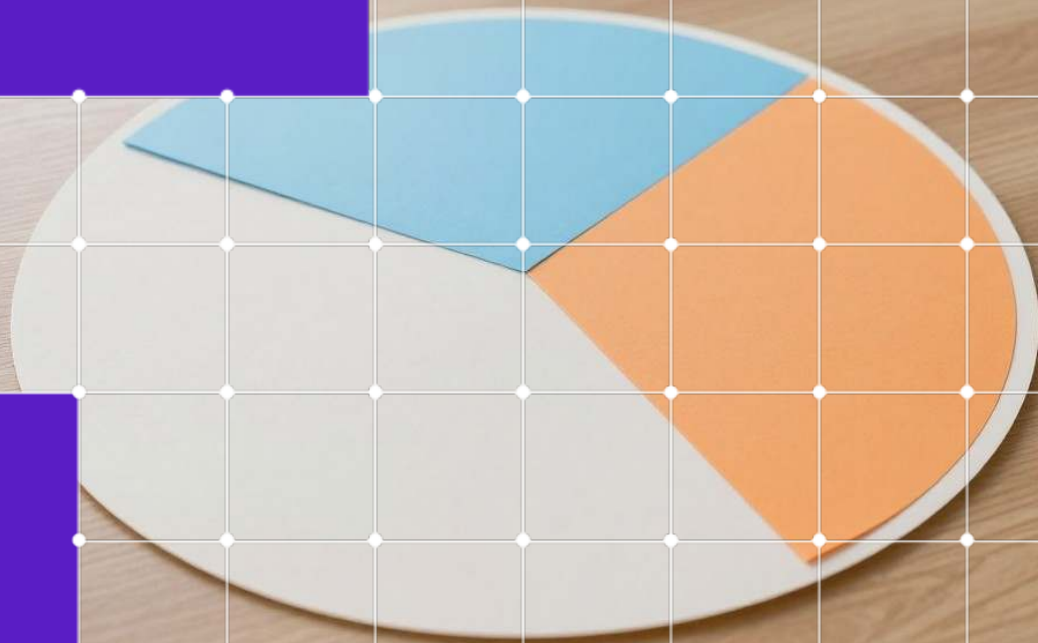


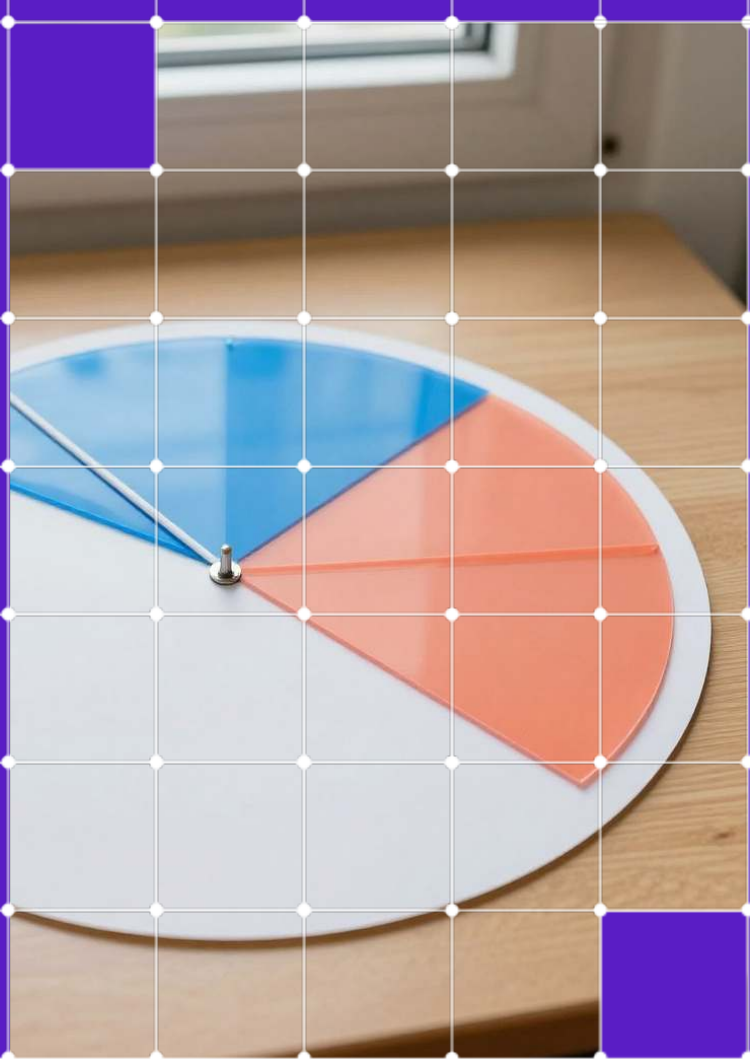
Вычисление площади кругового сектора и сегмента

