

Фигуры в пространстве: основные тела и их свойства

Знакомимся с телами, которые окружают нас каждый
день.

Зачем изучать пространственные фигуры в 9 классе

Плоские фигуры помогают измерять длину и площадь, а пространственные — понимать объем, вместимость и форму предметов. В стереометрии важно уметь узнавать тело, находить его элементы и применять формулы к реальным задачам.



Параллелепипед и куб

1.

Параллелепипед

Параллелепипед — это многогранник, у которого все грани являются параллелограммами. Такая форма удобна для анализа элементов тела и подготовки к вычислению объема.

2.

Прямоугольный случай

Прямоугольный параллелепипед имеет шесть прямоугольных граней, 12 ребер и 8 вершин. Его легко представить как коробку, кирпич или комнату в упрощенной модели.

3.

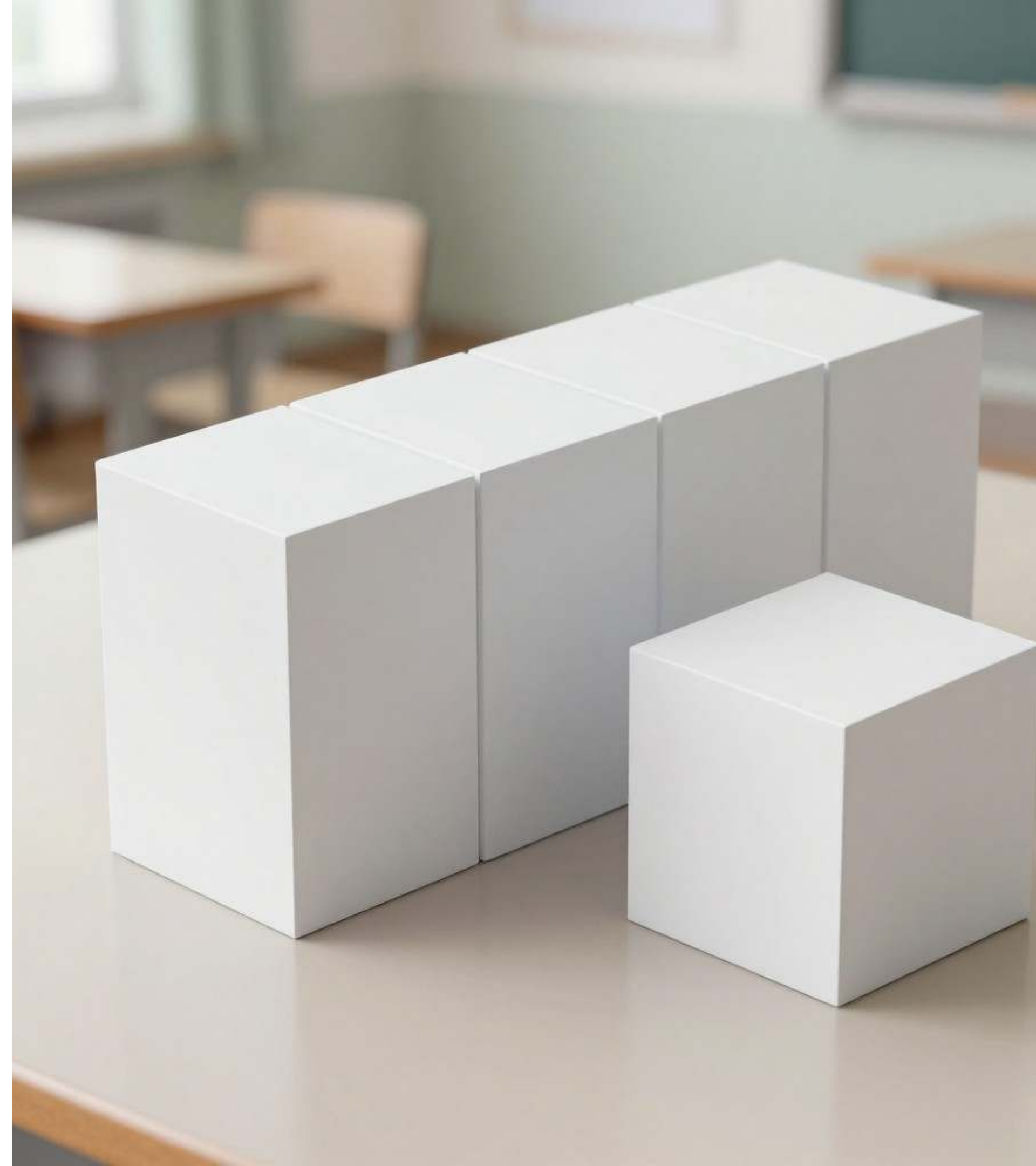
Особый вид — куб

Куб является частным случаем прямоугольного параллелепипеда: все его грани — равные квадраты, а все ребра одинаковы. Это делает его особенно удобным для подсчетов.

4.

Зачем он нужен в задачах

Параллелепипед и куб часто используют как базовые модели в геометрии. На их примере учатся находить элементы тела, сравнивать размеры и вычислять объем.



Сравнение основных пространственных фигур

Фигура	Основания	Поверхность	Элементы	Пример
Куб	2	плоская	рёбра, вершины	коробка
Призма	2	плоская	рёбра, вершины	здание
Пирамида	1	плоская	рёбра, вершины	крыша
Цилиндр	2	круглая	без вершин	банка
Шар	0	круглая	без рёбер	мяч

Таблица помогает быстро увидеть, чем отличаются тела по основаниям, поверхности и элементам.

