

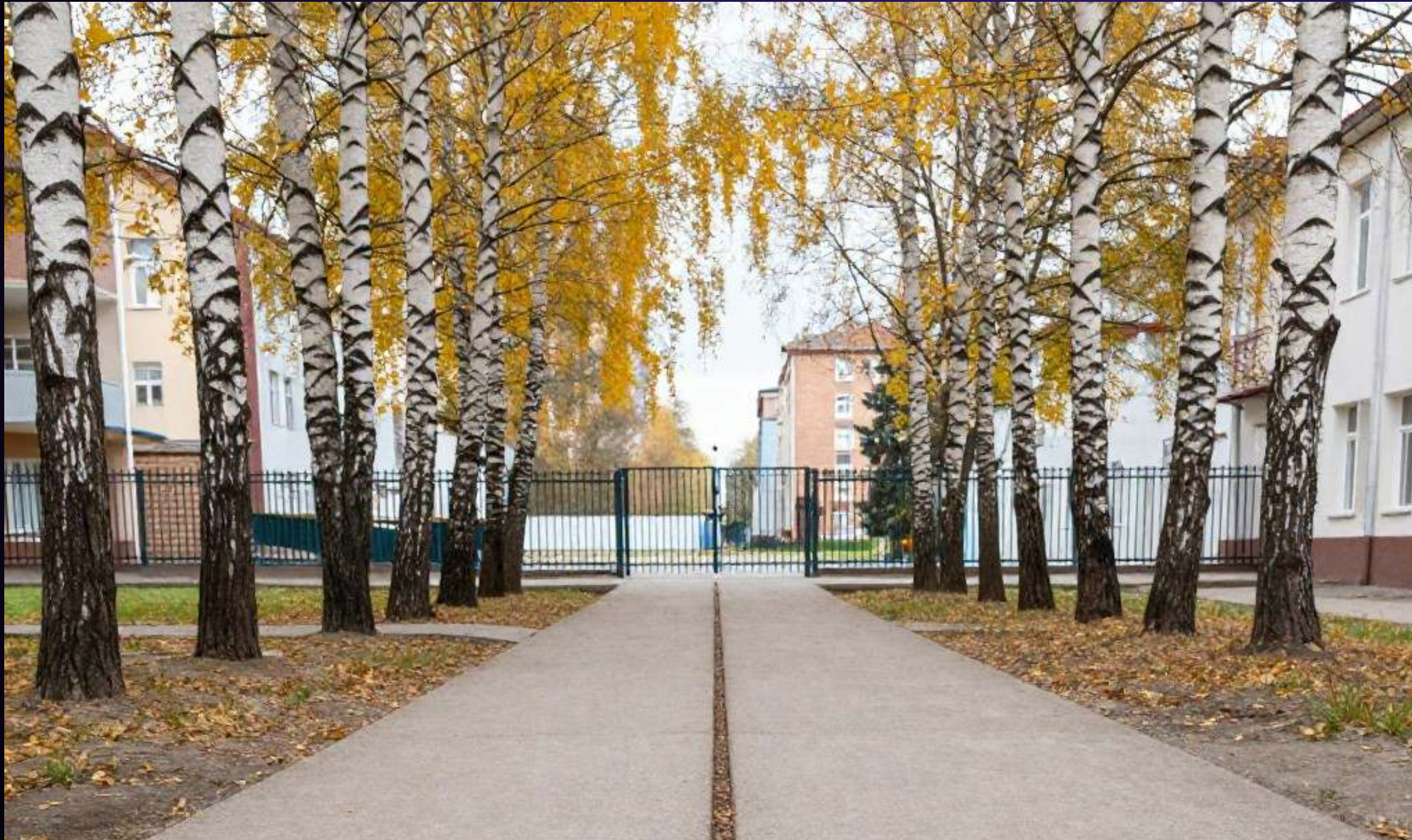


Линейная функция, её график и свойства

Прямая зависимость: формула, график, смысл.

