

Другие признаки подобия треугольников



Три признака, которые помогают сравнивать
треугольники без лишних вычислений.

Подобие как язык сравнения фигур

Подобие показывает, как одна фигура сохраняет форму другой при изменении размера. В 7 классе это помогает связывать углы, пропорции и измерения, а ещё решать практические задачи по чертежам и планам.



Что означает подобие треугольников

1. Равные углы

У подобных треугольников соответственные углы совпадают. Это главное условие, по которому можно узнать, что фигуры имеют одну и ту же форму, даже если их размеры различаются.

2. Пропорциональные стороны

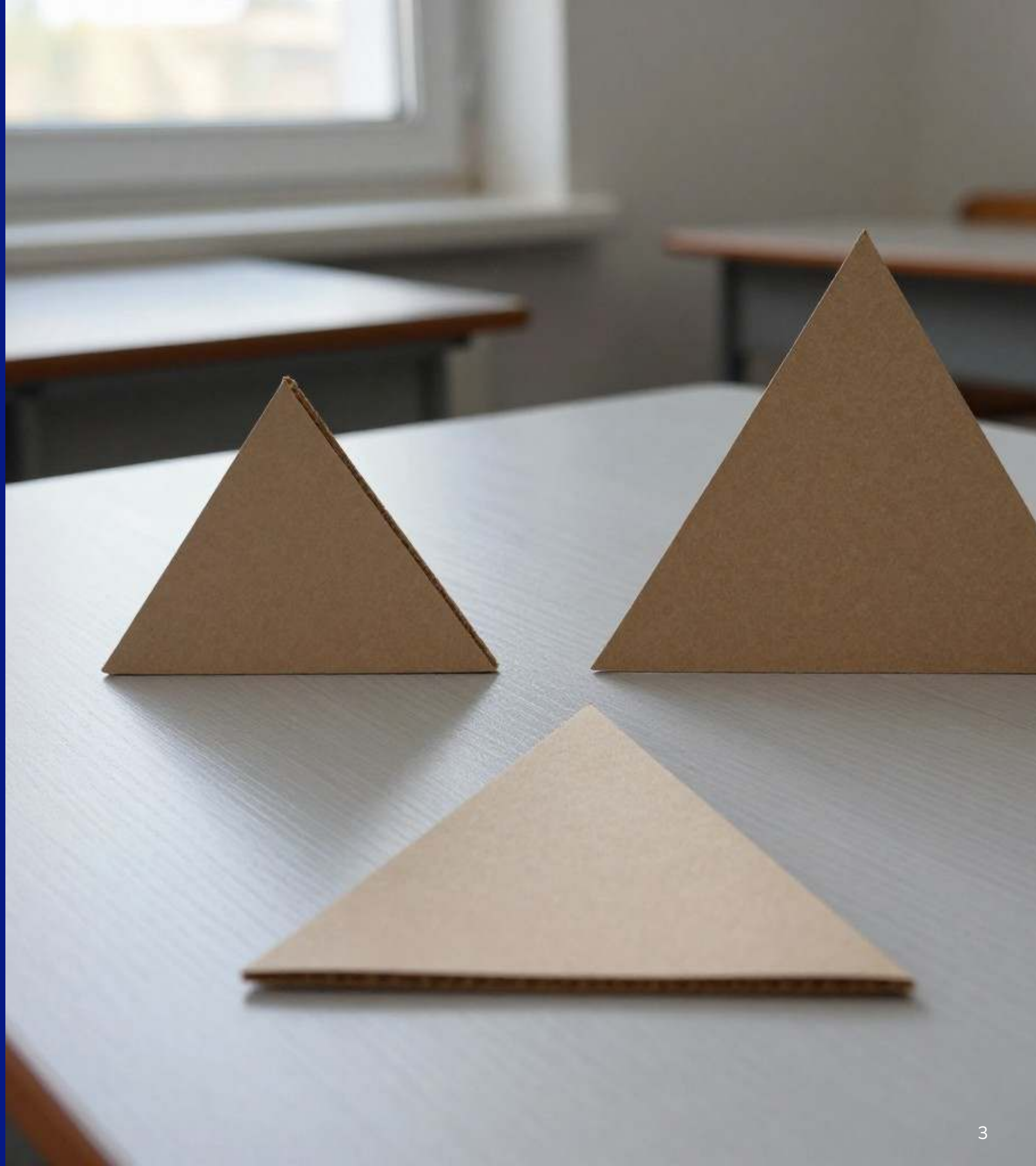
Соответственные стороны подобных треугольников относятся одинаково. Если известна одна пара сторон, можно найти остальные, соблюдая одно и то же отношение между всеми элементами.

3. Коэффициент подобия

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна фигура больше или меньше другой. Он помогает быстро сравнивать длины сторон и понимать, насколько меняется размер треугольника.

4. Частный случай равенства

Если коэффициент подобия равен 1, треугольники не отличаются по размеру и совпадают по всем элементам. Тогда речь идёт уже не о простом сходстве, а о равенстве фигур.