Форма тела определяет его элементы, а значит — и способ вычисления площади поверхности и объёма.

Как выглядит призма в чертеже и в жизни

Два равных основания

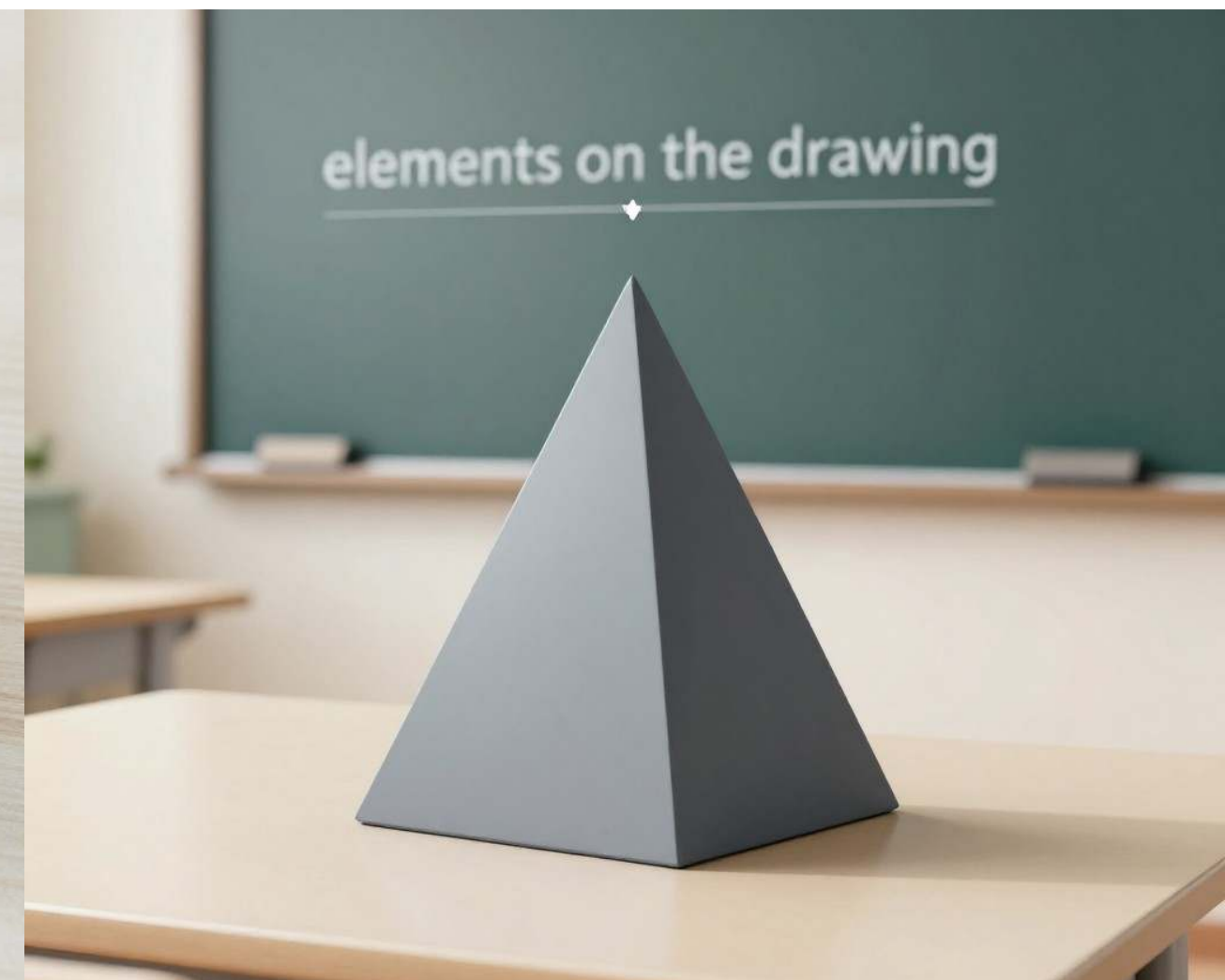
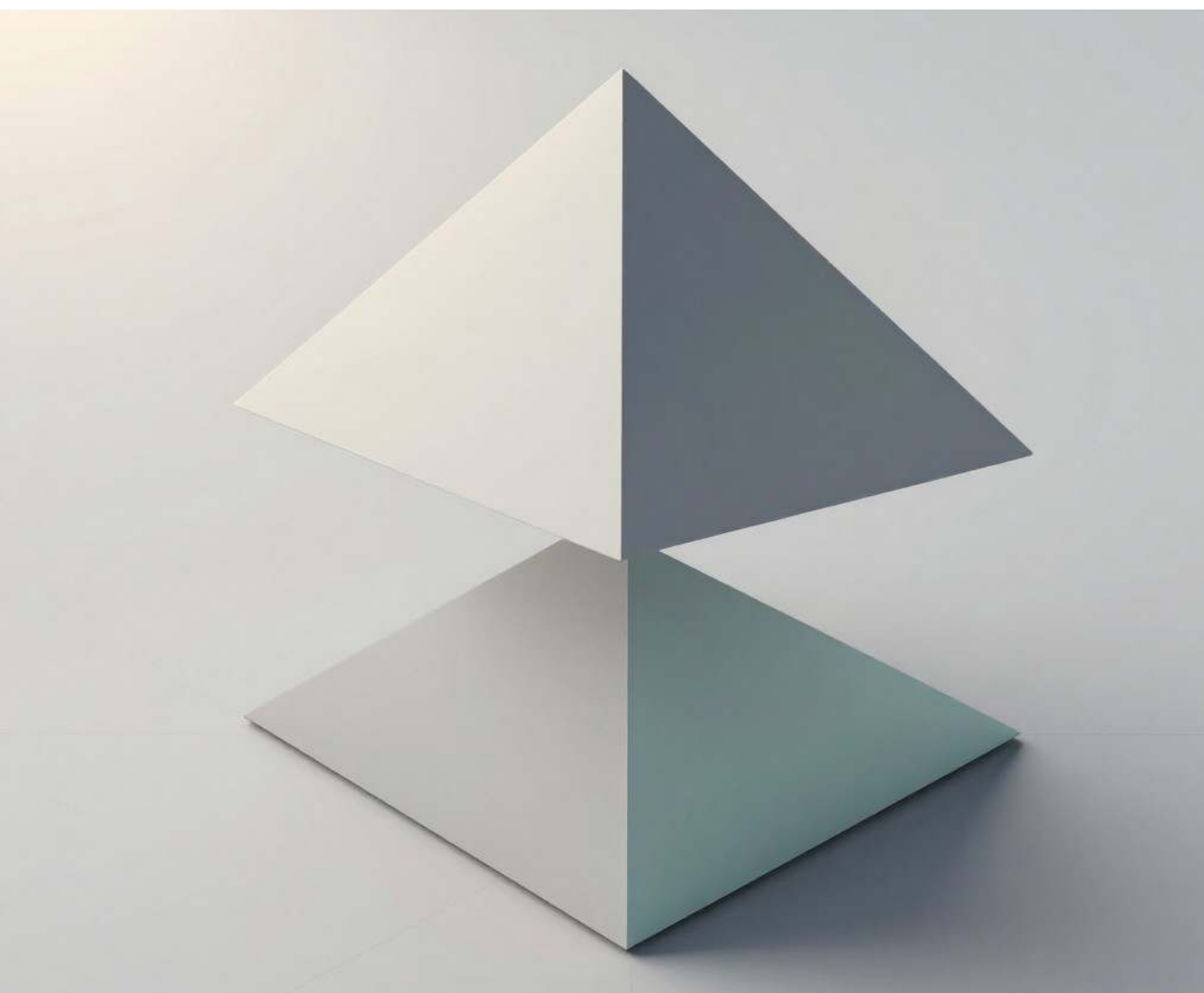
Призму легко узнать по двум равным и параллельным основаниям. Между ними расположены боковые грани, которые соединяют соответствующие вершины и образуют устойчивое пространственное тело.

