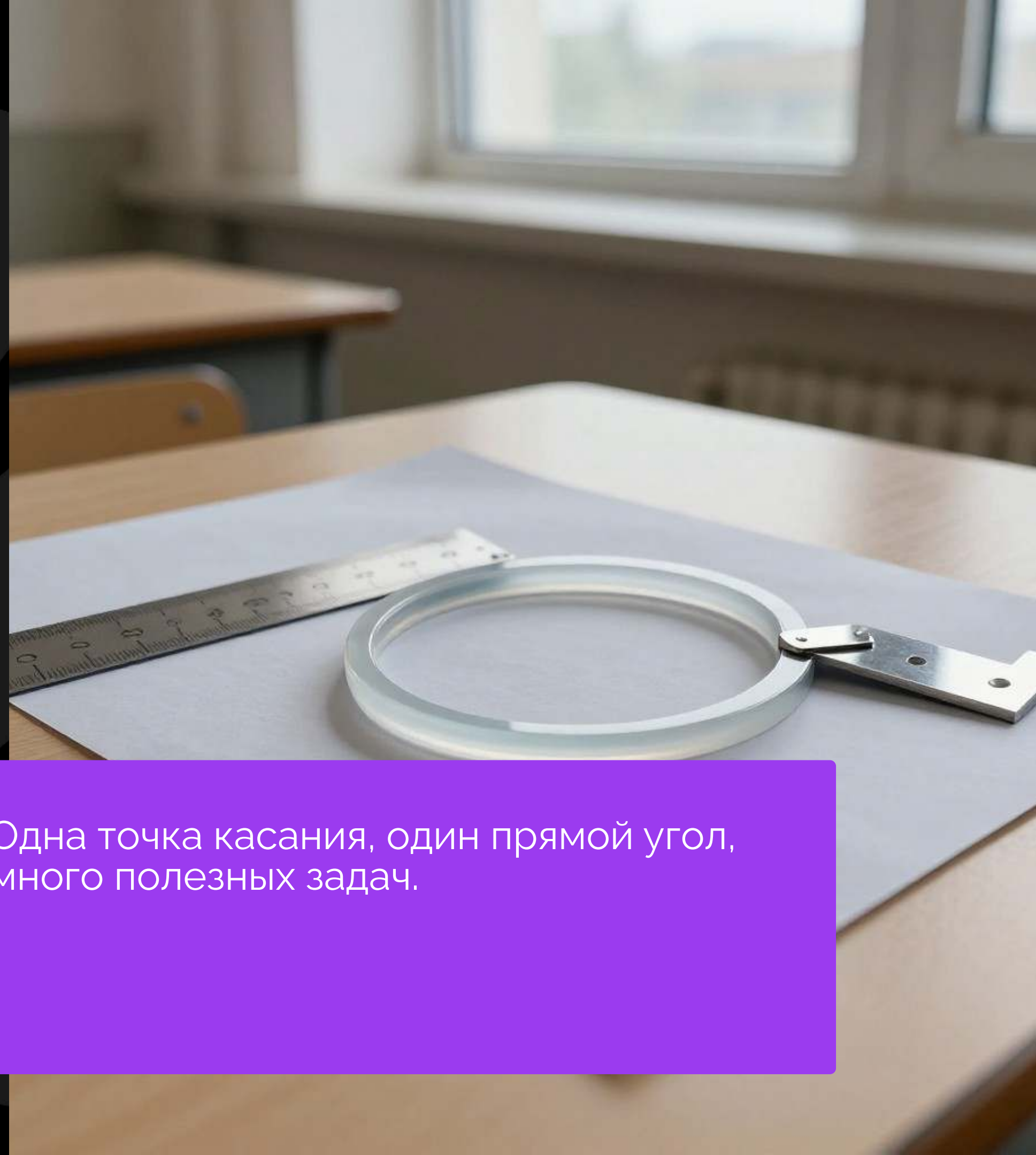
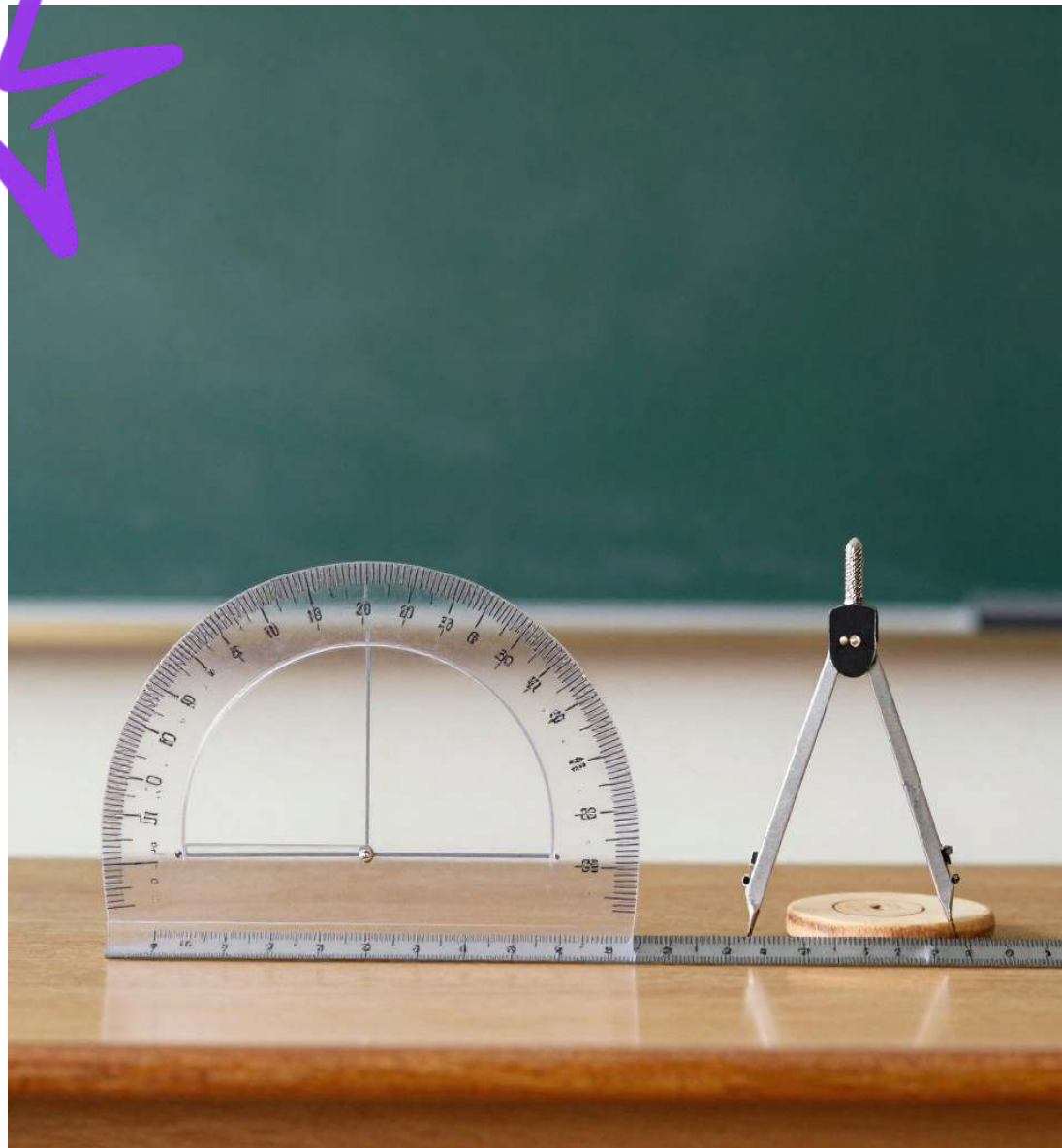
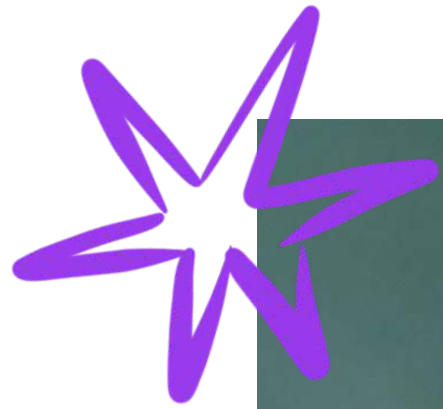