Первый признак подобия: по двум углам

Достаточно двух углов

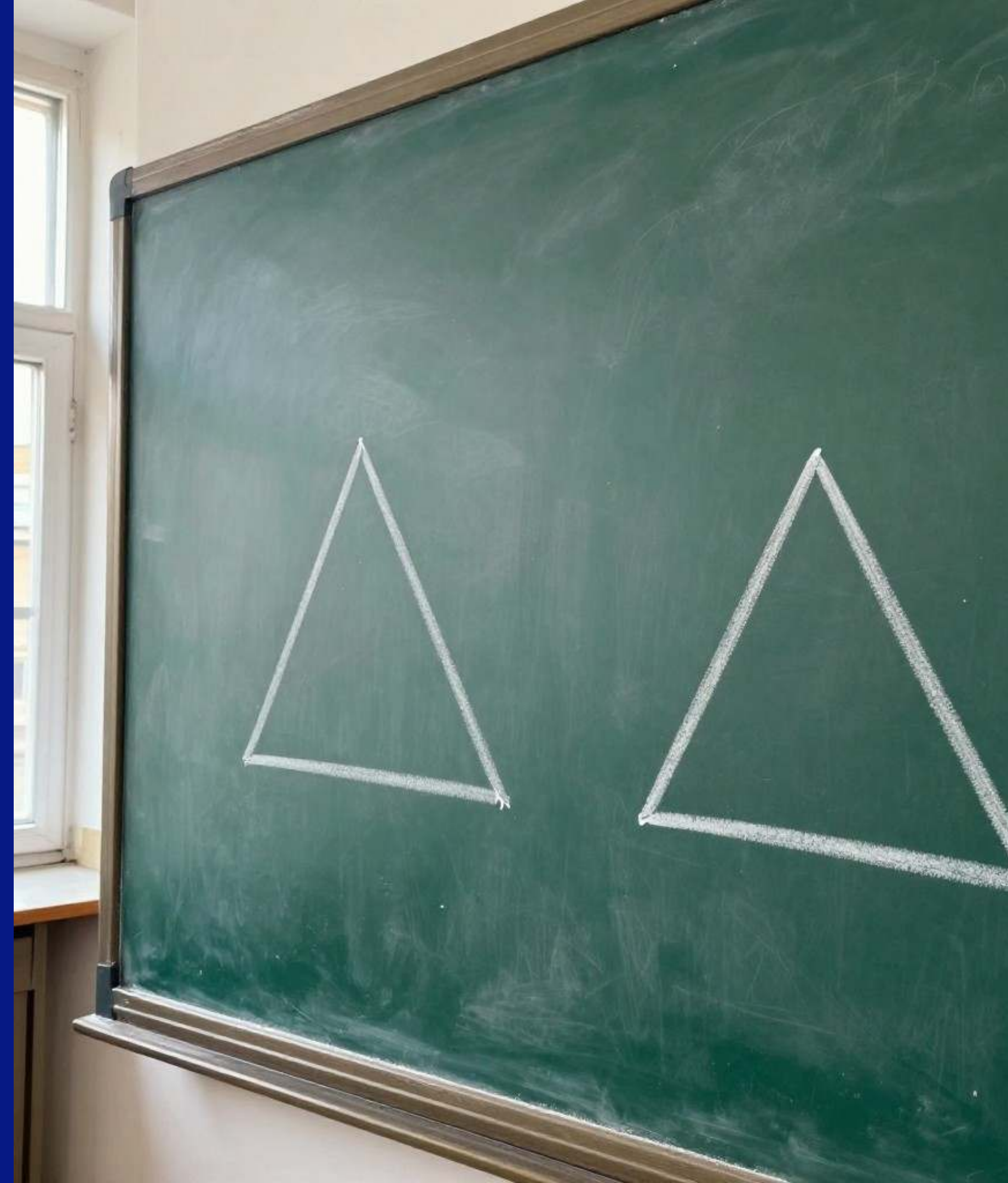
Если два угла одного треугольника равны двум углам другого, треугольники подобны. Этого достаточно, потому что третий угол тоже совпадёт, ведь сумма углов треугольника равна 180° .

Почему признак работает

Равенство двух углов задаёт одинаковую форму треугольников. Значит, стороны будут располагаться в одном и том же порядке, а их длины окажутся пропорциональны.

Где встречается чаще всего

Этот признак особенно удобен в задачах с параллельными прямыми. Там легко найти равные углы, образованные секущей, и сразу сделать вывод о подобии треугольников.



Второй признак подобия: по двум сторонам и углу между ними

1. Сравнение сторон

Сначала проверяют, пропорциональны ли две стороны одного треугольника двум сторонам другого. Если отношения совпадают, это ещё не полное доказательство, но важный шаг к выводу о подобии.