Боковые грани и высота

У наклонной призмы боковые грани могут быть параллелограммами, а у прямой — прямоугольниками. Высота показывает расстояние между основаниями и помогает в вычислениях.

Элементы на рисунке

На чертеже обычно подписывают основания, боковые ребра и высоту. Такой рисунок помогает не перепутать элементы и правильно читать задачу о площади и объеме.



Какие пространственные фигуры чаще встречаются в жизни

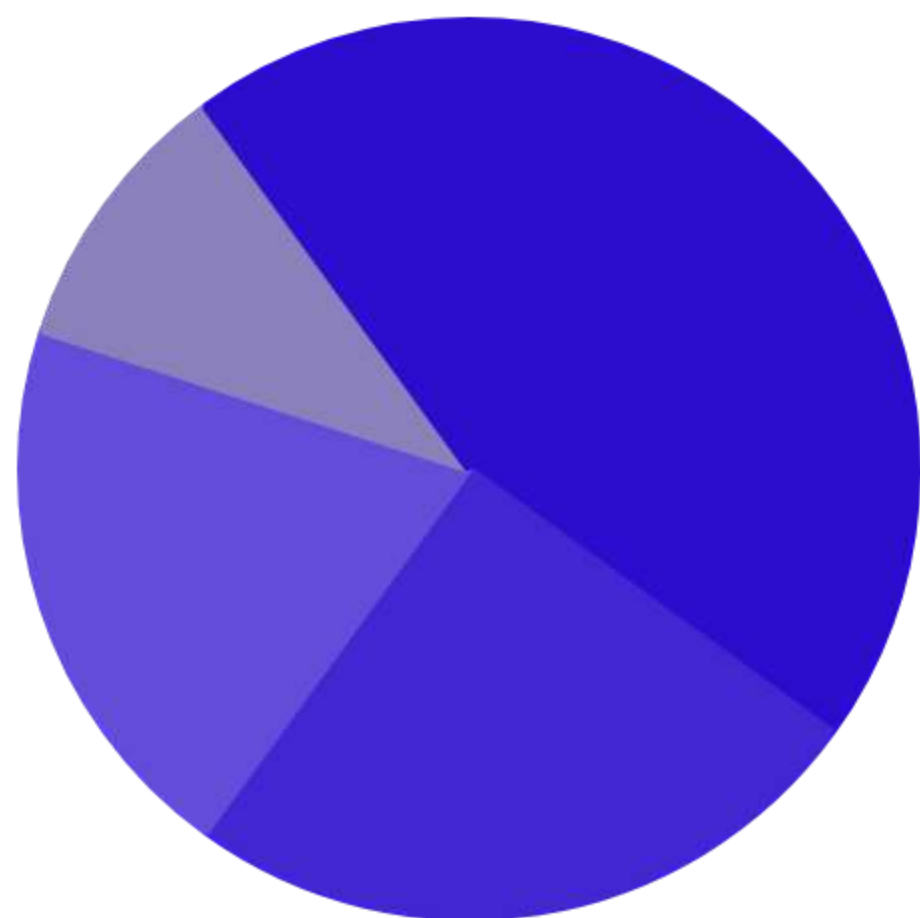
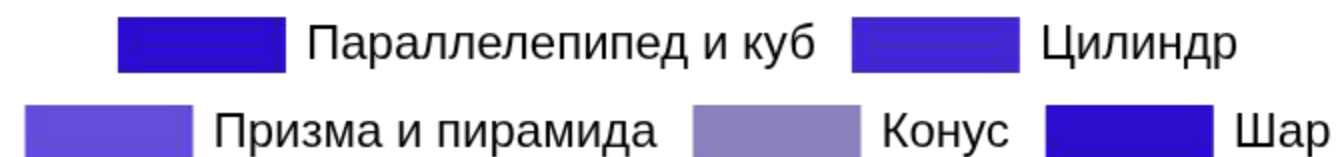


