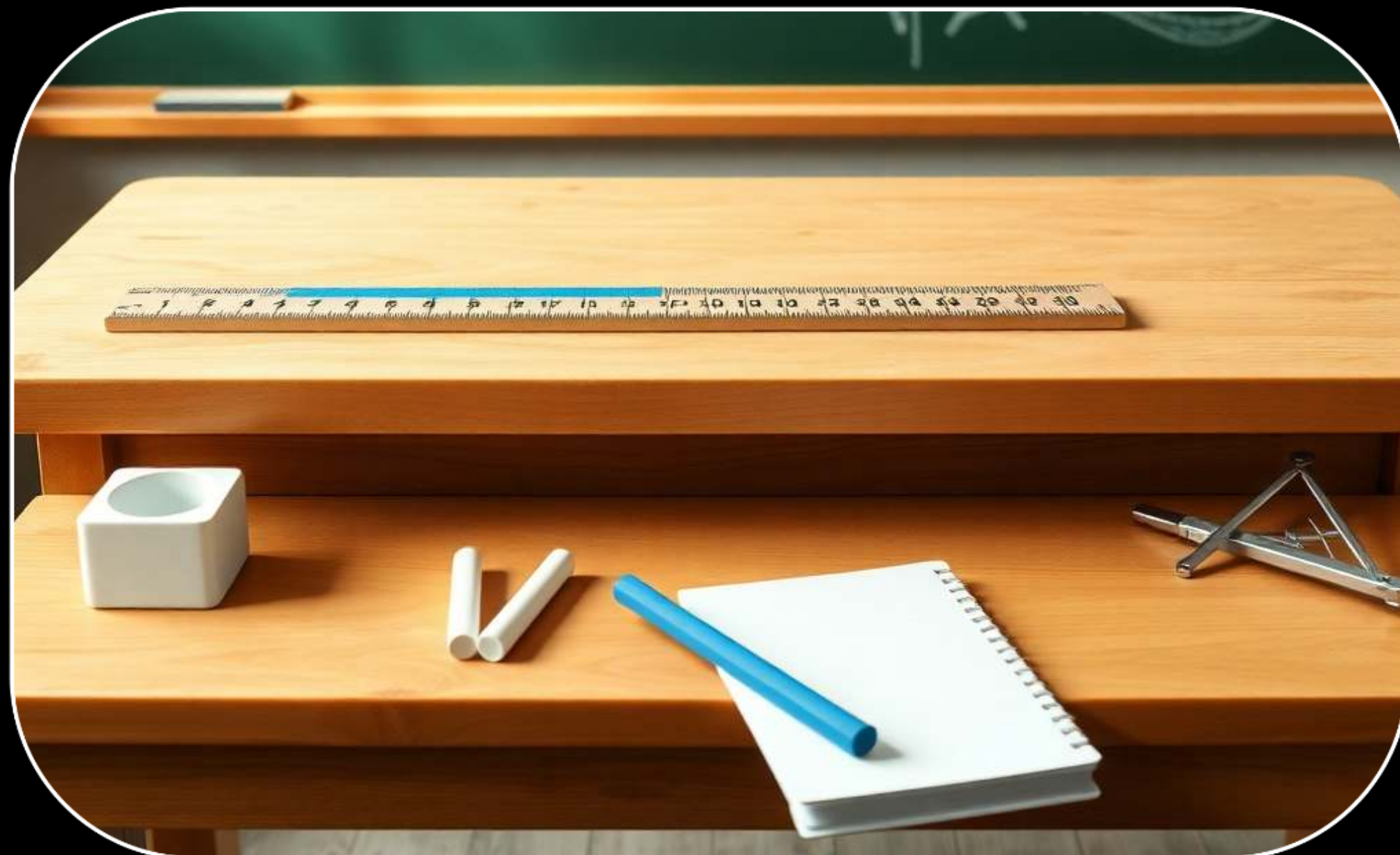


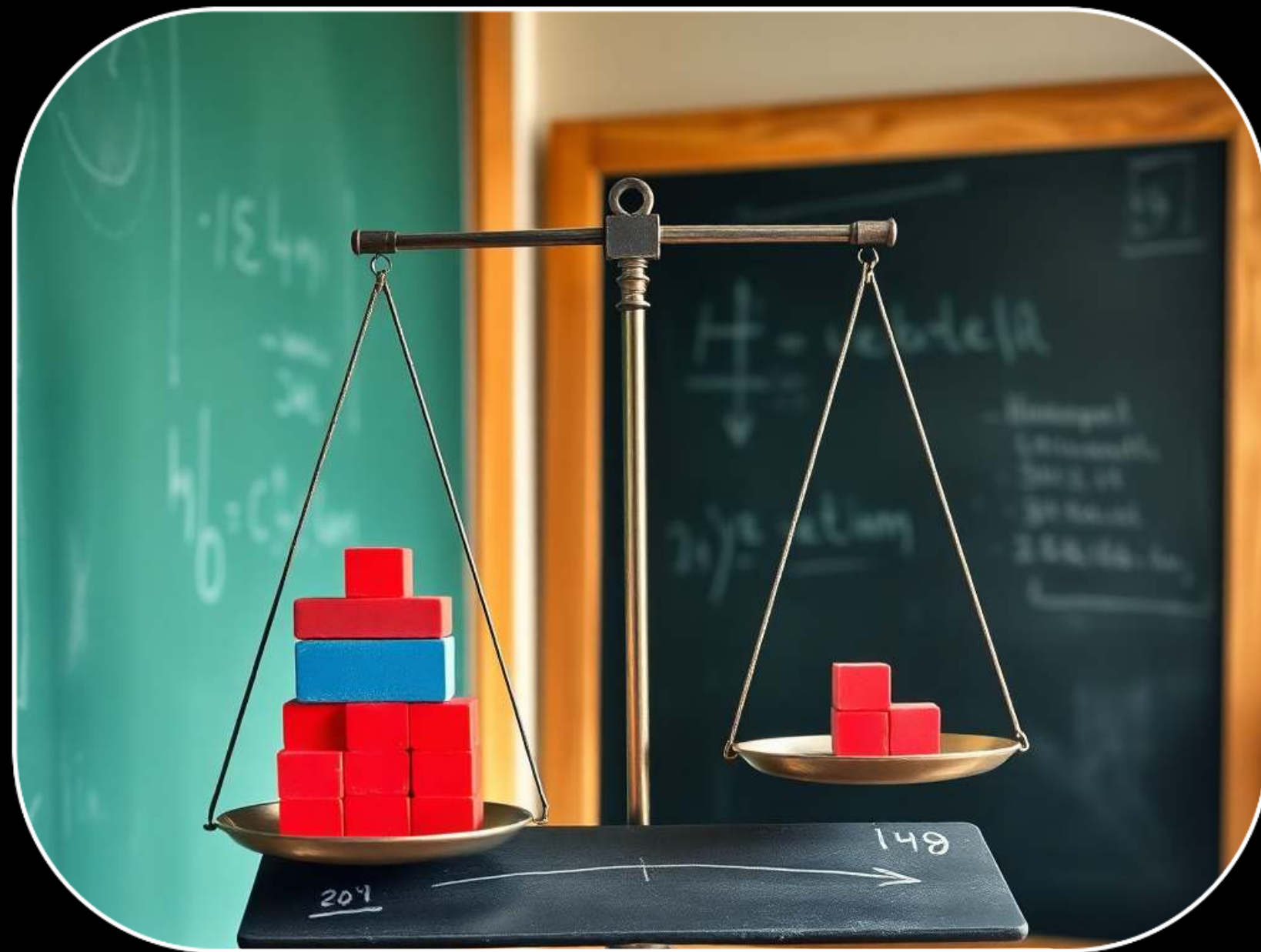
Линейные неравенства с одним неизвестным

Научимся находить множество
решений и записывать его удобно.



Почему неравенства важны в 9 классе

Неравенства помогают работать не с одним числом, а с целым диапазоном значений. Они нужны в задачах про движение, покупки и ограничения, а дальше пригодятся в функциях и системах неравенств.



Что такое линейное неравенство

Переменная первой степени

Линейное неравенство содержит неизвестное только в первой степени. После упрощения его можно привести к виду $ax+b>0$, $ax+b<0$, $ax+b\geq 0$ или $ax+b\leq 0$.

Что считается решением

Решением называют любое значение переменной, при котором неравенство становится верным. Проверка подстановкой показывает, подходит число или нет, без дополнительных преобразований.

Множество решений

Одно неравенство может иметь одно подходящее значение, несколько значений или бесконечно много решений. Всё зависит от того, какие числа удовлетворяют условию после преобразований.

Связь с уравнениями

При решении используют те же действия, что и в уравнениях: раскрытие скобок, приведение подобных и перенос слагаемых. Отличие связано только с правилом знака.

Форма ответа

Ответ можно записывать не только словами, но и на числовой прямой, а также в виде промежутка. Это делает множество решений наглядным и кратким.