2. Нужен включённый угол

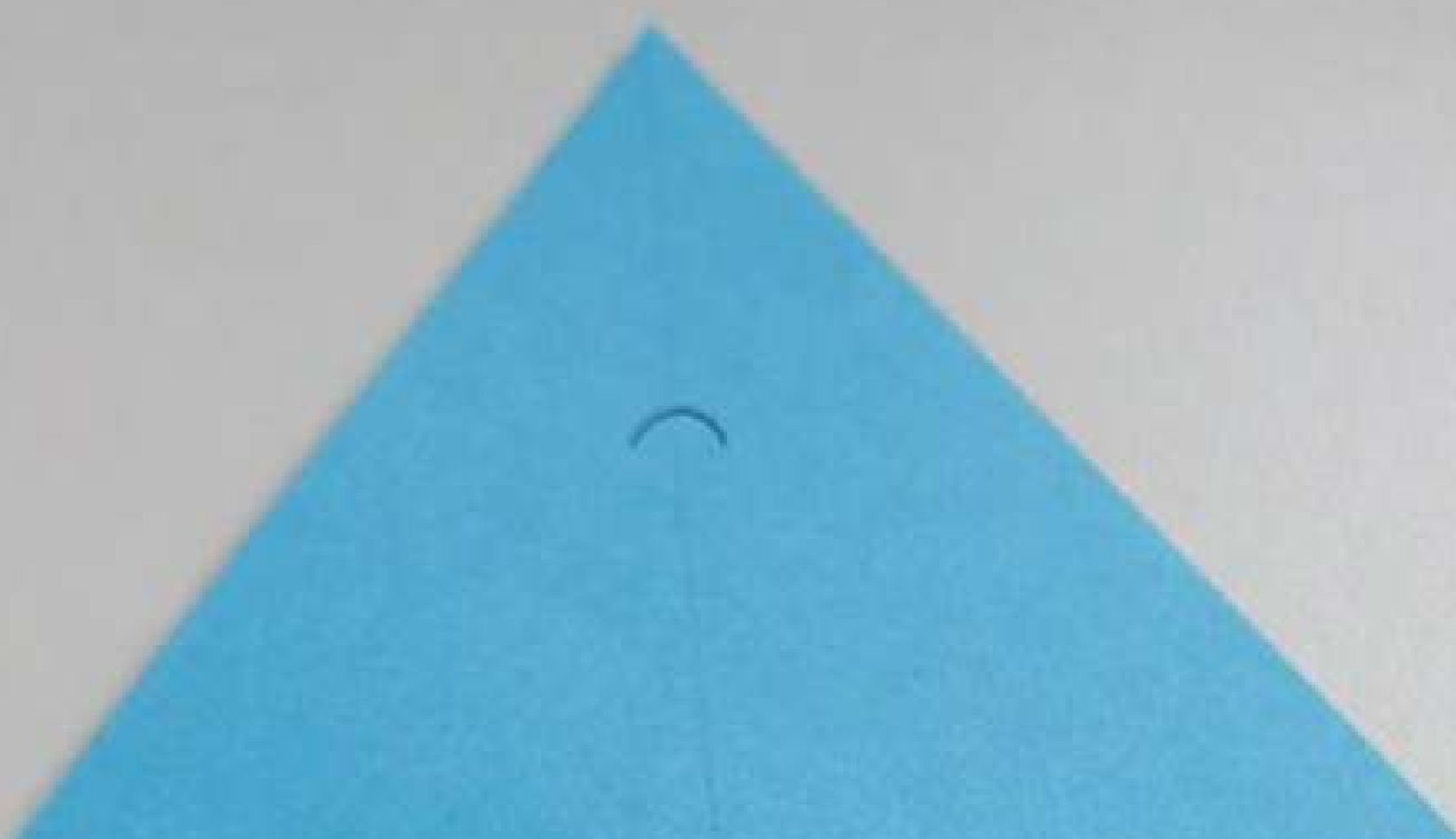
Затем обязательно сравнивают угол между этими сторонами. Именно он должен быть равен в обоих треугольниках, иначе одинаковые отношения сторон сами по себе не гарантируют подобие.

3. Почему это важно

Включённый угол фиксирует форму фигуры точнее, чем просто длины сторон. Без этого условия можно получить треугольники с похожими числами, но разной формой.

4. Практическая польза

Такой признак полезен в задачах, где известны две стороны и угол между ними. Он позволяет быстро установить подобие и затем находить неизвестные отрезки по пропорции.



Сравнение трёх признаков подобия

Признак	Что сравнивают	Итог
Два угла	2 угла	Подобие
2 стороны и угол	Пропорции и угол	Подобие
3 стороны	3 пропорции	Подобие

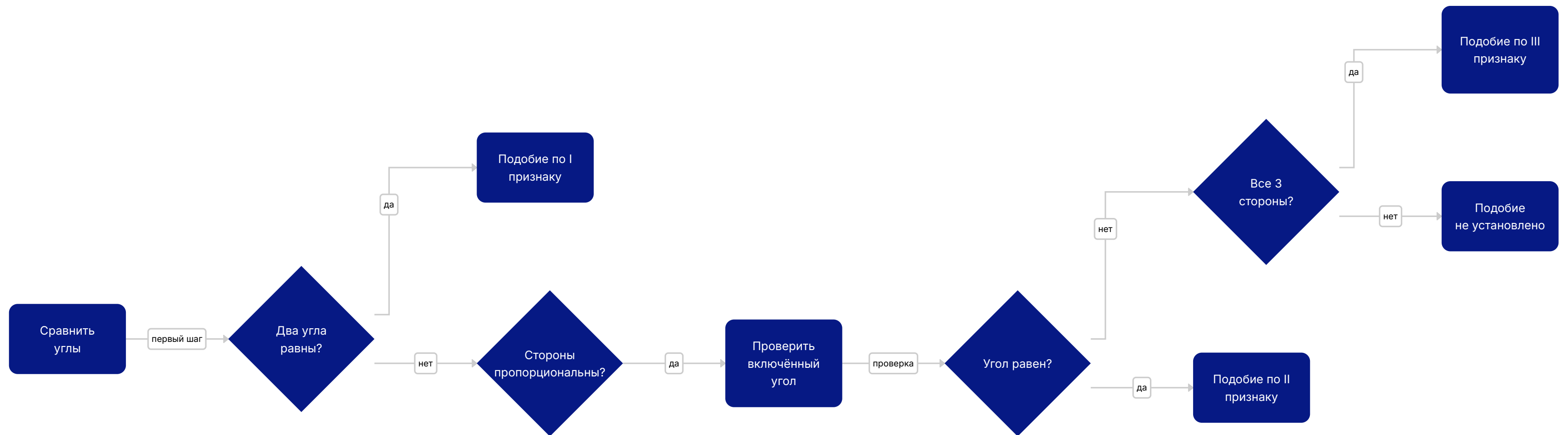
Школьный учебник геометрии

Краткое сопоставление признаков помогает не путать условия и быстрее выбирать нужный способ доказательства.

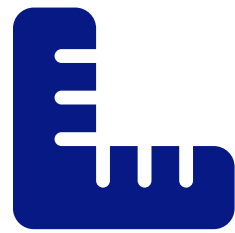
Все признаки опираются либо на равенство углов, либо на пропорциональность сторон.

Как определить, есть ли подобие

Алгоритм выбора признака подобия по условиям задачи.



Третий признак подобия: по трём сторонам



Три стороны

Если все три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, треугольники подобны. Этот признак удобен, когда длины всех сторон уже известны или легко измеряются.



Один и тот же коэффициент

Отношение любых соответственных сторон даёт коэффициент подобия, если соответствие записано верно. Он должен оставаться одинаковым для каждой пары сторон без исключений.