Разберём две части круга и научимся находить их площадь.



Круг в задачах и жизни

Сектора и сегменты легко увидеть в колёсах, циферблатах, пицце, арках и окнах. В геометрии важно уметь отличать их и выбирать нужную формулу по данным задачи.



Что такое круговой сектор

Часть круга

Круговой сектор — это область, ограниченная двумя радиусами и дугой между ними. Его границы всегда выходят из центра окружности и образуют один угол.

Угол определяет размер

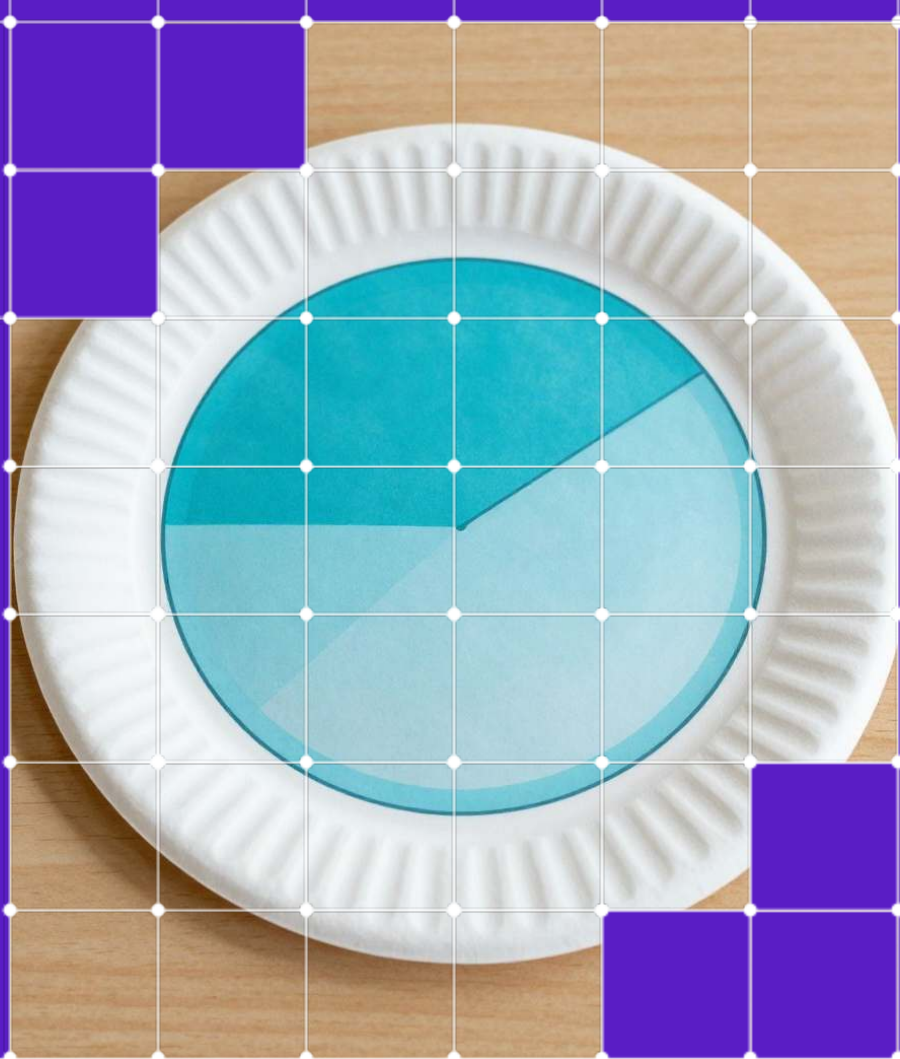
Чем больше центральный угол, тем больше сектор. При одинаковом радиусе площадь сектора растёт вместе с углом, потому что он занимает большую долю круга.