Диаграмма показывает учебное распределение примеров из быта, техники и архитектуры.

Чаще всего встречаются формы с плоскими гранями и удобным объёмом: параллелепипед и цилиндр.

Пирамида и ее основные элементы

1. Одно основание

Пирамида имеет только одно основание. Все боковые грани — треугольники, которые сходятся в общей вершине, поэтому тело выглядит как «собранное» из плоских граней.

2. Вершина и ребра

Главный отличительный признак пирамиды — вершина, в которой встречаются боковые ребра. По их числу и форме основания различают треугольные, четырехугольные и другие пирамиды.

3. Высота и апофема

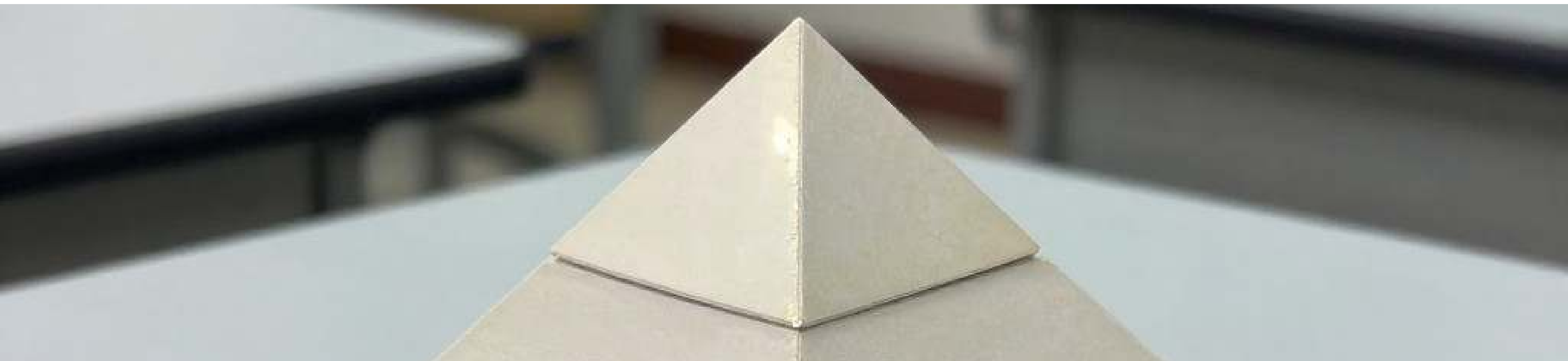
Высота пирамиды проводится перпендикулярно к основанию. Апофема нужна при работе с правильными пирамидами и помогает находить площадь боковой поверхности.

4. Что чаще изучают в школе

На уроках чаще всего рассматривают треугольную и четырехугольную пирамиды. Они удобны для построения чертежей, решения задач и сравнения с архитектурными формами.