Касательные к окружности: основные идеи урока

Одна точка касания, один прямой угол,
много полезных задач.



Почему касательная важна в геометрии 7 класса



Эта тема соединяет окружность, радиус, угол и перпендикуляр. Она помогает уверенно читать чертежи, выполнять построения циркулем и линейкой и решать практические задачи, связанные с колесами, дугами и арками.



Что такое касательная к окружности

Одна общая точка

Касательная — это прямая, которая имеет с окружностью только одну общую точку. Эта точка называется точкой касания и играет ключевую роль во всех свойствах темы.

Не секущая

Если прямая пересекает окружность в двух точках, это уже секущая. Для решения задач важно сразу смотреть на число общих точек, чтобы не перепутать виды прямых.

Признак по виду

По рисунку касательную обычно узнают по тому, что она как будто лишь «прикадывается» к окружности. Такой способ распознавания помогает быстрее анализировать чертежи и делать выводы.

Касательная и секущая: чем они отличаются



Объект	Точек	Название	Положение
Прямая	1	Касательная	Касается в одной точке
Прямая	2	Секущая	Пересекает окружность

Сравним два вида прямых по числу общих точек с окружностью и по их положению на чертеже.

Число общих точек сразу показывает, с какой прямой мы имеем дело.

Свойства окружности из школьного курса геометрии.

Радиус и касательная в точке касания

Главное свойство

Радиус, проведённый в точку касания, всегда перпендикулярен касательной. Поэтому между ними образуется прямой угол, который удобно отмечать на чертеже значком 90° .

Проверка построения

Если на рисунке есть радиус и касательная, прямой угол помогает проверить, правильно ли выполнено построение. Это особенно полезно в задачах, где ответ нужно обосновать.

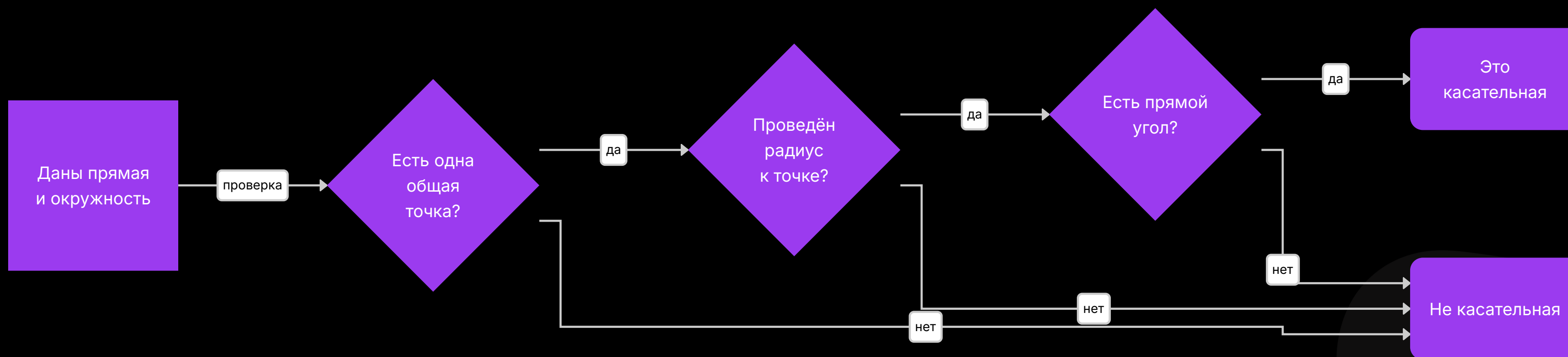
Связь с углами

Свойство перпендикулярности используется не только при построениях, но и при вычислении углов. Оно позволяет опираться на уже известные факты о прямом угле.



Как проверить, является ли прямая касательной

Последовательность проверки для школьных задач по геометрии



Признак касательной

01 Дано условие

Если прямая проходит через точку окружности, а проведённый в эту точку радиус перпендикулярен данной прямой, можно сразу делать вывод о касательной. Это удобный признак для доказательств.

02 Как применять

В задаче сначала отмечают точку касания, затем радиус и знак прямого угла. После этого запись становится короткой и строгой: прямая касается окружности в указанной точке.