Знаки неравенств и их смысл

Знак	Чтение	Граница
$>$	больше	нет
$<$	меньше	нет
$\geq$	больше или равно	да
$\leq$	меньше или равно	да

Сравним четыре знака и сразу увидим, входит ли граница в ответ.

Знаки $>$ и $<$ обозначают строгие неравенства, а $\geq$ и $\leq$ — нестрогие, где граница включается в решение.

Числовая прямая как способ записи ответа

Пустая точка

Пустая точка показывает, что граничное число не входит в решение. Такой знак используют при строгих неравенствах $>$ и $<$, когда граница остается вне множества решений.

Закрашенная точка

Закрашенная точка означает, что граница входит в ответ. Она соответствует нестрогим неравенствам $\geq$ и $\leq$ и помогает сразу увидеть включенное значение.

Направление луча

Если решения больше выбранной границы, луч направлен вправо; если меньше — влево. Направление стрелки показывает, в какую сторону продолжается множество решений.

Отрезок между границами

Когда решение ограничено с двух сторон, на прямой выделяют отрезок или промежуток. Тогда важно точно отметить обе границы и указать, входят ли они в ответ.

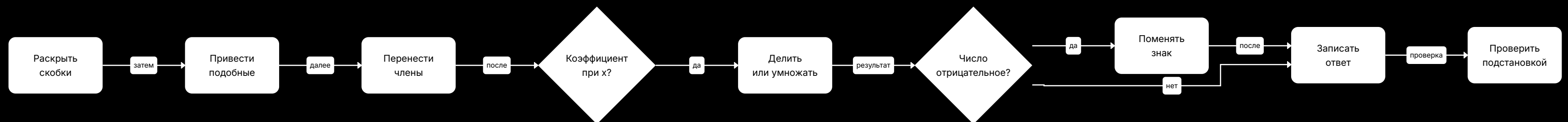
Точность записи

При записи на прямой нельзя перепутать границы, направление и тип точки. Именно эти детали превращают рисунок в точную математическую запись ответа.



Алгоритм решения линейного неравенства

Последовательность действий при преобразовании линейных неравенств с одним неизвестным



1

ошибка в этом месте способна изменить ответ полностью, даже если вычисления верны.

Главное правило решения неравенств: при делении или умножении на отрицательное число знак меняется. Это отличие особенно важно, потому что одна ошибка меняет всё множество решений.

Как меняется ответ при разных знаках неравенства

На одном и том же числе 3 видно разницу между строгими и нестрогими неравенствами: форма границы меняется вместе со знаком.

Знак неравенства определяет, включается ли граница в ответ: у строгих неравенств она исключена, у нестрогих — включена.

Сравнение решений неравенств $x > 3$, $x \geq 3$, $x < 3$, $x \leq 3$

Пример решения неравенства без скобок

Перенос числа

1

Начинаем с неравенства $3x - 5 \leq 7$. Прибавляем 5 к обеим частям, чтобы убрать свободное число слева. Получаем более простую запись: $3x \leq 12$.

Деление на коэффициент

2

Теперь делим обе части на 3. Коэффициент положительный, поэтому знак не меняется. В итоге получаем $x \leq 4$, и решение уже выражено в окончательном виде.

Проверка значений

3

Подставляем числа 4, 3 и 0: неравенство выполняется. Число 5 не подходит, потому что при подстановке получается неверное утверждение. Это подтверждает правильность решения.

Запись ответа

4

Ответ можно записать как $x \leq 4$ или $x \in (-\infty; 4]$. Такая форма сразу показывает, что подходят все числа, не превышающие 4, включая само число 4.



Пример с отрицательным коэффициентом

1 Убираем свободное число

Рассмотрим неравенство $-2x+6>10$. Сначала вычитаем 6 из обеих частей, чтобы оставить только член с переменной. Получаем запись $-2x>4$.

2 Делим на отрицательное

Теперь делим обе части на -2 . Здесь важно помнить правило: знак неравенства меняется на противоположный. После деления получаем $x<-2$.

3 Читаем ответ на прямой

На числовой прямой число -2 отмечают пустой точкой, потому что оно не входит в решение. Все подходящие значения лежат левее этой границы.

4 Почему это важно

Такой пример показывает, что отрицательный делитель нельзя игнорировать. Даже правильные промежуточные вычисления дадут неверный ответ, если забыть поменять знак.



Неравенства со скобками

Сначала раскрываем

1

Если перед скобками стоит число, его умножают на каждый член выражения. Так $2(x-3) > 8$ превращается в $2x-6 > 8$ без пропусков и лишних шагов.