Почему линейная функция важна

/2



Линейная функция помогает описывать оплату, движение и другие равномерные изменения. По одной формуле легко понять связь между величинами и быстро увидеть её на графике.

Что такое функция и что означает запись $y = kx + b$

/3

Определение функции

Функция задаёт правило соответствия: каждому значению x ставится в соответствие только одно значение y . Это позволяет однозначно описывать зависимость между величинами и строить её график.



Вид линейной функции

Линейная функция записывается как $y = kx + b$. Здесь x и y — переменные, а k и b — числа, которые полностью определяют зависимость между ними.



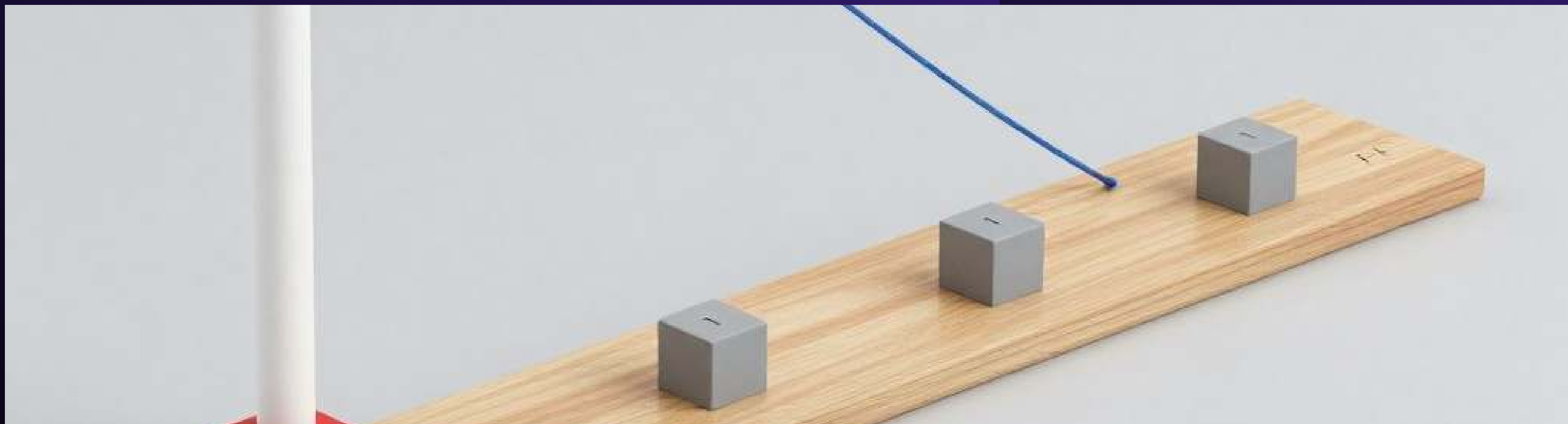
Что даёт формула

Если известны k и b , можно вычислять значения y для любых подходящих x , не строя график заново. Так формула сразу показывает поведение функции и облегчает решения задач.



Коэффициенты k и b в формуле

/4



Роль k

Коэффициент k показывает, на сколько изменится y , если x увеличить на 1. Поэтому именно он определяет наклон прямой и направление изменения функции.