Особые случаи

Если угол равен 90° , сектор занимает четверть круга. При 180° получается полукруг, а его площадь составляет половину площади всего круга.

Что важно помнить

Для вычислений нужны радиус, центральный угол и площадь полного круга. Именно эти данные позволяют быстро определить, какую часть круга занимает сектор.



2

**основные формулы дают
одинаковый результат,
если угол измерен
в подходящих единицах**

Школьный курс геометрии: площадь круга и его частей

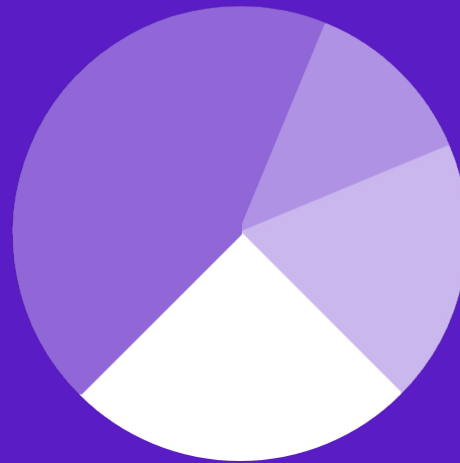
Для сектора используют формулу по градусам
и формулу по радианам; выбор зависит только
от записи угла.

Как меняется доля круга при разных углах

При одном и том же радиусе площадь сектора меняется только из-за угла. Поэтому удобно сравнивать стандартные случаи, где доля круга легко узнаётся без длинных вычислений.

Рост угла ведёт к росту площади прямо пропорционально: чем больше угол, тем больше сектор.

30° 60° 90° 120° 180°



Школьный курс геометрии: пропорция площади сектора углу

Обозначения на чертеже сектора

Центр окружности

Точку центра обычно обозначают буквой O . От неё строят два радиуса, которые задают границы сектора и помогают увидеть, где начинается и заканчивается фигура.

Радиусы и дуга

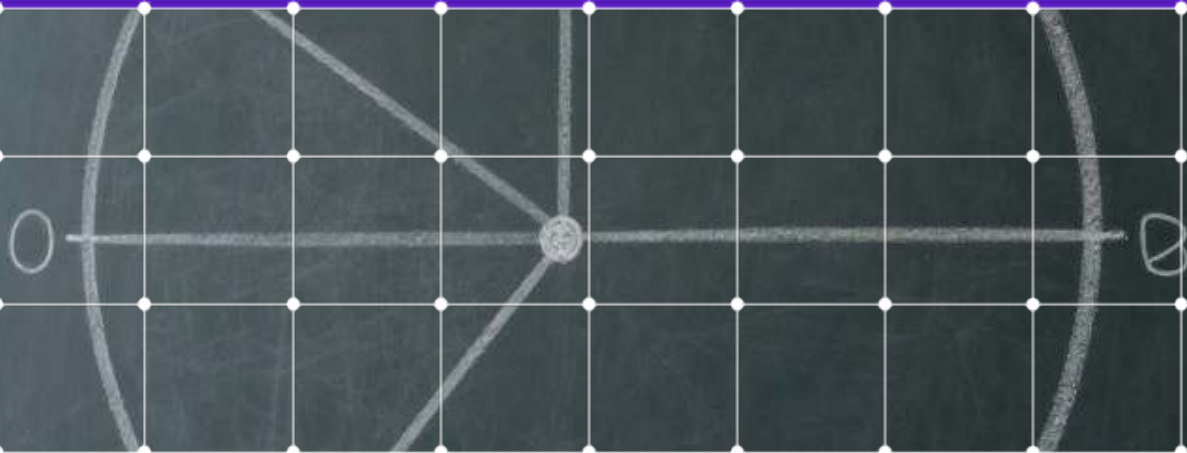
Отрезки OA и OB — это радиусы. Между ними лежит дуга AB , по которой определяется часть окружности, входящая в сектор.