Главные свойства касательной

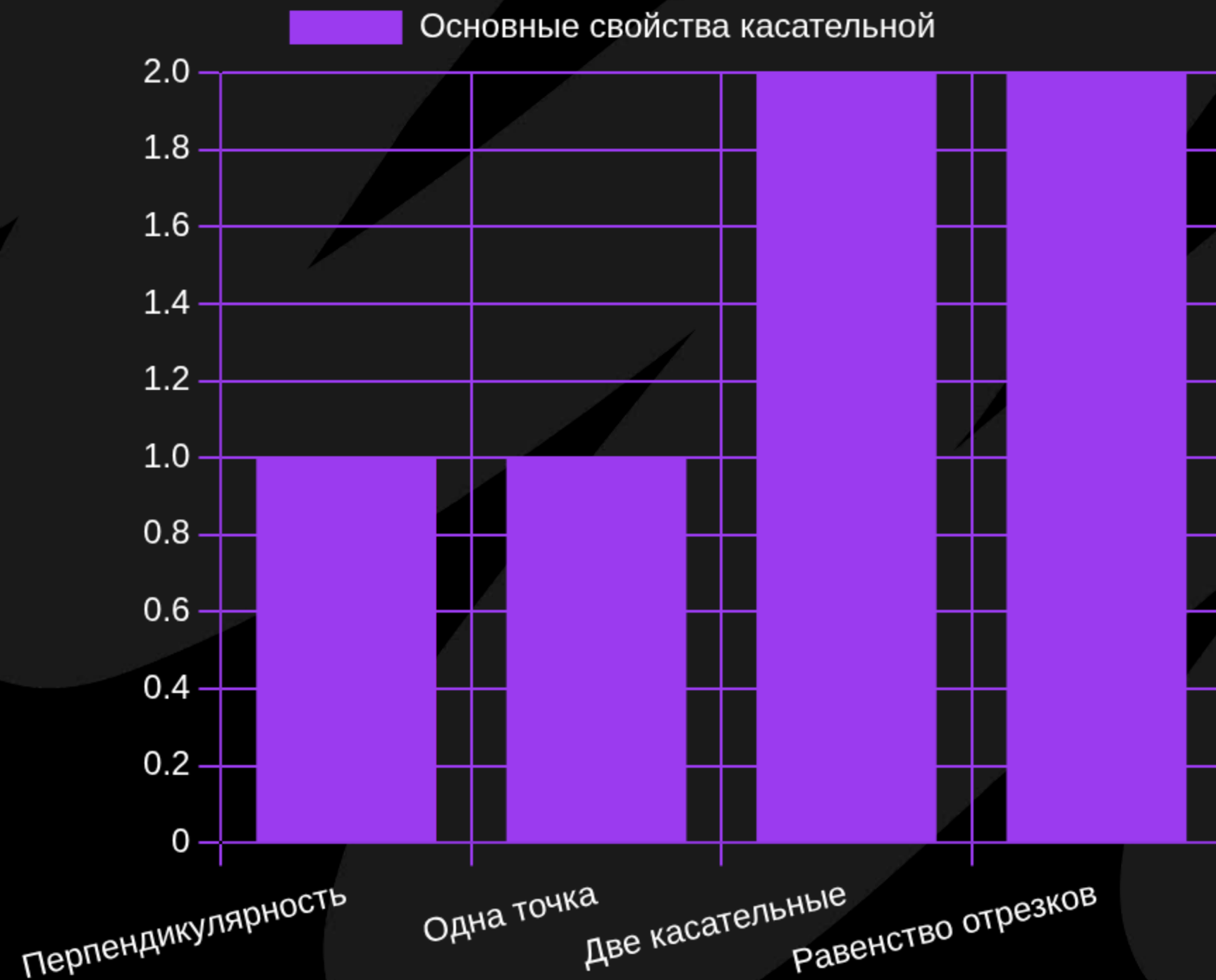
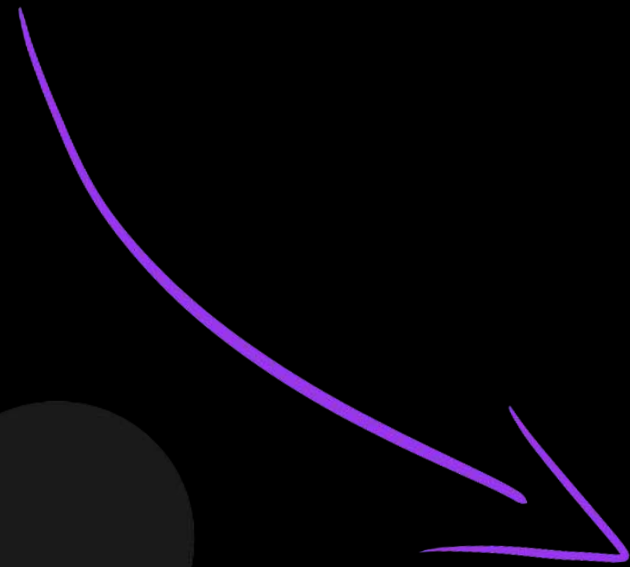


Диаграмма показывает, что свойства касательной работают и для углов, и для длин отрезков.

Самые полезные идеи темы связаны с прямым углом и равенством касательных из одной точки.

Школьный курс геометрии, тема «Касательные к окружности».

Это свойство особенно важно в задачах на длины: оба отрезка до точек касания равны, поэтому неизвестную сторону можно найти по другому отрезку.



2

касатели можно провести из точки, лежащей вне окружности.

Свойства касательных из одной внешней точки, школьная геометрия.

Свойства двух касательных из одной точки

Элемент	Свойство	Следствие
Касательные	Равны	Сравниваем длины
Радиусы	Перпендикулярны	Есть прямые углы
Центр и точка	Делят угол пополам	Удобно для построения

Соберём основные факты, которые чаще всего используют в задачах на вычисления и построения.

Планиметрия, тема «Касательные к окружности».

Равенство, перпендикулярность и симметрия дают три разных способа решать задачи.