Роль b

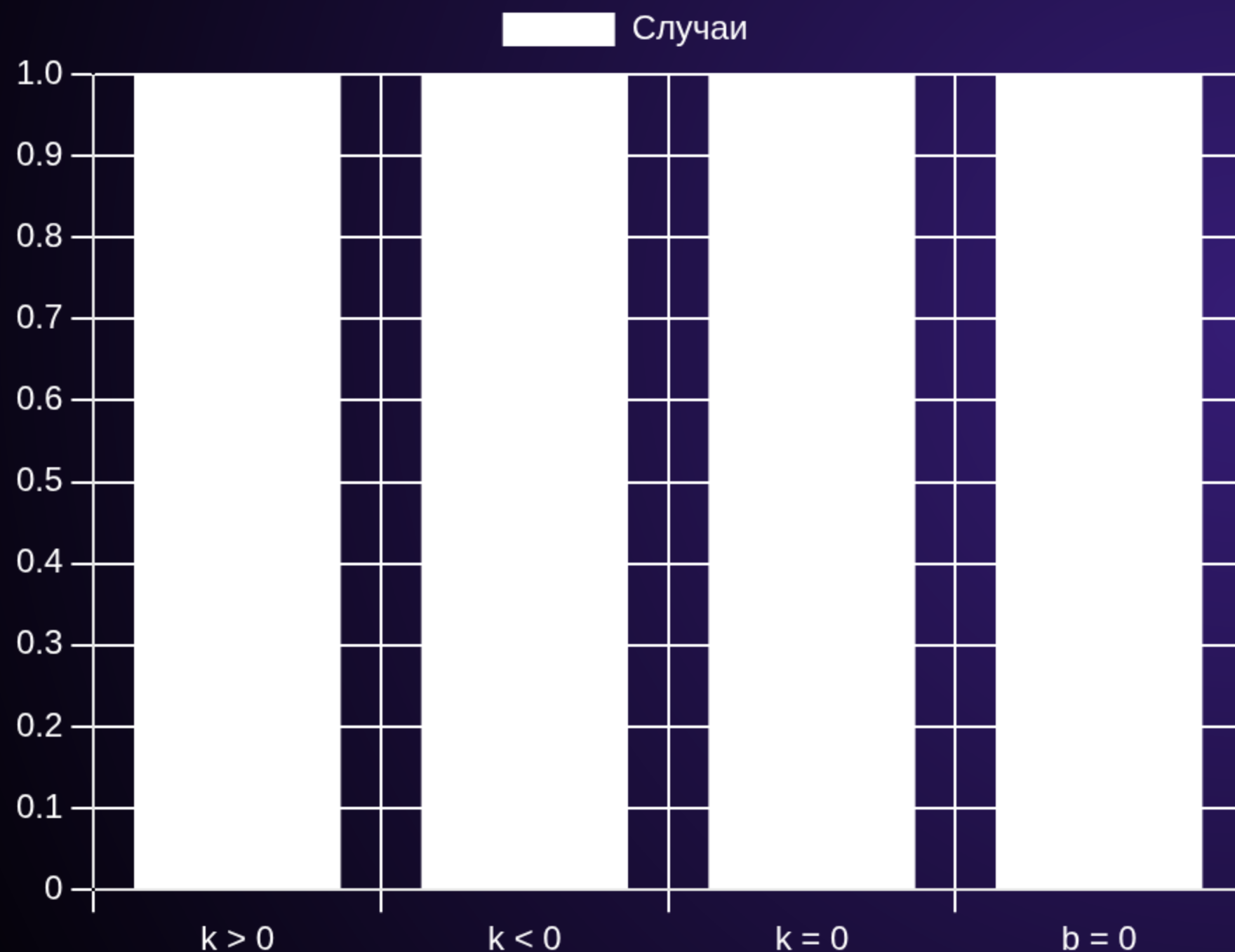
Свободный член b равен значению y при $x = 0$. Он показывает, где прямая пересекает ось Oy и как высоко или низко расположен график.

Пример подстановки

В формуле $y = 2x + 3$ число 2 отвечает за изменение, а 3 — за начальное значение. Подставляя разные x , можно быстро получать соответствующие значения y .

Как значение k влияет на вид прямой

/5



Знак коэффициента k определяет направление наклона графика, а случай $k = 0$ выделяет горизонтальную прямую.

Положительное k даёт рост слева направо, отрицательное — убывание; при $k = 0$ прямая горизонтальна, а $b = 0$ означает проход через начало координат.