Центральный угол

Угол AOB называют центральным, потому что его вершина находится в центре окружности. Именно этот угол чаще всего используют в формулах площади.

Выделение на рисунке

Если сектор закрасить или обвести цветом, легче понять, какие линии являются границами фигуры. Это особенно полезно в задачах с несколькими отрезками и дугами.



Алгоритм нахождения площади сектора

1. Найти данные

Сначала внимательно выписывают радиус и центральный угол. Без этих величин невозможно выбрать нужную формулу и определить, какую часть круга занимает сектор.

2. Выбрать формулу

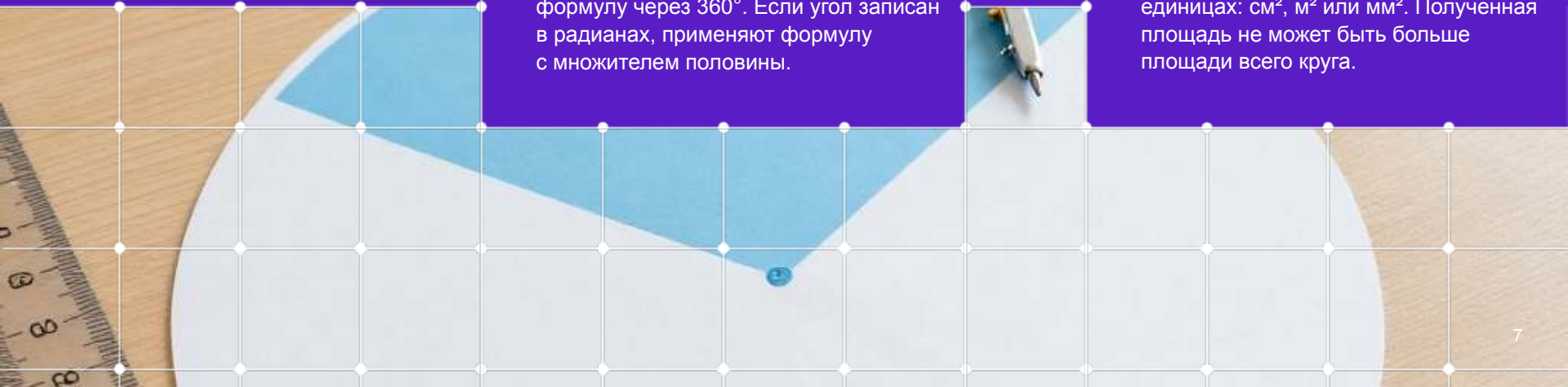
Если угол дан в градусах, используют формулу через 360° . Если угол записан в радианах, применяют формулу с множителем половины.

3. Подставить значения

Затем подставляют числа в формулу и аккуратно выполняют вычисления. Важно не перепутать единицы измерения и не потерять число π .

4. Записать ответ

Ответ записывают в квадратных единицах: см^2 , м^2 или мм^2 . Полученная площадь не может быть больше площади всего круга.



Примеры вычисления площади сектора

r	α	S
6 см	60°	$6\pi \text{ см}^2$
5 см	90°	$25\pi/4 \text{ см}^2$
8 см	45°	$8\pi \text{ см}^2$

Школьные примеры по теме «Площадь сектора»

В таблице показаны типичные задачи с точными ответами через π .

Площадь растёт при увеличении радиуса и угла; точные ответы удобно оставлять в виде выражений с π .

Что такое круговой сегмент

1. Границы фигуры

Круговой сегмент — это часть круга, которая лежит между хордой и соответствующей дугой. В отличие от сектора, у него одна граница прямая, а другая — дуга.