Построение касательных с помощью циркуля и линейки

Исходные элементы

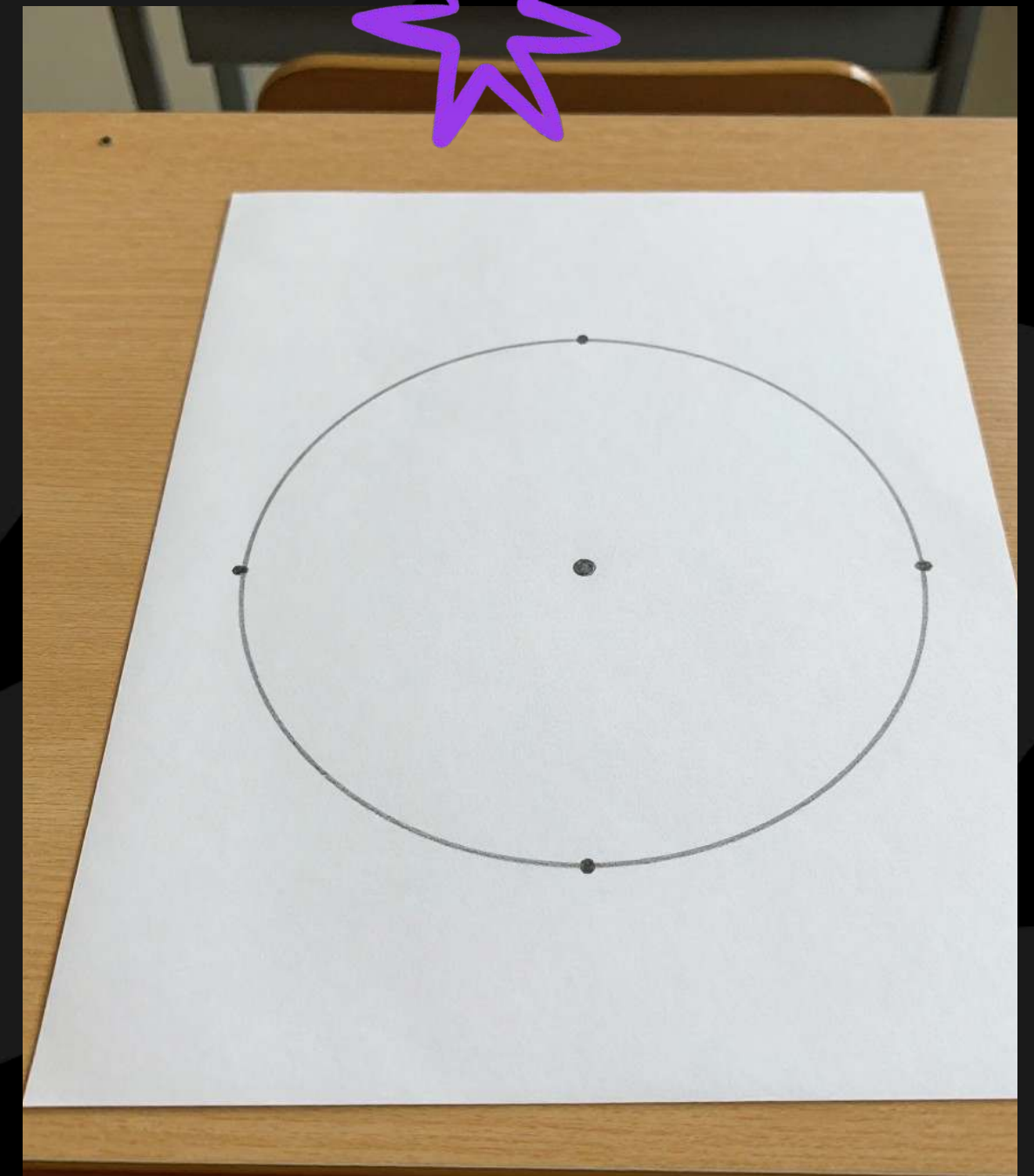
Сначала отмечают внешнюю точку и центр окружности, затем проводят отрезок между ними. Он служит основой построения и помогает найти середину, от которой зависит дальнейший шаг.

Вспомогательная окружность

Через середину отрезка строят вспомогательную окружность. Она позволяет получить точки, из которых удобно провести касательные к исходной окружности без лишних измерений и вычислений.

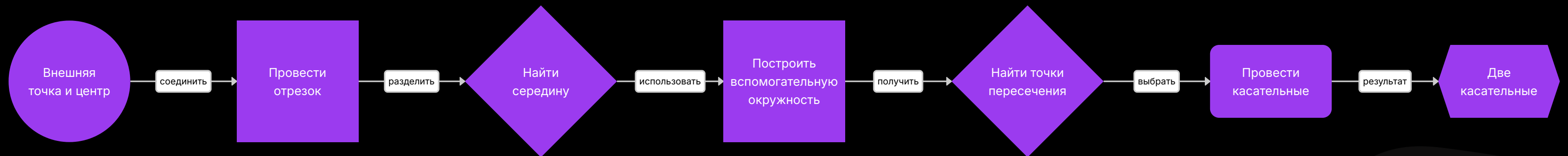
Получение касательных

Через внешнюю точку и найденные точки касания проводят две прямые. В итоге получается пара симметричных касательных, которые касаются окружности в двух разных точках.