Проверка по длинам

Третий признак особенно полезен в вычислительных задачах. Он позволяет доказать подобие без углов, если можно точно сравнить все стороны и увидеть одинаковое отношение.

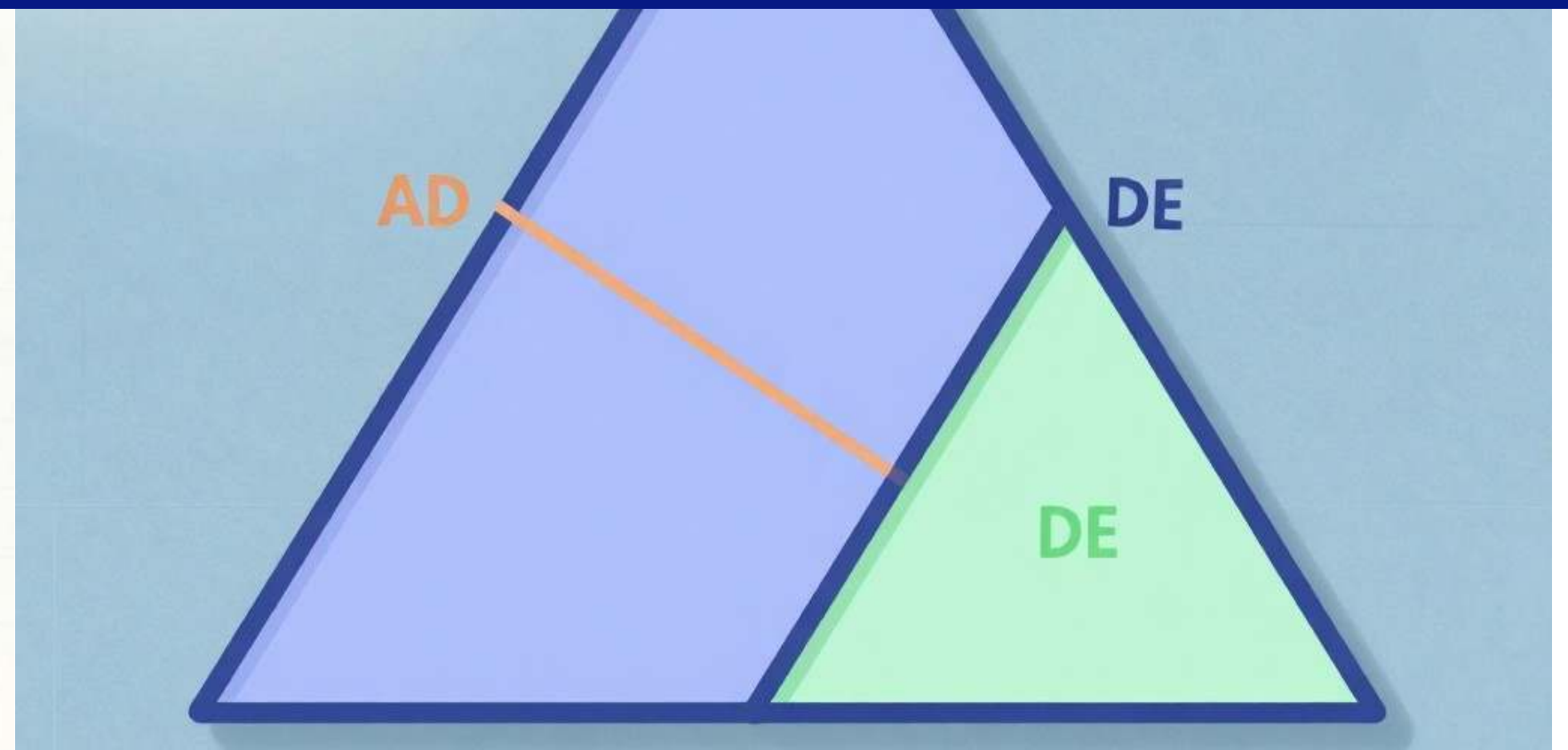
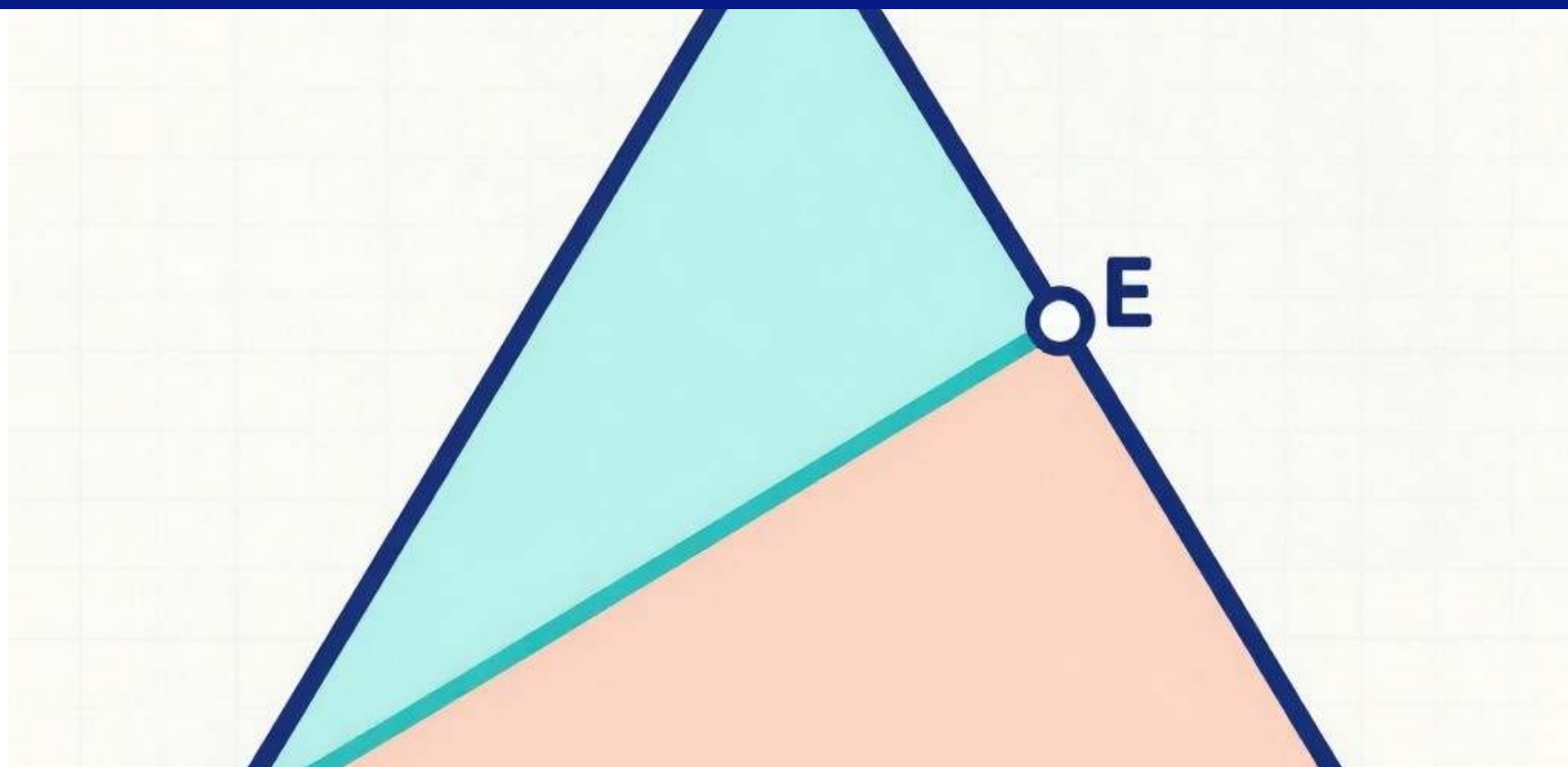
Пример на чертеже с параллельной прямой