2. Связь с сектором

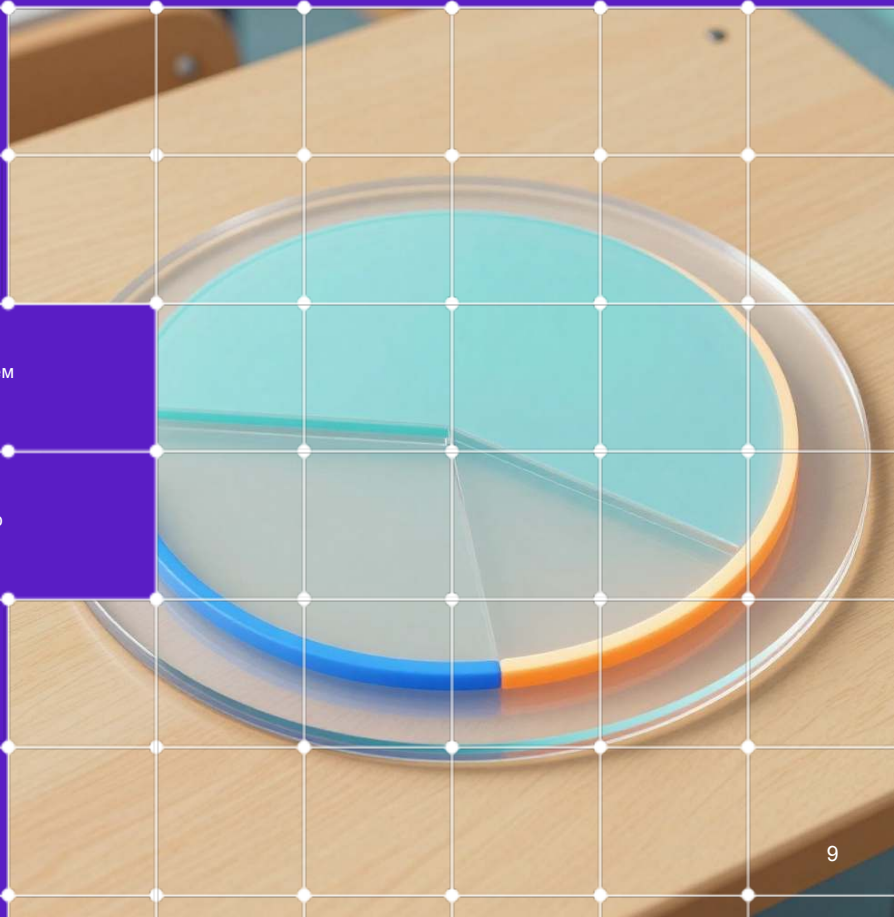
Площадь сегмента удобно находить через сектор. Сначала вычисляют площадь сектора, затем вычитают площадь треугольника, образованного двумя радиусами и хордой.

3. Меньший сегмент

В школьных задачах чаще рассматривают меньший сегмент. Он расположен внутри меньшего сектора и имеет площадь меньше, чем соответствующая часть круга целиком.

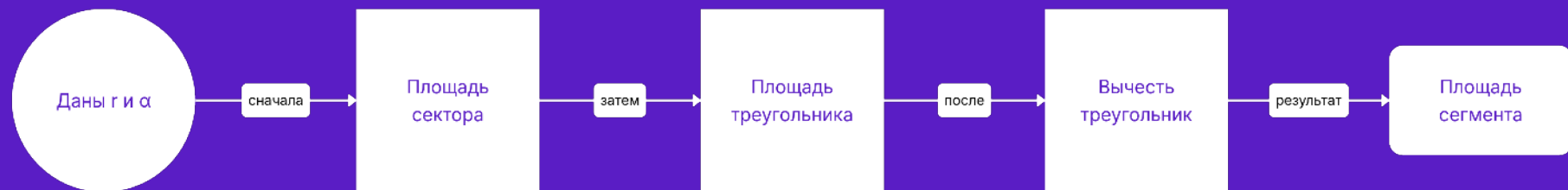
4. Что важно заметить

Если на чертеже есть хорда и дуга, нужно проверить, идёт ли речь именно о сегменте. Это помогает не перепутать его с сектором.