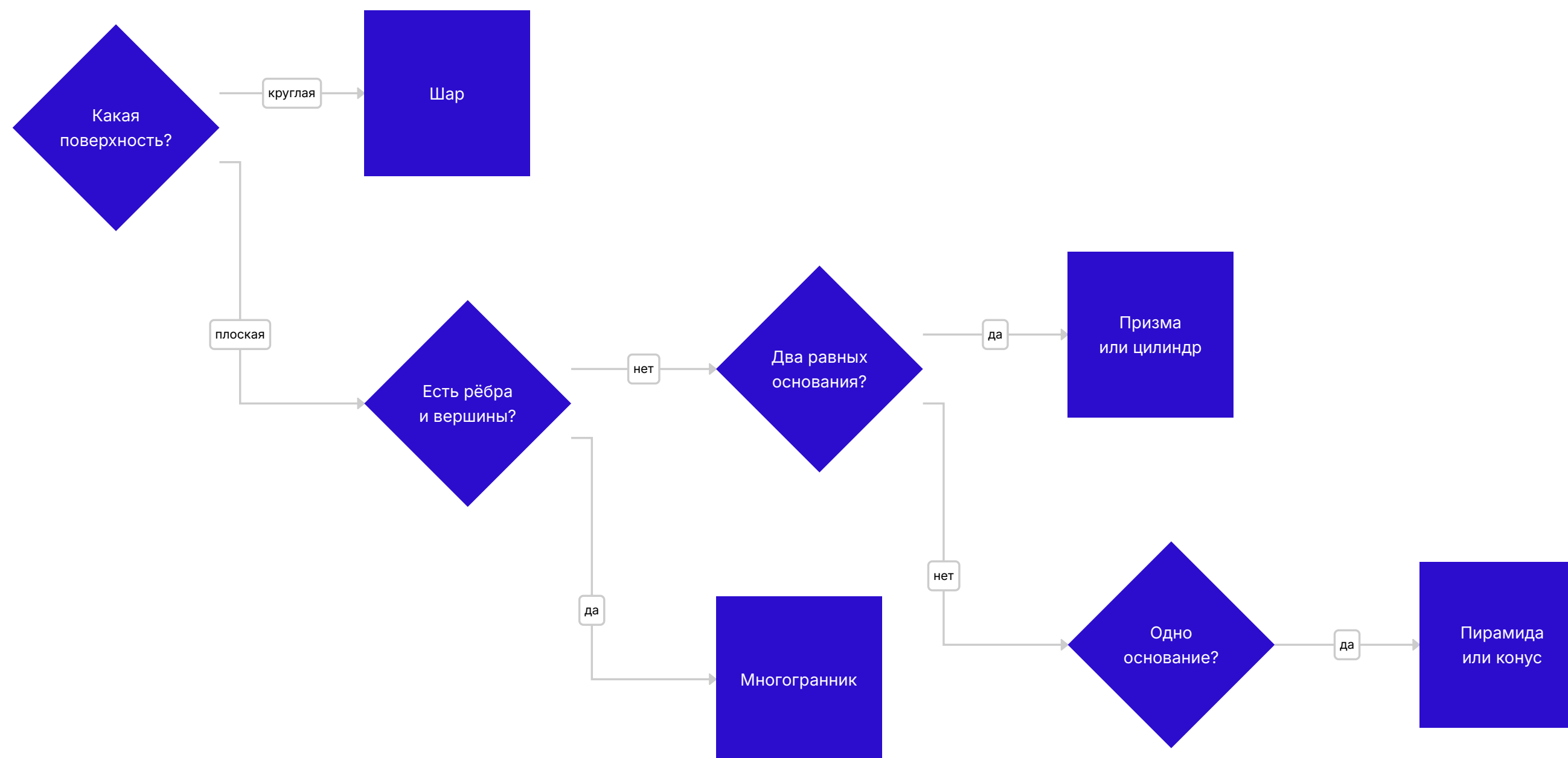
5. Связь с архитектурой

Пирамида как геометрическая модель напоминает известные сооружения и крыши. Поэтому она помогает увидеть, как школьная геометрия описывает реальные объекты вокруг нас.



Как распознать пространственную фигуру по признакам

Последовательность определения тела по числу оснований, виду поверхности и наличию вершин



Цилиндр, конус и шар



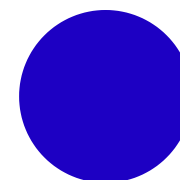
Цилиндр

Цилиндр имеет два равных круглых основания и боковую поверхность без вершин. Его легко узнать по форме банки, трубы или колонны, где важна ровная боковая поверхность.



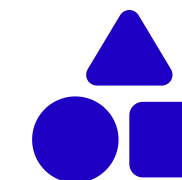
Конус

Конус отличается одним круглым основанием и одной вершиной. Такая форма встречается в воронках, указателях и некоторых крышах, где удобно сужение к одной точке.



Шар

Шар не имеет рёбер и вершин: все его точки находятся на одинаковом расстоянии от центра. Это модель мяча, подшипника и других округлых предметов.



Тела вращения

Цилиндр, конус и шар относят к телам вращения. Их форма связана с вращением плоской фигуры вокруг оси, поэтому они часто используются в технике и быту.

Развертки пространственных фигур

1.

Что такое развертка

Развертка — это плоская фигура, из которой можно сложить объемное тело. Она помогает понять, из каких частей состоит поверхность и как фигура «собирается» из частей.

2.