Линия, которая делит фигуру

В треугольнике ABC точки D и E лежат на сторонах AB и AC, а отрезок DE проведён параллельно BC. Тогда углы при D и E равны соответствующим углам большого треугольника, поэтому треугольники ADE и ABC подобны.

Пропорции на чертеже

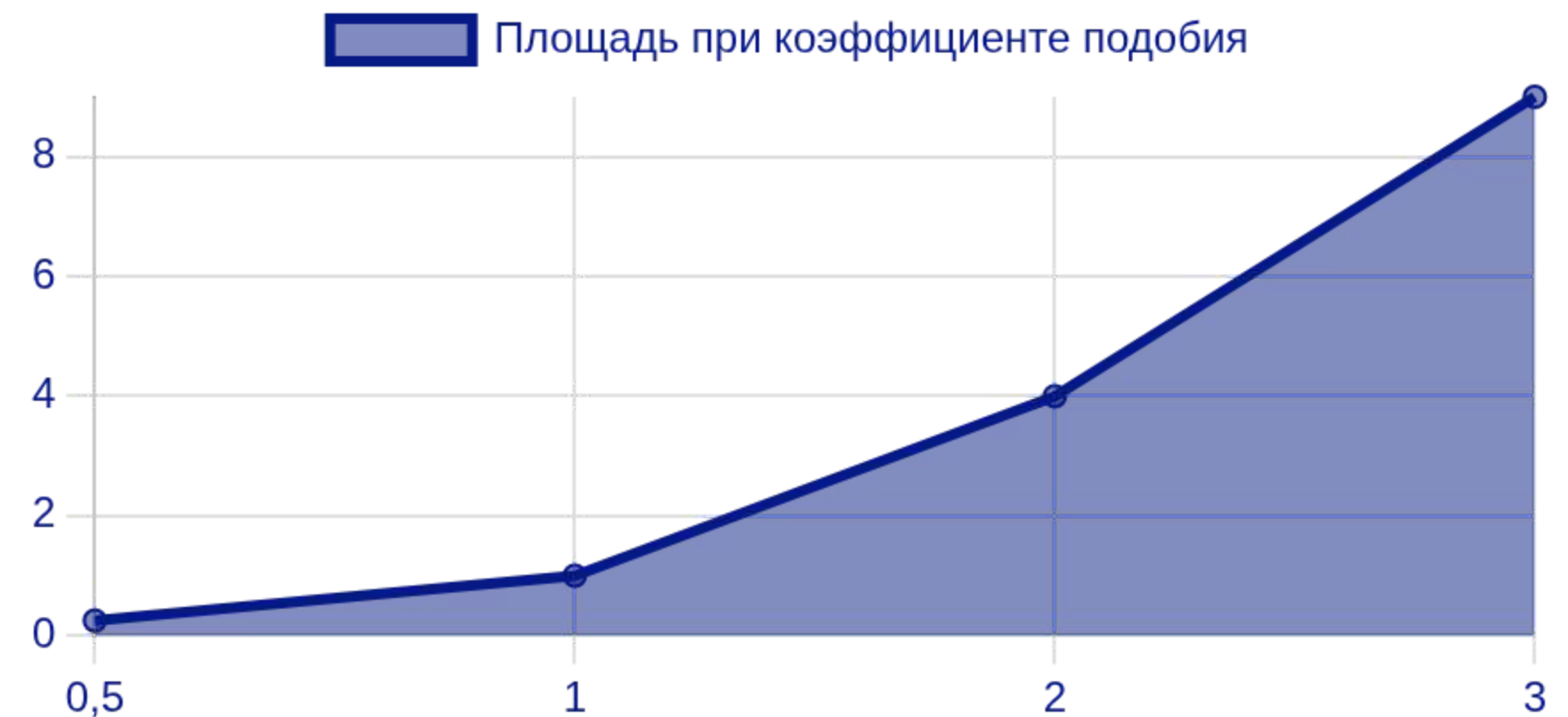
После установления подобия можно сразу записать отношения сторон: AD к AB, AE к AC и DE к BC. Такой чертёж наглядно показывает, как параллельная прямая создаёт одинаковую форму, но меньший размер.