Как находят площадь сегмента

Последовательность действий при известных радиусе и центральном угле



Формула площади сегмента

Разность площадей

Площадь меньшего сегмента находят как разность площади сектора и площади треугольника, который образуют два радиуса и хорда. Такой способ работает, когда известны радиус и центральный угол.

Треугольник в радианах

Если угол задан в радианах, площадь треугольника между радиусами вычисляют по формуле $S = r^2 \sin \alpha / 2$. Она удобна, потому что сразу связывает угол, радиус и синус.

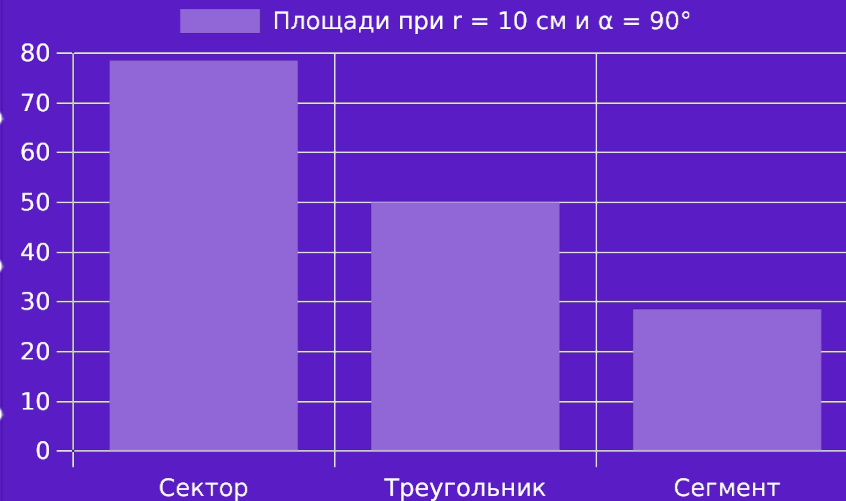
Частный случай 90°

При центральном угле 90° получается равнобедренный прямоугольный треугольник. Его площадь равна $r^2/2$, поэтому вычитание из площади сектора выполняется особенно быстро и без лишних преобразований.

Сектор, треугольник и сегмент при одном радиусе

На диаграмме видно, что треугольник занимает только часть сектора, а сегмент получается как оставшаяся часть внутри дуги и хорды.

Сегмент всегда меньше соответствующего сектора; при фиксированном радиусе различие между фигурами зависит только от центрального угла.



Расчёт по формулам площади сектора и треугольника для $r = 10$ см, $\alpha = 90^\circ$.

Сегмент в реальных объектах

Арка и окно

Дугообразная арка или верхняя часть окна часто напоминают круговой сегмент. По такой модели удобно вычислять площадь стекла, вставки или декоративной панели, если известны размеры дуги и хорды.



Срез фрукта

Когда апельсин разрезают не ровно пополам, а под углом, форма среза становится похожей на сегмент. Это хороший наглядный пример для понимания, как дуга и хорда ограничивают фигуру.



Часть колеса

У обода колеса, щита или круговой детали можно выделить участок, близкий к сегменту. В технике такая форма помогает оценивать площадь покрытия, покраски или защитной накладки без лишних измерений.



Пример вычисления площади сегмента

Величина	Значение	Формула
Сектор	$100\pi/6$	$\pi r^2 \alpha / 360^\circ$
Треугольник	$25\sqrt{3}$	$r^2 \sin \alpha / 2$
Сегмент	$100\pi/6 - 25\sqrt{3}$	$S_{\text{сектора}} - S_{\text{треугольника}}$

Расчёт по формулам площади сектора и треугольника при $r = 10$ см, $\alpha = 60^\circ$.

Для радиуса 10 см и угла 60° вычисляем площадь сектора, затем площадь треугольника и находим разность. Важно сохранить точный вид ответа.

Точный ответ выражается через π и корень: это позволяет избежать округления и сохранить полную математическую точность.

Частые ошибки при вычислениях



Путают фигуры

Иногда вместо сегмента находят сектор или наоборот. Чтобы не ошибиться, нужно помнить: сектор ограничен двумя радиусами, а сегмент — хордой и дугой.