Обобщение свойств линейной функции $y = kx + b$

График линейной функции всегда является прямой

/6

Одна прямая

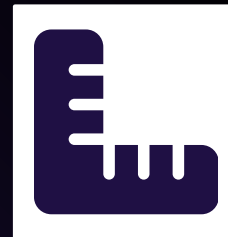


График любой линейной функции на координатной плоскости имеет вид прямой линии. Это делает её удобной для изучения: по нескольким точкам легко восстановить весь график.

Достаточно двух точек



Чтобы построить прямую, обычно хватает двух точек. Если они известны, через них проводят единственную линию, и весь график получается без дополнительных вычислений.

Удобные значения x



Чаще всего берут $x = 0$ и $x = 1$. При таких значениях легко вычислить y , поэтому точки для построения находятся быстро и без ошибок.

Связь с таблицей

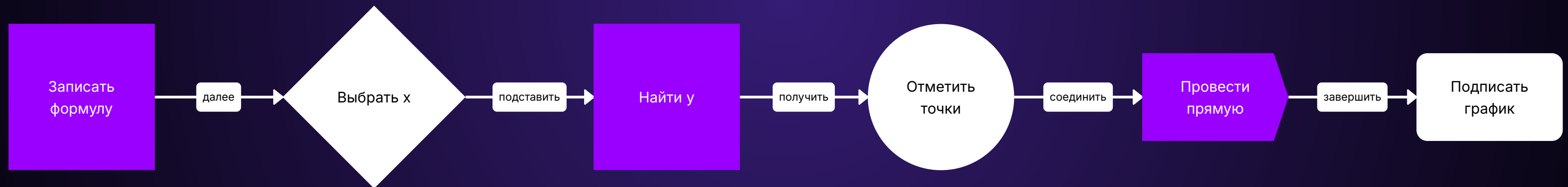


Перед чертежом полезно составить небольшую таблицу значений. Она помогает увидеть закономерность и проверить, правильно ли найдены координаты точек для графика.

Как построить график линейной функции

/7

Последовательность действий при построении по формуле $y = kx + b$



Угловой коэффициент показывает, насколько быстро меняется прямая: чем больше по модулю его значение, тем сильнее наклон графика.

/8

3

увеличивает значение y на каждое прибавление x на 1

Свойства линейной функции $y = kx + b$

Примеры линейных функций

Формула	k	b	График
$y = 2x + 1$	2	1	возрастает
$y = -x + 4$	-1	4	убывает
$y = 5$	0	5	горизонтальная
$y = 0,5x$	0,5	0	через O

Примеры линейных функций по формуле $y = kx + b$

Сравнение формул помогает увидеть, как меняются k , b и вид графика.

Знак k определяет направление прямой, а b показывает её положение относительно оси Oy . При $k = 0$ получается постоянная функция.

Пересечение с осями координат

/10

01 Точка на оси Oy

Чтобы найти пересечение с осью Oy, берут $x = 0$. Тогда значение функции равно b , и точка записывается как $(0; b)$.