Алгоритм построения двух касательных из внешней точки

Последовательность действий для построения по циркулю и линейке



Угол между касательной и хордой

01

Основная связь

Если касательная и хорда образуют угол, то он равен половине дуги, на которую опирается. Это удобное правило для задач, где нужно быстро найти неизвестный угол.

02

Как применять правило

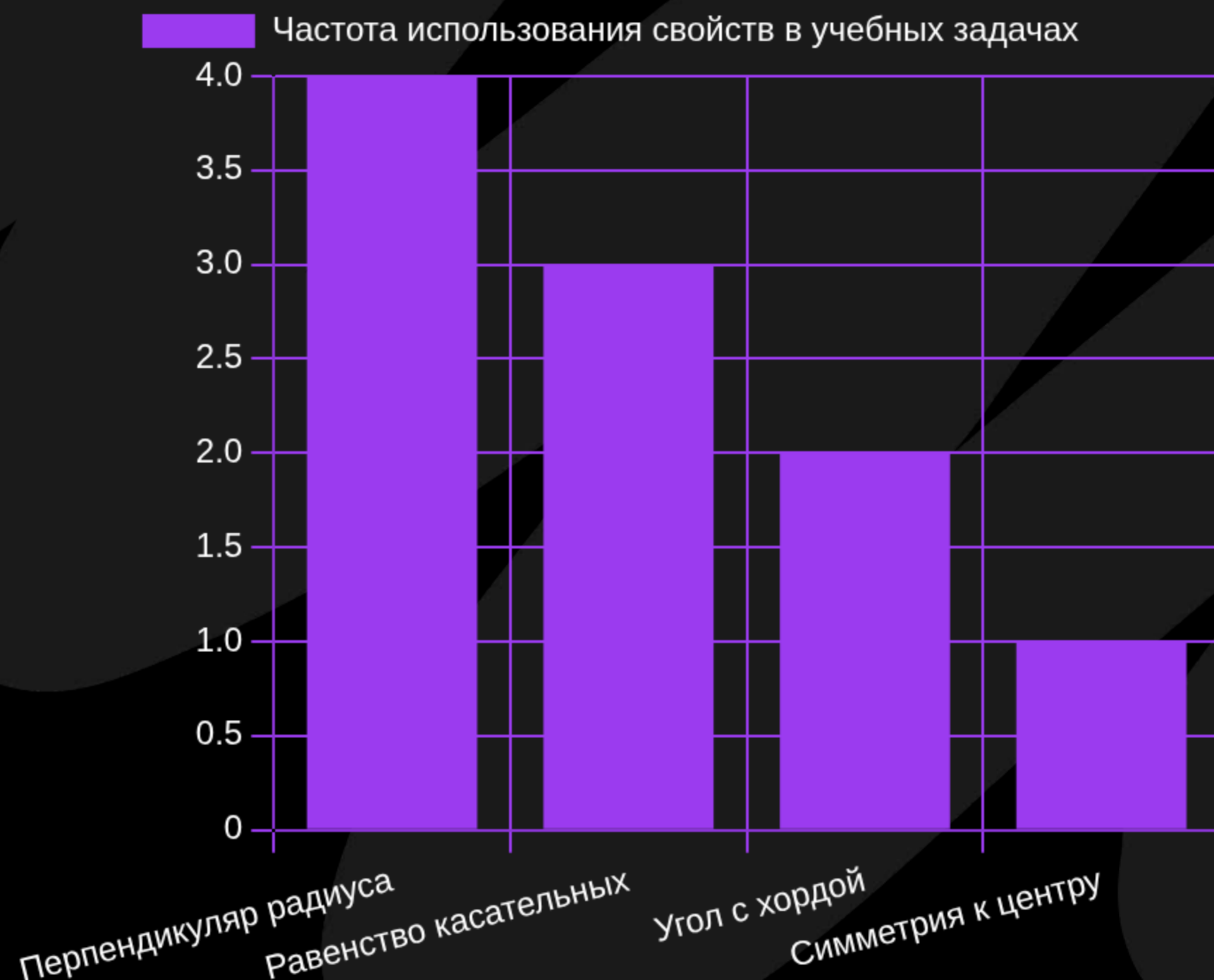
Сначала находят соответствующую дугу, затем делят её величину пополам. Если известен угол, делают обратный шаг и определяют дугу, на которую он опирается.