Переносим числа

2

После раскрытия удобно собрать неизвестные слева, а числа справа. Тогда из $2x-6 > 8$ получаем $2x > 14$, и дальнейшие вычисления становятся проще.

Делим аккуратно

3

Когда коэффициент при x найден, обе части делят на это число. В примере $2x > 14$ получаем $x > 7$, потому что делитель положительный.

Следим за знаками

4

Особенно внимательно нужно работать, если перед скобками стоит минус или дробь. Ошибка в одном знаке меняет весь ответ, даже если остальные действия выполнены верно.



Типичные ошибки при решении неравенств

В таблице показано, какие ошибки встречаются чаще всего, почему они приводят к неверному ответу и как действовать правильно.

Большинство ошибок связано не со сложностью темы, а с невнимательностью к знакам, границам и порядку преобразований.

Ошибка	Почему неверно	Правильно
Отрицат. делитель	Знак меняется	Поменять знак
Точка не та	Граница неверна	Выбрать точку
Без смены знака	Нарушен перенос	Менять знак
Скобки частично	Искажен вид	Раскрыть полностью

Учебная тема «Линейные неравенства с одним неизвестным»

Проверка решения подстановкой значений

Подстановка помогает быстро увидеть, какие значения делают неравенство верным. Здесь удобно сравнить результат не только по вычислениям, но и по смыслу условия.

Значения 2 и 5 удовлетворяют неравенству, а -3 и 0 — нет. Проверка подтверждает правильность найденного множества решений.

Пример: неравенство $x+1>2$

Интервальная запись решений



а) $0 < 5x + 1 + 2$

б) $2 \leq 1a, 6) \times 1a, 7 \times + = 2$

Круглая скобка

Круглая скобка показывает, что граница не входит в ответ. Поэтому запись $(-2; 5)$ означает все числа между -2 и 5 , но без самих границ.

Квадратная скобка

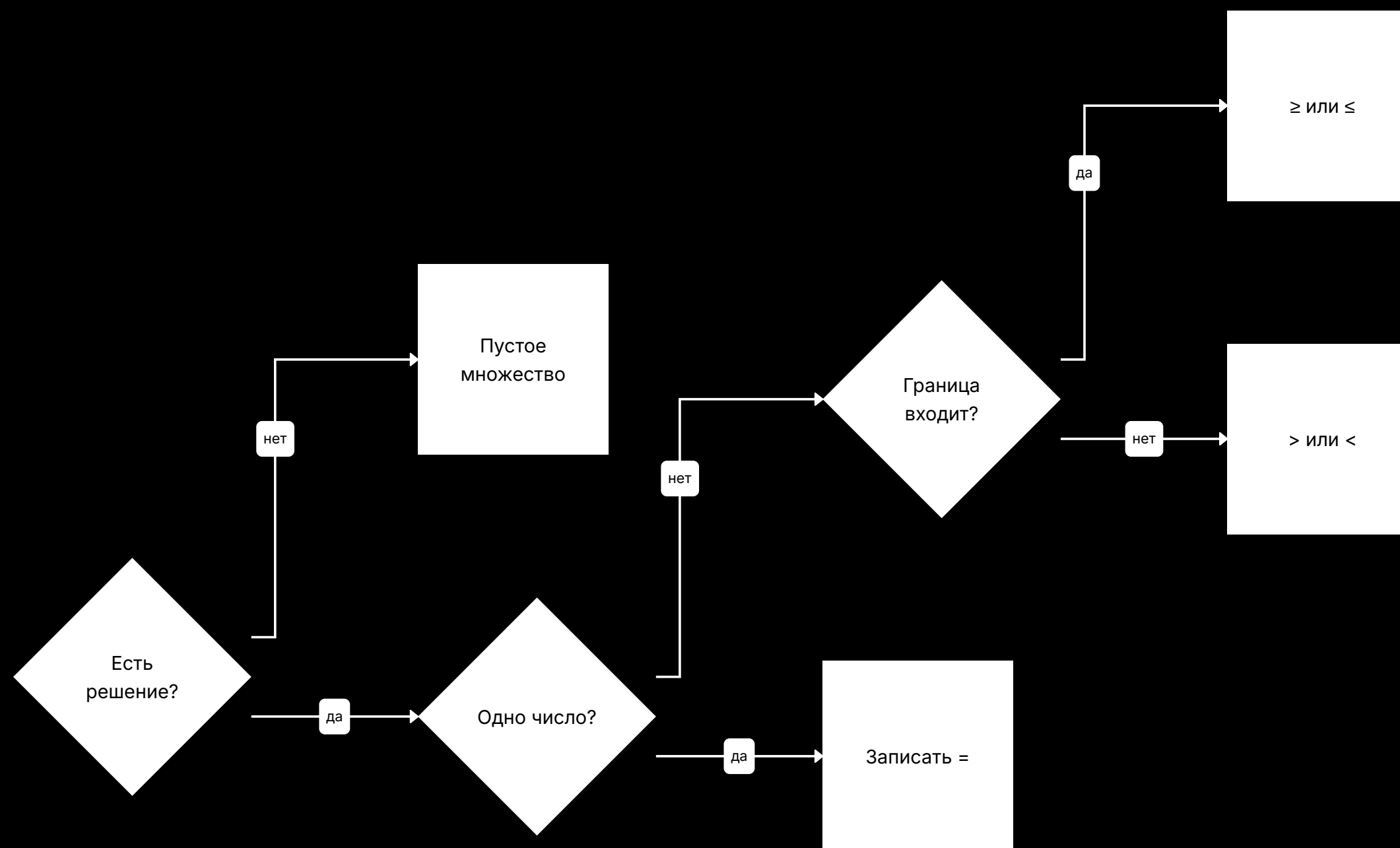
Квадратная скобка означает включение границы в множество решений. Например, $[3; +\infty)$ показывает все числа, начиная с 3 и дальше без ограничения сверху.