Точка на оси Ox

02

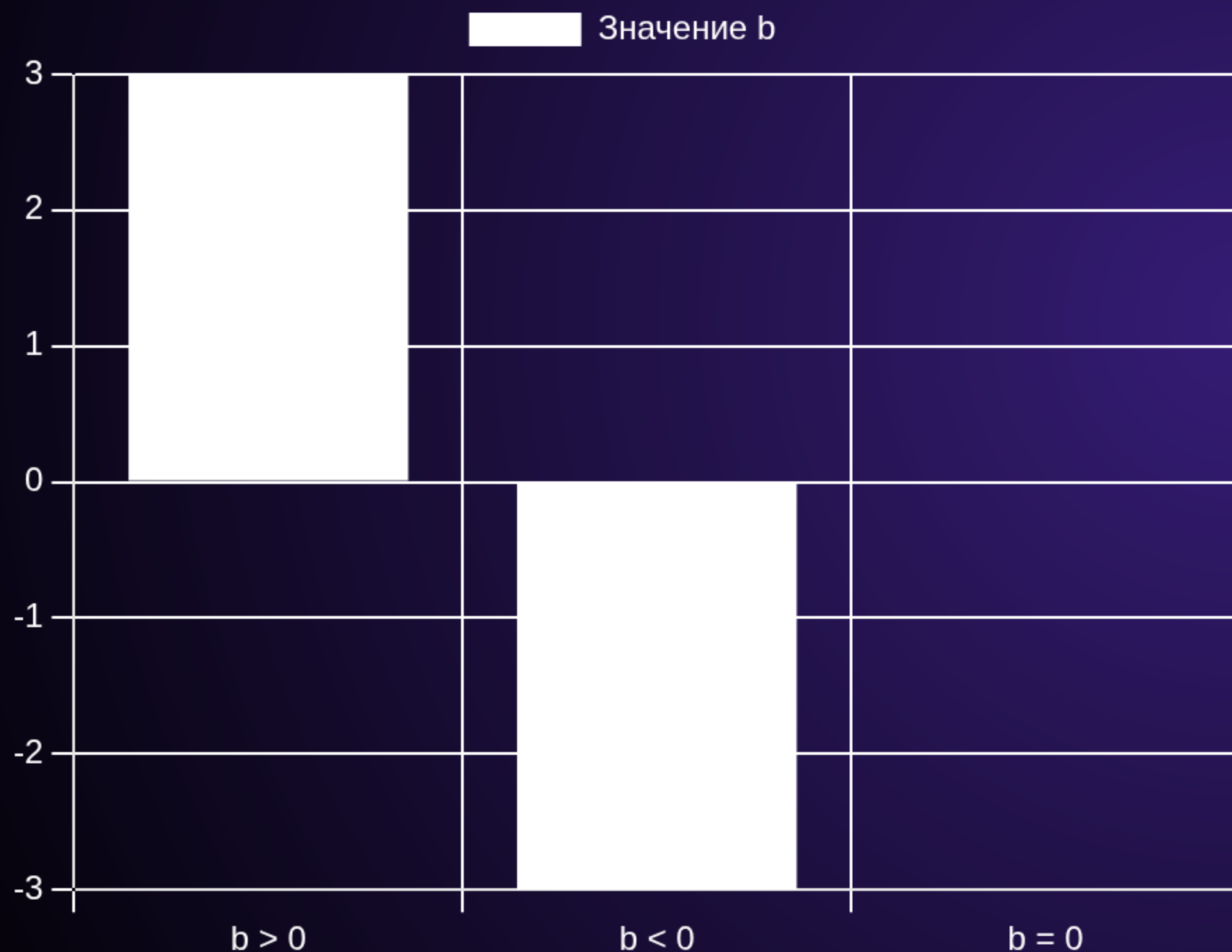
Для пересечения с осью Ox приравнивают y к нулю и решают уравнение $kx + b = 0$. Если k не равно нулю, получают $x = -b/k$.

03 Что важно запомнить

Ось Oy показывает свободный член, а ось Ox находится из уравнения. Эти две точки часто помогают быстро построить график и проверить правильность формулы.

Как число b сдвигает прямую вверх или вниз

/11



При одинаковом наклоне прямой меняется только её положение на плоскости. Значение b показывает, где график пересекает ось Oy .

Чем больше b , тем выше расположена прямая; при $b = 0$ график проходит через начало координат.

Иллюстрация по свойствам линейной функции, без внешних данных.

Свойства линейной функции

/12

Область определения

Линейная функция определена при любых значениях x . Для построения и вычислений можно подставлять любое число, которое подходит по условию задачи.

Область значений

Если коэффициент k не равен нулю, функция принимает все действительные значения. При $k = 0$ получается постоянная функция, и y не меняется.

Возрастание

Когда k положителен, график поднимается слева направо. Тогда с увеличением x значения y тоже увеличиваются, причём равномерно на каждом шаге.