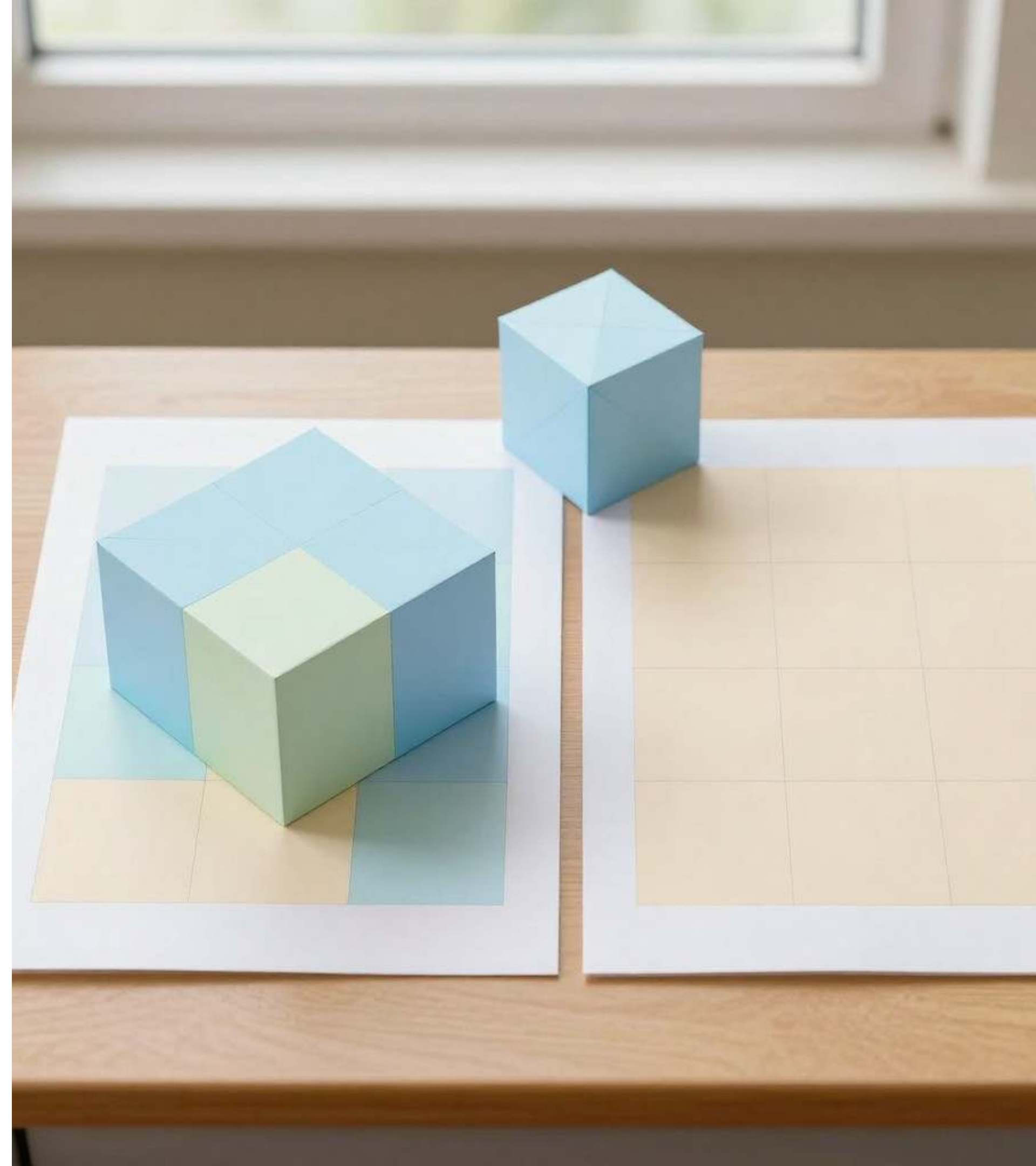
Развертка куба

Развертка куба состоит из шести равных квадратов. Если соединить их по правильным линиям сгиба, получится знакомое объемное тело с одинаковыми гранями.

3.

Развертка пирамиды

Развертка пирамиды включает одно основание и треугольные боковые грани. По ней удобно видеть, какие части поверхности идут от основания к вершине.