03

Что важно помнить

Связь работает только при правильном выборе хорды и дуги на чертеже. Поэтому нужно внимательно отмечать точку касания и сторону, где расположен нужный угол.

Какие свойства чаще всего встречаются в задачах



На уроках чаще всего встречаются задачи на доказательство и вычисление длин, поэтому первое место занимает перпендикулярность радиуса и касательной.

Чем чаще свойство появляется в чертежах, тем важнее его запомнить: сначала углы, затем длины, а потом построения и проверки.

Анализ типовых заданий по теме «Касательные к окружности» в школьном курсе геометрии

Где касательные встречаются в жизни и технике



Колёса и шкивы

В механизмах касательная показывает, как ремень или линия движения касается окружности без рывка. Это помогает понять, почему движение остаётся плавным и устойчивым.



Арки и мосты

В архитектуре касательные используют там, где прямая часть должна аккуратно перейти в кривую. Такой приём делает контур более ровным и визуально понятным.



Часы и круговые схемы

На циферблатах и круглых схемах касательные помогают проводить линии, которые касаются окружности в одной точке. Это удобно при построении вспомогательных чертежей.



Построения на чертеже

В геометрии касательные нужны для точных построений циркулем и линейкой. Они позволяют соединять элементы фигуры так, чтобы сохранялись нужные углы и расстояния.

Частые ошибки при работе с касательными



Ошибка	Почему неверно	Правильно
Касательная и секущая	Разное число точек	Одна или две точки
Нет прямого угла	Свойство нарушено	Радиус касательной
Отрезки не равны	Противоречит свойству	Отрезки равны
Не отмечена точка	Трудно применять свойства	Точку надо указать

Таблица показывает, что чаще всего ошибки связаны не с вычислениями, а с неверным чтением чертежа и свойств темы.

Если внимательно отмечать точку касания и прямой угол, большинство ошибок исчезает ещё на этапе чтения рисунка.

Свойства касательных в школьном курсе геометрии

Задача с точкой вне окружности

Что дано на рисунке

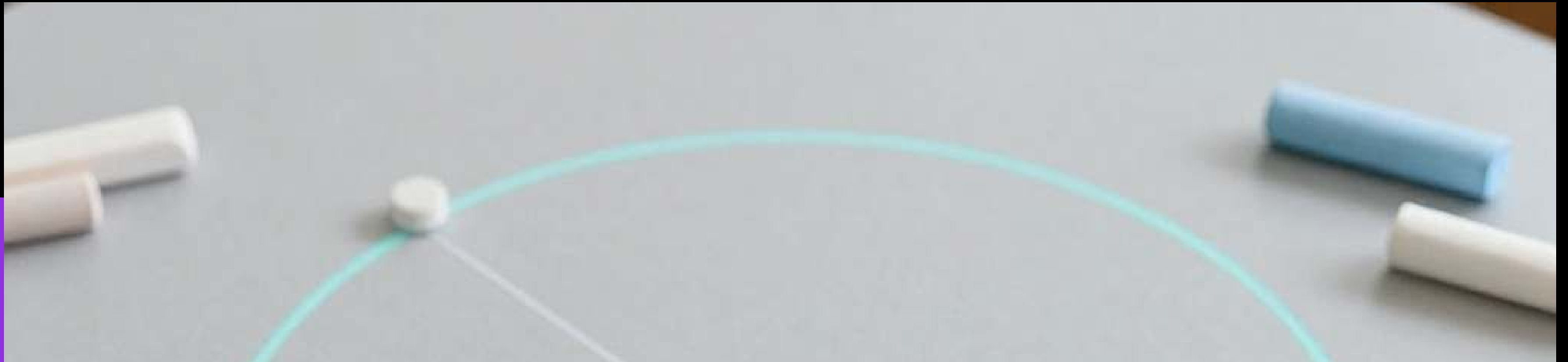
В задаче важно сразу увидеть внешнюю точку, центр окружности и две касательные. Эти элементы подсказывают, какие свойства можно использовать для поиска длины или угла.