Убывание

Если k отрицателен, прямая идёт вниз слева направо. В этом случае при увеличении x значения y уменьшаются на одинаковую величину.

Постоянство

При $k = 0$ формула принимает вид $y = b$. График становится горизонтальной прямой, параллельной оси Ox , и все точки имеют одну высоту.

Как линейная функция помогает посчитать поездку на такси

/13



Поездка начинается с фиксированной платы



Пассажир садится в машину и сразу видит первую часть стоимости: посадку. Она не зависит от расстояния и остаётся одинаковой для любой поездки. Поэтому в формуле появляется число 120, а затем добавляется плата за каждый километр.



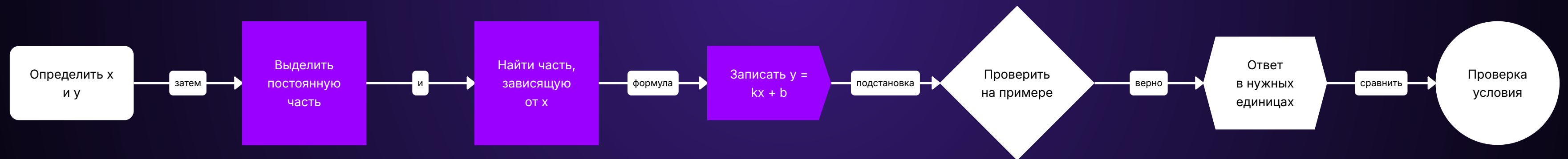
Каждый километр добавляет цену



Если 1 километр стоит 15 рублей, то при увеличении пути сумма растёт равномерно. Для расстояния x километров общая стоимость выражается формулой $y = 15x + 120$. По ней легко заранее посчитать цену и проверить ответ в таблице значений.

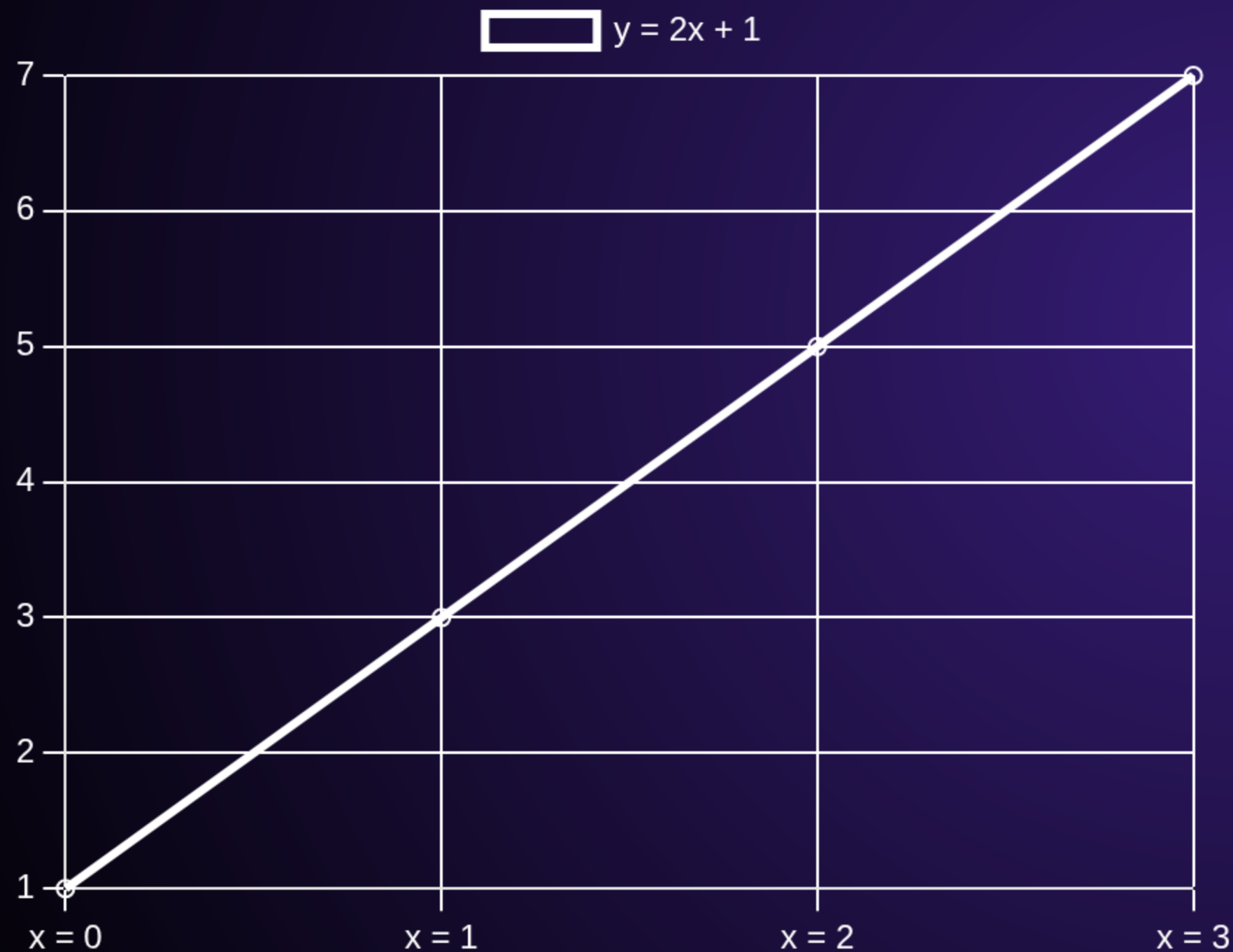
Как составить формулу по условию задачи /14