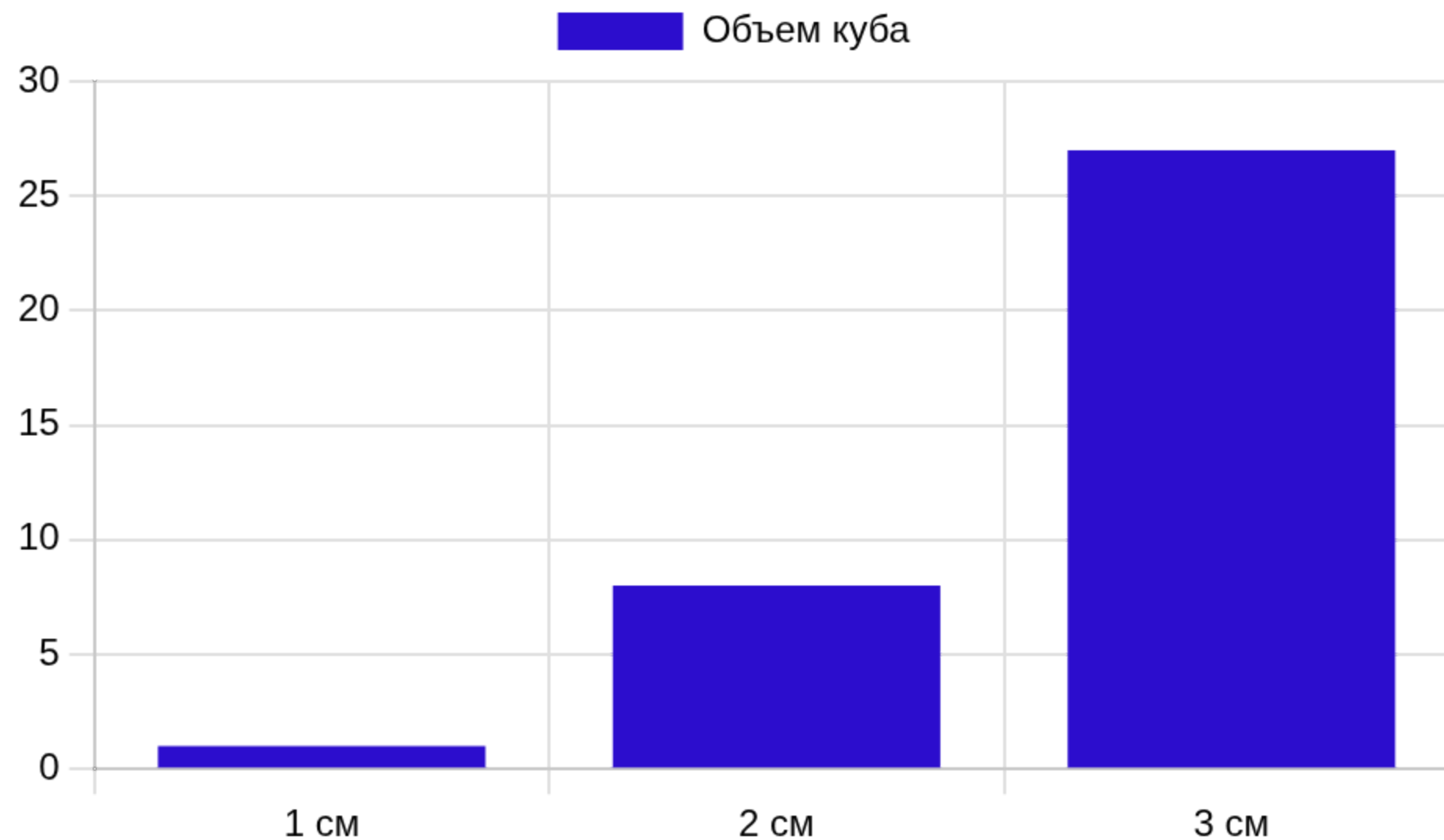
Подсчет граней, ребер и вершин

Сравнение показывает, как количество элементов зависит от вида многогранника и помогает быстрее распознавать тело и применять формулы.

У призмы и параллелепипеда сохраняются два основания, а у пирамиды — одно; число ребер и вершин меняется вместе с формой тела.

Фигура	Элементы	Значения
Куб	грани, ребра, вершины, основания	6; 12; 8; 2
Прямоуг. параллелепипед	грани, ребра, вершины, основания	6; 12; 8; 2
Треугольная призма	грани, ребра, вершины, основания	5; 9; 6; 2
Квадратная пирамида	грани, ребра, вершины, основания	5; 8; 5; 1

Как изменяется объем при изменении размеров



Даже небольшое увеличение ребра заметно меняет вместимость куба, поэтому при расчетах важно точно измерять длину и аккуратно подставлять ее в формулу.

Объем растет быстрее линейных размеров: зависимость кубическая, а не линейная, поэтому увеличение ребра резко увеличивает результат.

Школьный курс геометрии: объем куба $V = a^3$

Формулы площади поверхности и объема

1. Объем куба

Если все ребра куба равны a , его объем находят по формуле $V = a^3$. Эта запись показывает, что объем зависит от длины ребра в третьей степени.

2. Объем параллелепипеда

Для прямоугольного параллелепипеда используют размеры a , b и c . Формула $V = abc$ удобна, потому что учитывает длину, ширину и высоту тела одновременно.

3. Объем цилиндра

Цилиндр имеет круглое основание радиуса r и высоту h . Его объем вычисляют по формуле $V = \pi r^2 h$, то есть через площадь основания и высоту.

4. Площадь поверхности и единицы

Площадь поверхности показывает, сколько материала нужно для оболочки тела, а объем — его вместимость. Объем измеряют в см^3 , дм^3 и м^3 , поэтому единицы всегда кубические.

Сечения пространственных фигур

Что такое сечение

Сечение — это фигура, которая получается, когда тело пересекают плоскостью. Его форма зависит от того, как именно плоскость проходит через пространство.

У многогранников

У куба и прямоугольного параллелепипеда сечения чаще всего бывают квадратными или прямоугольными. Все зависит от наклона плоскости и выбранных граней.

У тел вращения

Если плоскость параллельна основанию цилиндра, получается круг. У конуса и пирамиды сечения могут заметно меняться при разном положении плоскости.

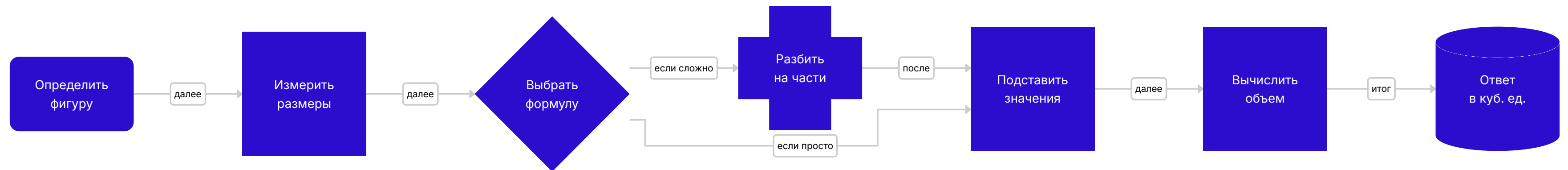
Зачем это нужно

Сечения помогают понять внутреннее строение тела и решить задачи на вычисление площадей и размеров. В стереометрии это один из самых полезных приемов.



Как найти объем тела

Последовательность действий по школьному курсу геометрии при решении задач на объем и составные тела



Применение пространственных фигур в окружающем мире



Коробки и упаковка

Прямоугольный параллелепипед и куб удобны для коробок, потому что их легко складывать, хранить и перевозить. Такая форма помогает экономить место и материал.



Трубы и банки

Цилиндр часто используют там, где нужен устойчивый и вместительный предмет: в банках, трубах и колоннах. Круглое основание делает форму прочной.