Удобная форма

Интервал позволяет записывать ответ короче, чем на числовой прямой. Эту запись часто используют вместе с неравенством, чтобы быстро показать границы и их включение.

Как выбрать форму ответа

Схема показывает, как связать вид решения с записью на числовой прямой и в интервале.



Жизненные ситуации, которые описываются неравенствами



Поездка и багаж

В дороге часто задают ограничение на массу чемодана. Если багаж не должен быть тяжелее 10 кг, это выражается неравенством, где допустимы все значения до 10 включительно. Переменная здесь обозначает массу, а условие — верхнюю границу.



Участие по возрасту

Для кружков, соревнований и мероприятий нередко есть возрастной порог. Если участвовать можно с 12 лет и старше, неравенство задаёт минимально допустимое значение. Оно помогает отделить подходящие варианты от тех, которые ещё не соответствуют правилу.



Время и бюджет

Неравенства удобны, когда нужно уложиться в срок или сумму. Например, на выполнение задания отводится не более 40 минут, а покупка должна стоить не дороже 1500 рублей. В обоих случаях важно найти все значения, которые подходят под ограничение.

Сколько решений может иметь неравенство

После упрощения неравенство может привести к разным итогам: к диапазону, к противоречию или к верному утверждению. Это зависит от полученной записи.

Чаще всего линейное неравенство имеет бесконечно много решений, но возможны и пустой ответ, и ситуация, когда подходит любое число.

Обобщение учебных примеров

Как проверить ответ по границе решения

1 Возьмите число из ответа

Сначала подставьте значение, которое точно лежит внутри найденного промежутка. Если неравенство верно, это подтверждает, что основная часть решения найдена правильно.

2 Проверьте границу

Затем подставьте число на границе. Для $x \leq 4$ число 4 подходит, потому что граница входит в ответ и неравенство остаётся верным.

3 Сравните внешнее число

После этого выберите число вне промежутка, например 5 для $x \leq 4$. Если оно не подходит, значит граница и направление решения определены верно.

4 Сделайте вывод

Такая проверка особенно полезна после работы со скобками, дробями и отрицательными коэффициентами. Она помогает заметить ошибку ещё до окончательной записи ответа.



Краткая памятка по решению линейных неравенств

Шаг	Действие	Результат
1	Скобки	Раскрыть
2	Подобные	Привести
3	Члены	Перенести
4	Коэф.	Разделить
5	Отриц.	Сменить знак
6	Ответ	Прямая и интервал

Памятка помогает быстро вспомнить порядок действий и главное правило работы со знаком неравенства.

Последовательность действий делает решение понятным, а главное правило запоминается отдельно: знак меняется только при делении или умножении на отрицательное число.

Линейные неравенства: главное, что нужно запомнить

Линейные неравенства показывают не одно число, а целый набор подходящих значений. Если помнить правило про отрицательный коэффициент и аккуратно проверять ответ, ошибки становятся редкими.

Set of solutions.



$$\underline{2 + =}$$

$$\frac{20}{8}$$

$$\frac{6}{8} = x -$$
$$h = 12$$