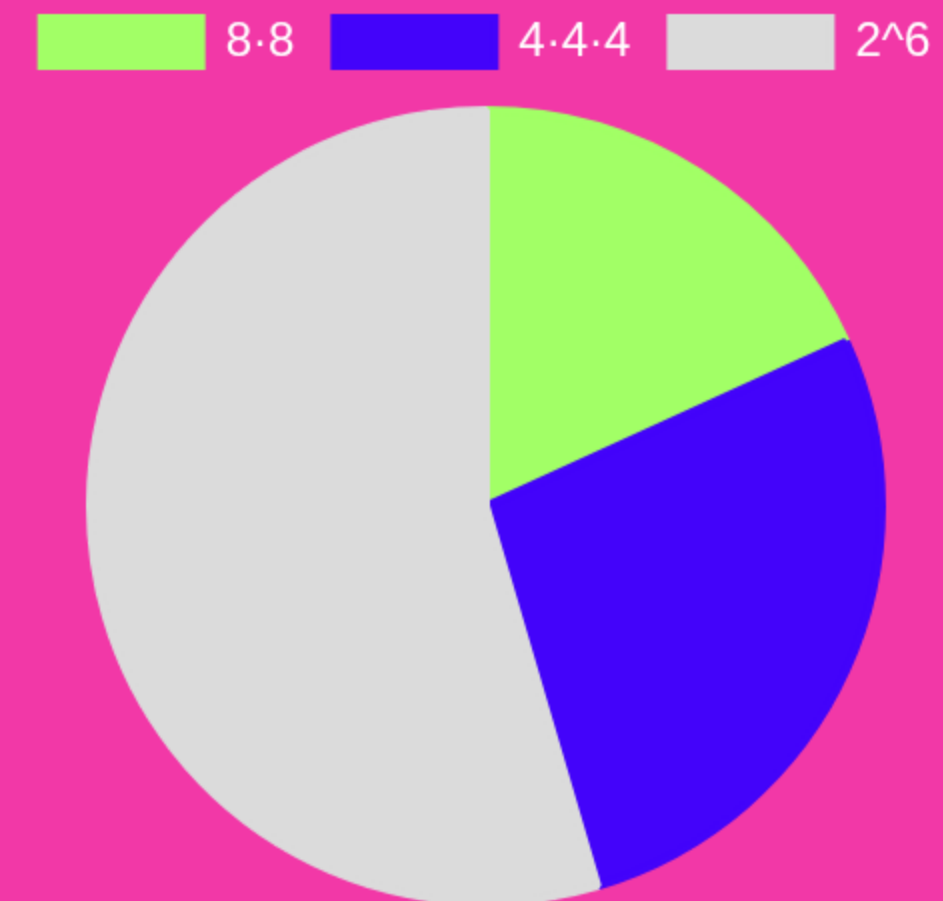
Если сразу узнать тип выражения, можно выбрать нужную формулу и избежать лишних преобразований и ошибок.

Примеры для закрепления темы урока.

Сравнение способов записи числа 64

➤ Одна и та же величина может быть записана по-разному, но степень делает запись короче, когда умножение повторяется много раз.

➤ Чем больше одинаковых множителей, тем выгоднее запись через степень: она компактнее и быстрее читается.



Сравнение способов записи числа 64.

Что важно запомнить

01

Смысл степени

Степень показывает, сколько раз одно и то же число умножается само на себя. Основание — это повторяющееся число, а показатель — число повторений.

02

Умножение степеней

Если основания одинаковые, показатели складываются. Так можно быстро объединять множители и сокращать длинные произведения до одной степени.

03

Деление степеней

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются. Это правило работает только тогда, когда основание не равно нулю.

04

Степень степени

Когда степень возводят ещё в одну степень, показатели перемножаются. Это особенно удобно в выражениях с несколькими скобками и повторяющимися действиями.

05

Скобки и проверка

В степени произведения и частного степень распределяется на каждый множитель. Всегда полезно проверять условия для нулевой степени и деления.

Степени, которые помогают считать быстрее

Свойства степени с натуральным показателем делают вычисления короче и понятнее. Они нужны для работы с выражениями, большими числами и дальнейшего изучения алгебры в 7 классе.