Как меняются длины и площади у подобных фигур

Линейные размеры растут равномерно, а площадь меняется гораздо быстрее. Это важно помнить при решении задач на сравнение фигур.

Площадь зависит от квадрата коэффициента подобия: небольшое увеличение сторон даёт заметно больший прирост площади.



Свойства соответствующих элементов

Равные углы

У подобных треугольников соответствующие углы всегда равны. Именно это позволяет узнавать одинаковую форму фигур, даже если одна из них значительно больше или меньше другой.

Пропорциональные стороны

Соответственные стороны у подобных треугольников связаны одним и тем же отношением. Если коэффициент подобия известен, можно сразу находить неизвестные длины без полного измерения обеих фигур.

Периметры

Периметры подобных треугольников относятся так же, как их соответствующие стороны. Поэтому при увеличении фигуры в несколько раз сумма всех её сторон меняется во столько же раз.

Площади

Площади подобных треугольников изменяются быстрее: они относятся как квадрат коэффициента подобия. Из-за этого даже небольшое увеличение сторон заметно меняет величину площади.

Как находить соответствующие стороны и вершины

1. Найти равные углы

Сначала сравните углы и отметьте те, которые совпадают. Они подсказывают, какие вершины в двух треугольниках соответствуют друг другу и как правильно начать запись.

2. Назначить вершины

После найденных равных углов установите соответствие вершин. Если угол A равен углу A_1 , то эти вершины считаются парой, а дальше так же определяются остальные.

3. Сопоставить стороны

Когда вершины названы, соответствующие стороны записывают по одинаковому порядку вершин. Тогда можно без ошибки составить пропорцию и сравнить нужные отношения сторон.

4. Проверить запись

Перед вычислением ещё раз убедитесь, что в дробях стоят именно соответствующие стороны. Перепутанный порядок вершин сразу делает пропорцию неверной и меняет ответ.

Типичные ошибки при решении задач на подобие

Ошибка	Почему неверно	Как проверить
Порядок вершин	Сбивает соответствие	Сравнить углы
Не тот угол	Признак не выполняется	Найти включённый
Неверные стороны	Нет пропорции	Сопоставить пары
Нет условий	Вывод преждевременен	Проверить все признаки

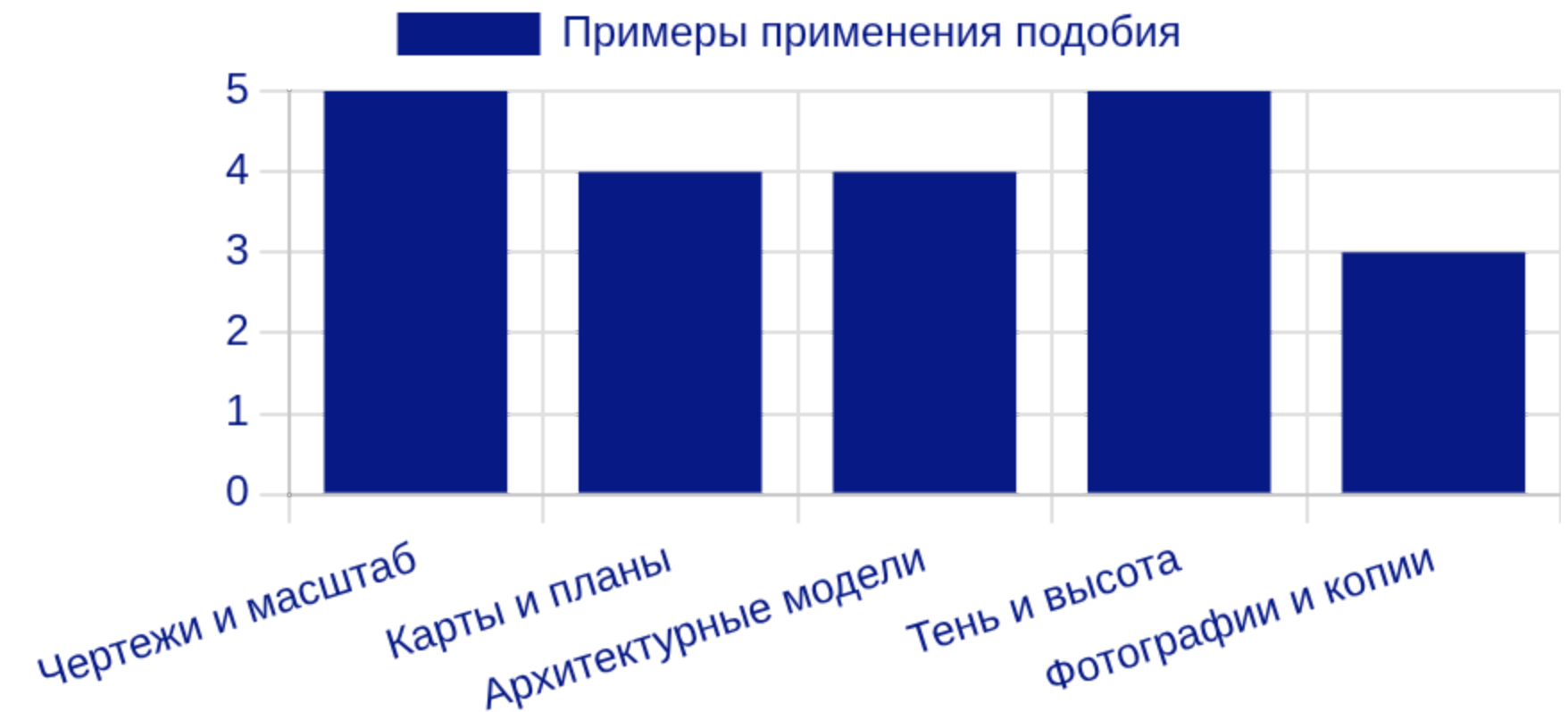
Таблица помогает быстро увидеть, где чаще всего возникает ошибка, почему она опасна и как проверить себя перед окончательным ответом.