Последовательность действий при переводе текстового условия в запись $y = kx + b$



Рост значений у линейной функции

/15



Последовательные точки удобно отмечать на одной прямой. Каждое новое значение получается без скачков, поэтому зависимость легко предсказать по формуле.

При увеличении x на 1 значение y каждый раз растёт на 2, а график сохраняет прямолинейный вид.

Иллюстрация по формуле $y = 2x + 1$, без внешних данных.

Типичные ошибки при работе с линейной функцией

/16

Путают k и b

Часто ученик принимает свободный член за коэффициент при x . Чтобы не ошибиться, нужно помнить: k стоит рядом с x , а b не умножается на переменную.



Ждут только начало координат

Не всякая прямая проходит через точку $(0; 0)$. Это верно только тогда, когда $b = 0$. Во всех остальных случаях график смещён вверх или вниз.



Пишут координаты не в том порядке

Точка на плоскости записывается как $(x; y)$, а не наоборот. Если перепутать порядок, можно получить неверный ответ даже при правильных вычислениях.



Неверно читают знак

Знак «плюс» или «минус» в формуле меняет направление графика и его положение. Поэтому перед построением полезно внимательно проверить каждый коэффициент.



Не проверяют результат

После построения или вычисления стоит подставить точку в формулу ещё раз. Такая проверка помогает заметить ошибку раньше, чем ответ будет записан окончательно.



Сравнение линейных функций по их свойствам

Функция	Свойства	$y(0)$
$y = 3x - 2$	возрастает, Оу не в начале	-2
$y = -2x + 5$	убывает, Оу не в начале	5
$y = x$	возрастает, Оу в начале	0
$y = -4$	постоянна, Оу не в начале	-4

По таблице легко увидеть, как знак коэффициента влияет на направление графика, а значение b — на пересечение с осью Оу.

По виду формулы можно сразу определить, растёт функция или убывает, и понять, где график пересекает ось Оу.

Составлено по общим свойствам линейной функции.

Как узнать свойства графика по рисунку

/18

01 Смотрим на наклон

Если прямая поднимается слева направо, коэффициент k положителен. Если она опускается, коэффициент k отрицателен. По направлению линии можно быстро сделать первый вывод.