Крыши и указатели

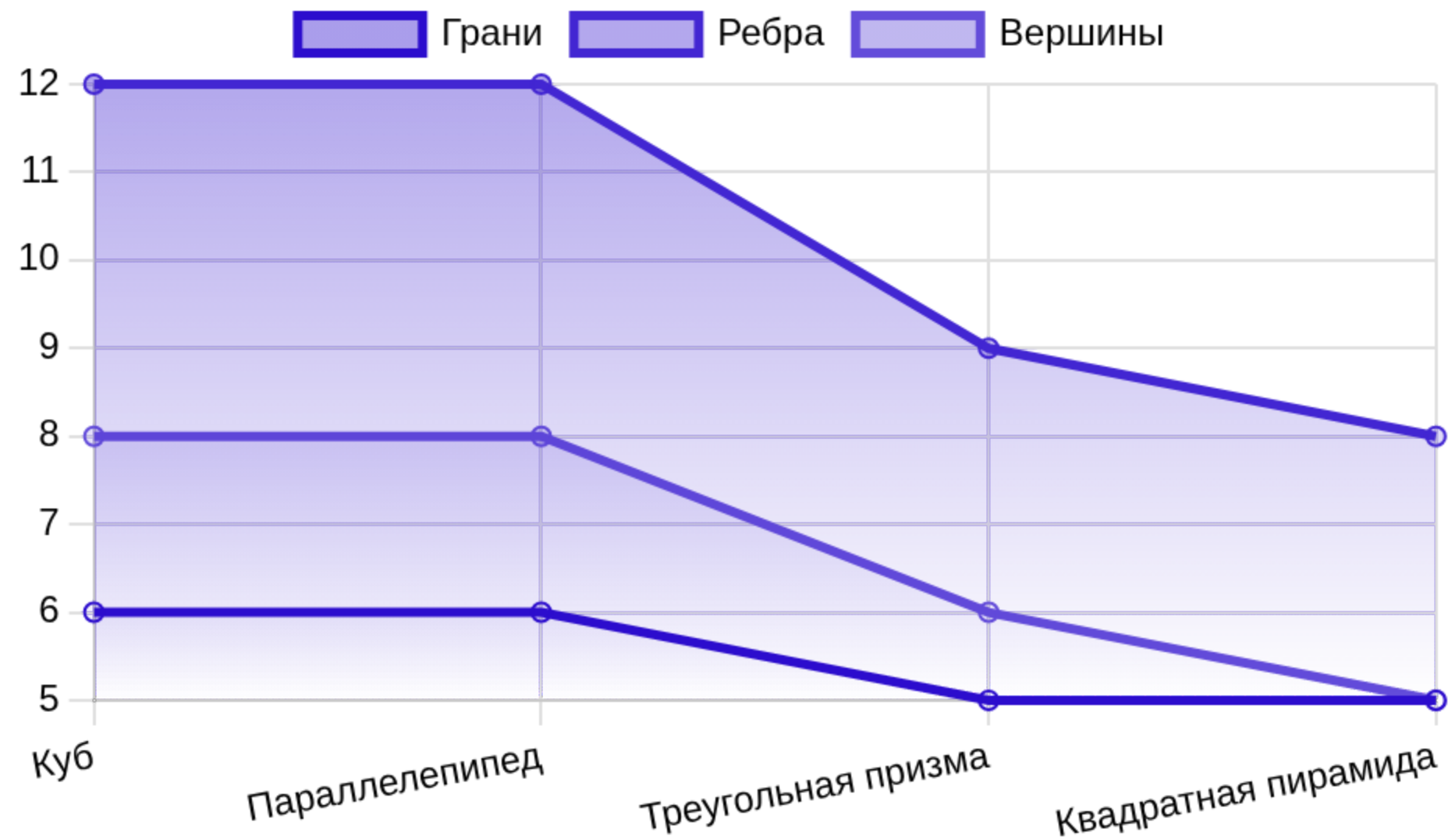
Конус встречается в воронках, дорожных указателях и некоторых крышах. Его форма помогает направлять потоки и делает предмет заметным издалека.



Мячи и детали

Шар связан с мячами, подшипниками и декоративными предметами. Отсутствие ребер и вершин делает его удобным для движения и равномерного контакта.

Сравнение числа элементов у разных тел



Линии на диаграмме показывают, что многогранники отличаются не только формой, но и количеством элементов, поэтому их удобно сравнивать по нескольким признакам сразу.

У куба и параллелепипеда максимум ребер, а у пирамиды меньше вершин; это помогает быстро отличать тела при решении задач.

Типичные ошибки при изучении фигур в пространстве

Путают элементы

Часто ребро, грань и вершину называют неправильно. Чтобы не ошибиться, полезно сначала найти плоскую поверхность, затем линию ее пересечения и только после этого вершину.

Считают кривую поверхность гранью

У цилиндра боковая поверхность не является гранью, потому что она не плоская. Это важно помнить, когда нужно определить элементы тела и посчитать их число.

Неверно находят высоту

Высота призмы или пирамиды не всегда совпадает с боковым ребром. Ее нужно измерять как перпендикуляр к основанию, иначе ответ в задаче будет неверным.

Приписывают шару лишние элементы

У шара нет ребер, вершин и оснований. Ошибка появляется, когда его сравнивают с многогранниками, хотя он относится к телам вращения.

Краткий справочник по основным фигурам

Фигура	Основание	Пример
Куб	квадрат	игральная кость
Призма	многоугольник	коробка
Пирамида	многоугольник	Египетская пирамида
Цилиндр	круг	банка

Таблица помогает быстро сравнить основные тела, увидеть их признаки и выбрать подходящую формулу для вычислений.

По основанию и виду боковой поверхности можно быстро определить тип тела и понять, какую формулу использовать для площади или объема.

Фигуры в пространстве: видеть форму, понимать свойства

Пространственные фигуры окружают нас повсюду и описываются через элементы, развертки, сечения, площади и объемы. Умение различать их помогает уверенно решать задачи и лучше понимать мир.