Главная причина ошибок — неправильное соответствие элементов. Если сначала отметить равные углы и только потом составлять пропорции, решение становится намного надёжнее.

Где встречается подобие треугольников

Подобие особенно полезно там, где нельзя измерить объект напрямую: на местности, в модели или на чертеже. В этих ситуациях пропорции заменяют длинные и неудобные измерения.

Самые наглядные примеры для школьников связаны с масштабом и измерением недоступных объектов. Именно там свойства подобных треугольников дают практический результат.



Учебные примеры по геометрии; условная оценка наглядности для школьников.

4 раза
увеличивается и высота
предмета
при одинаковом
освещении

Если тень стала в четыре раза длиннее, то и высота найдётся по той же пропорции. Так удобно измерять деревья, столбы и здания без подъёма на них.

Пропорция из условия учебного примера.

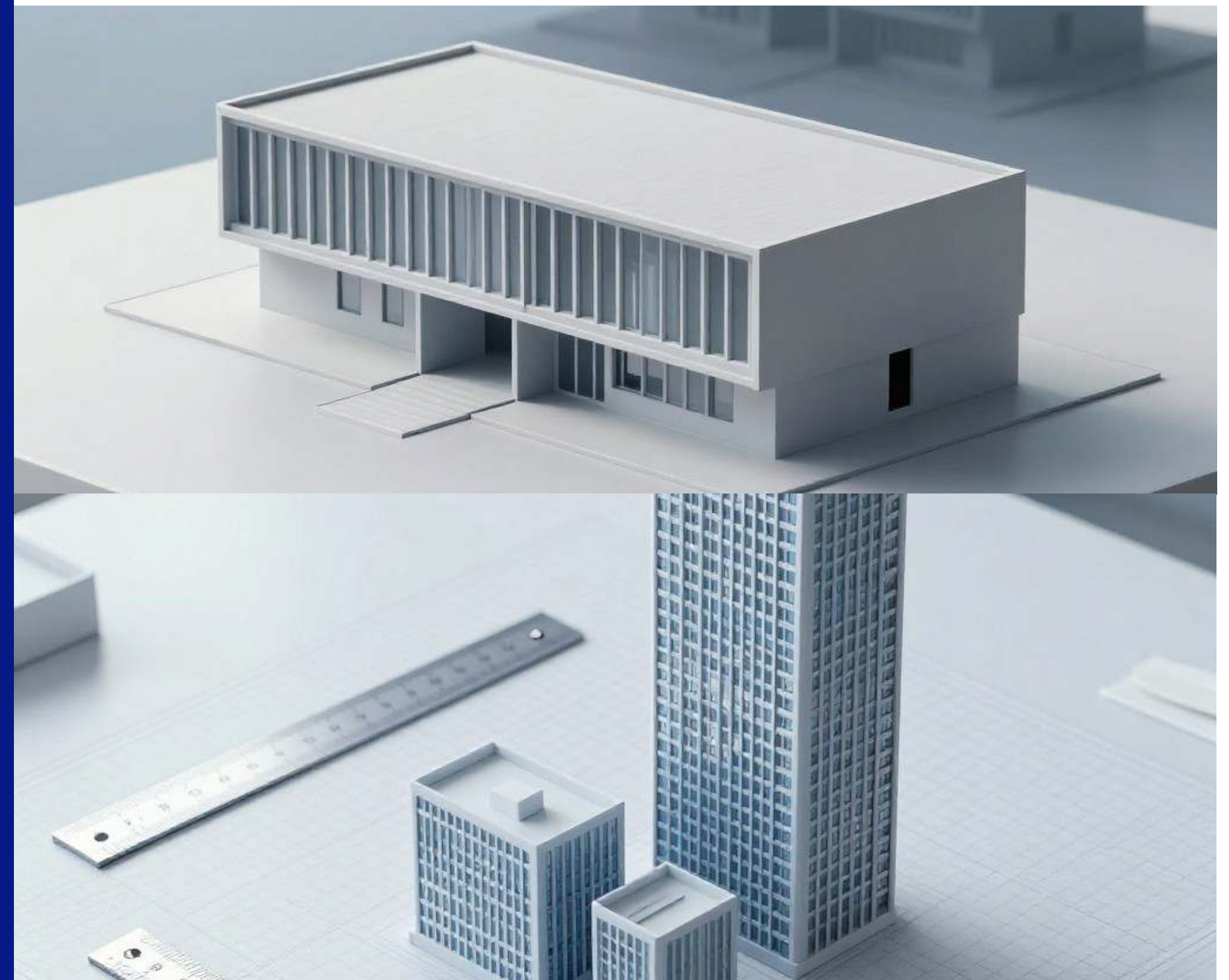
Подобие в моделях и масштаб

Макет сохраняет форму

Архитектурная модель здания выглядит меньше, но повторяет все основные линии оригинала. У неё те же углы, поэтому силуэт остаётся узнаваемым, а пропорции позволяют рассматривать объект как уменьшенную копию.