Берут не тот угол

Вычисления начинают с правильного центрального угла, а не с любого угла на чертеже. Если угол выбран неверно, площадь получается для другой части круга.



Смешивают единицы

Формулы выглядят похоже, но для градусов и радианов используются разные записи. Ещё одна типичная ошибка — забыть перевести угол в нужную систему измерения.

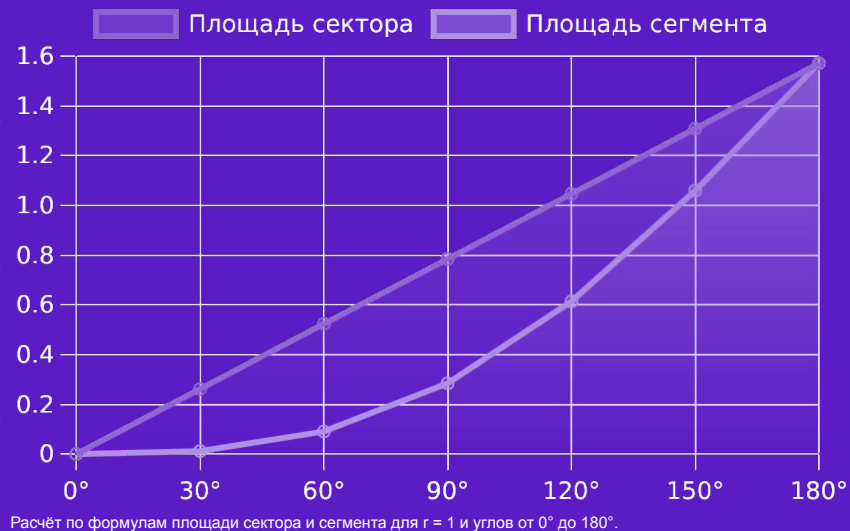
Забывают единицы площади

Ответ всегда записывают в квадратных единицах: см^2 , м^2 или мм^2 . Если написать только сантиметры, это будет уже не площадь, а длина.

Как угол влияет на площадь

Для сравнения использован единичный радиус, поэтому видно только влияние угла. При больших углах разница между сектором и треугольником становится заметнее.

Чем больше центральный угол, тем больше обе площади. Секмент растёт медленнее сектора только на малых углах, а затем быстро увеличивается.



Связь площади сектора с длиной дуги

1. Сначала дуга

Длина дуги помогает описать границу сектора так же точно, как площадь описывает его внутреннюю часть. Если известны радиус и угол, можно сразу найти нужный участок окружности.

2. Формулы длины

В градусах используют $l = 2\pi r \cdot \alpha / 360^\circ$, а в радианах — $l = r\alpha$. Обе записи дают один и тот же результат, если угол указан в правильной системе измерения.

3.

Периметр сектора

Периметр сектора состоит из двух радиусов и дуги. Поэтому в задачах про ограждение, контур или край детали сначала находят длину дуги, а потом складывают все части.

$49\pi/3$ см^2

— это площадь сектора,
с которой начинают
нахождение сегмента.

Расчёт по формуле площади сектора для $r = 7$ см и $\alpha = 120^\circ$.

Сначала находят сектор, затем вычитают площадь
треугольника, построенного на двух радиусах и хорде.
Так удобно проверять, что решение идёт
по правильному алгоритму.

Основные формулы по теме

Величина	Формула
Сектор, °	$\pi r^2 \alpha / 360^\circ$
Сектор, рад	$r^2 \alpha / 2$
Дуга	$2\pi r \alpha / 360^\circ$
Дуга, рад	$r \alpha$
Сегмент	Сектора – Треугольника

Стандартные формулы школьной геометрии.

Таблица объединяет формулы для сектора, дуги и сегмента. Они основаны на двух главных величинах: радиусе и центральном угле.

Если известны радиус и угол, можно найти и площадь, и дугу, а затем проверить результат через площадь круга и свойства треугольника.

Главное, что нужно запомнить

Сектор и сегмент легко различать по границам, а считать их помогает один набор формул. Аккуратность с углами, единицами и порядком действий делает ответ точным и проверяемым.