Какие свойства помогают

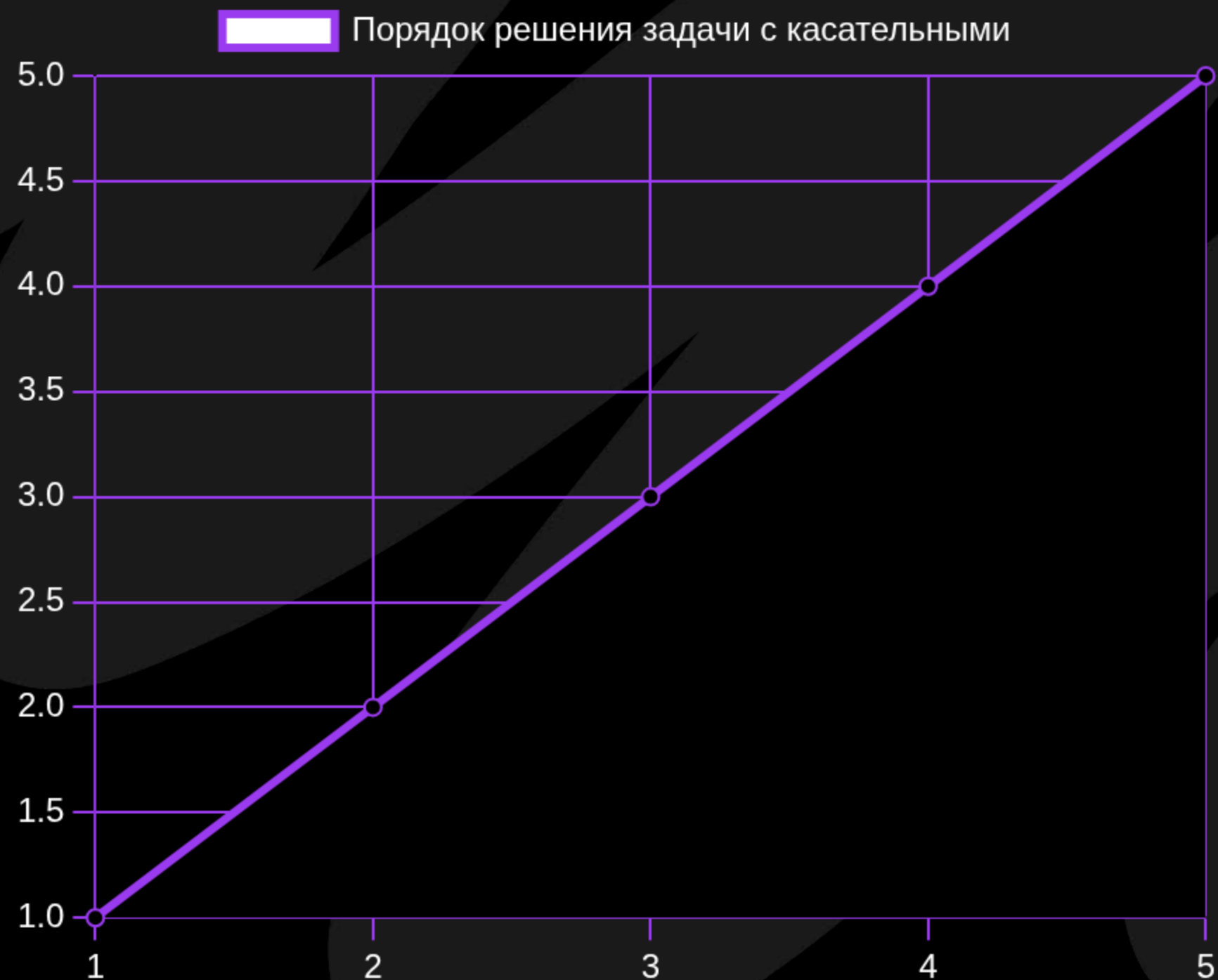
Сначала применяют равенство отрезков двух касательных из одной точки, а затем — перпендикулярность радиусов касательным. Благодаря этому удобно составлять уравнения и находить неизвестные части.

Когда нужен Пифагор

Если в чертеже появляется прямоугольный треугольник, можно использовать теорему Пифагора. Она особенно полезна, когда известны радиус, отрезок касательной и расстояние до центра.



Порядок решения задач с касательными



Сначала важно не спешить с вычислениями: правильная отметка точек и углов часто уже подсказывает путь к решению.

Чёткая последовательность действий помогает связать рисунок с нужным свойством и избежать пропуска важной детали в условии.

Алгоритм решения типовых задач по теме «Касательные к окружности»

Главные факты темы для запоминания

01 Одна общая точка

Касательная касается окружности только в одной точке. Это главное отличие от секущей, поэтому по числу общих точек можно быстро определить вид прямой.

02 Прямой угол

Радиус, проведённый в точку касания, всегда перпендикулярен касательной. Именно это свойство чаще всего используют, когда нужно найти углы в чертеже.

03 Равные касательные

Из одной внешней точки можно провести две касательные, и их отрезки до точек касания равны. Это свойство особенно удобно в задачах на длины.

04 Связь с дугой

Угол между касательной и хордой равен половине соответствующей дуги. Это правило соединяет углы и дуги и помогает находить неизвестные значения по рисунку.



Касательные к окружности: основа точных построений

Эта тема помогает уверенно читать чертежи, доказывать свойства фигур и находить длины и углы. Понимание касательных станет полезной опорой для дальнейшего изучения планиметрии.