Масштаб помогает сравнивать

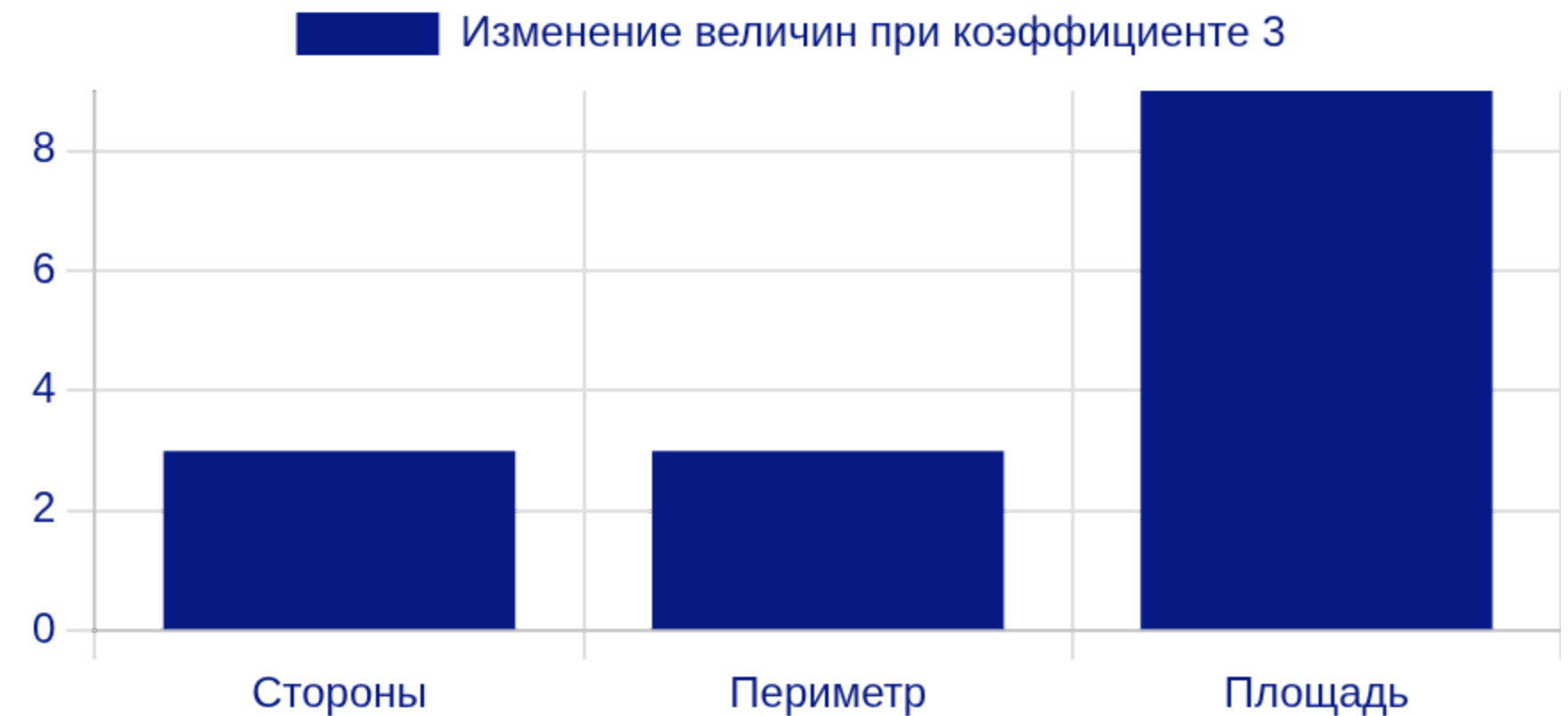
В масштабе 1:100 каждый сантиметр на модели соответствует метру в реальности. Это удобно в черчении, потому что по модели можно быстро понять размеры здания, не измеряя сам объект.



Что меняется при коэффициенте подобия

На одном примере видно, что площадь растёт намного быстрее линейных размеров. Поэтому у подобных фигур большие отличия по площади не означают столь же большие отличия по сторонам.

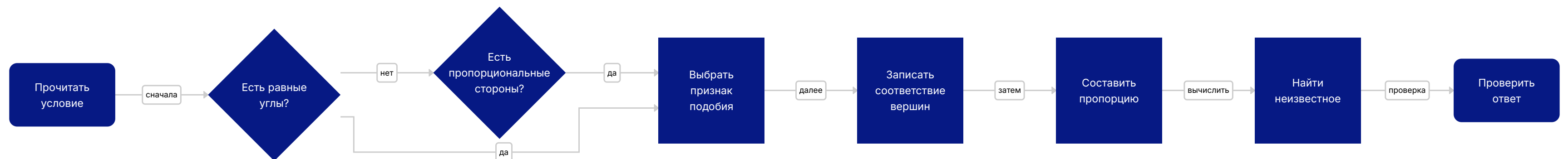
При увеличении коэффициента подобия линейные величины меняются одинаково, а площадь — в квадрате этого коэффициента. Это важно при сравнении фигур разного масштаба.



Свойства подобных фигур при коэффициенте подобия 3.

Алгоритм решения задач на подобие

Последовательность действий помогает не перепутать признаки и правильно записать пропорции.



Главные факты для запоминания

Три признака

Подобие можно доказать по двум углам, по двум сторонам и углу между ними или по трём пропорциональным сторонам. Каждый признак опирается на чёткое сравнение элементов.

Коэффициент подобия

Он показывает, во сколько раз одна фигура больше другой. Его удобно находить по отношению любых соответственных сторон, если вершины и стороны записаны правильно.

Периметры

У подобных треугольников периметры меняются так же, как линейные размеры. Поэтому отношение периметров равно коэффициенту подобия и помогает быстро сравнивать фигуры.

Площади

Площадь зависит от квадрата коэффициента подобия. Это главное отличие площади от длины: небольшое увеличение сторон заметно усиливает изменение площади.

Точная запись

Чтобы не ошибиться в пропорциях, нужно сначала определить соответствующие вершины, а потом сравнивать стороны в одном и том же порядке. Это обязательное правило решения.

Итоги темы

Другие признаки подобия позволяют быстро доказывать сходство треугольников и находить неизвестные элементы. Эти правила особенно полезны в чертежах, масштабах и задачах на измерение недоступных объектов.