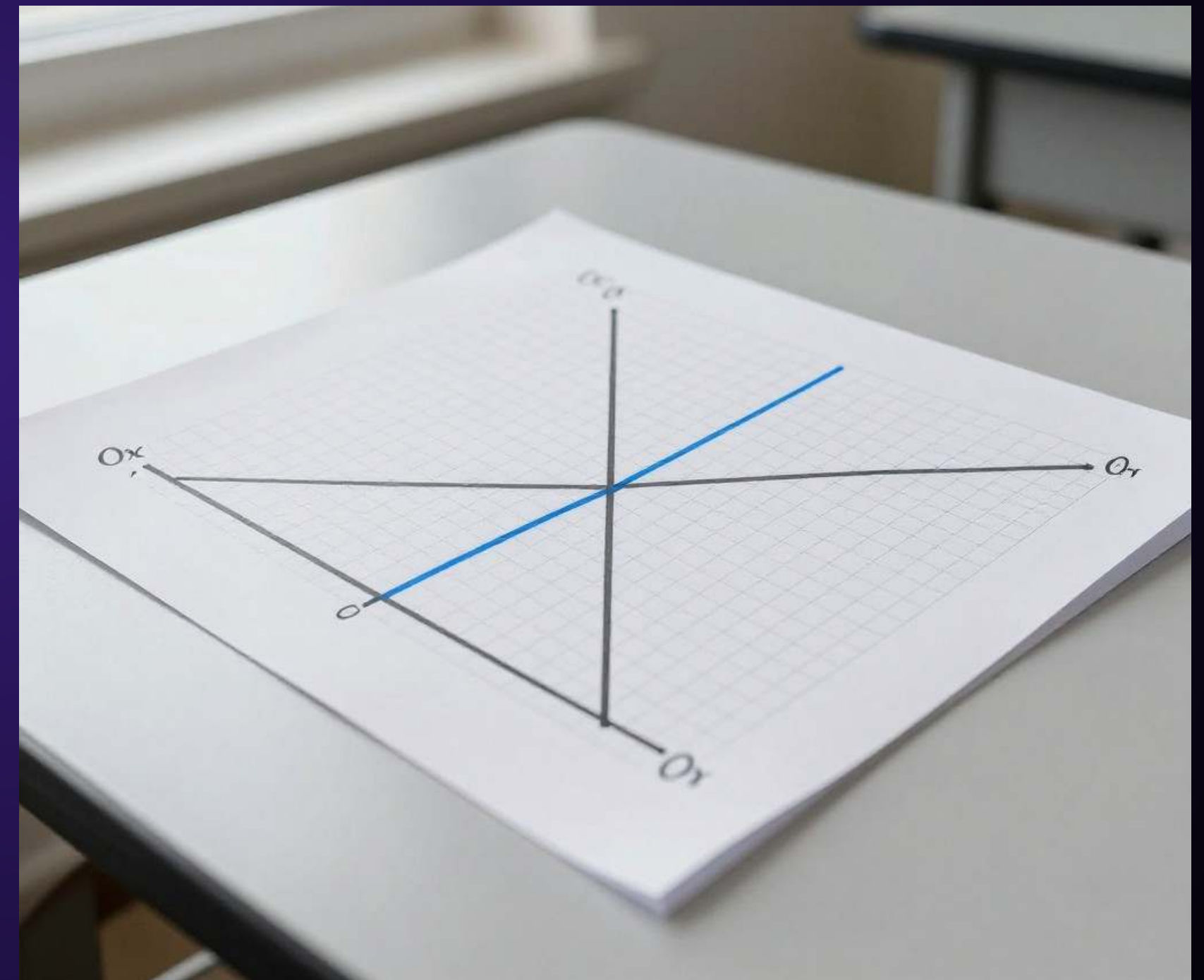
Находим число b

Точка пересечения графика с осью Oy показывает значение b . Если пересечение выше оси Ox , число положительное; если ниже — отрицательное.

02

03 Сверяем по ключевым точкам

Полезно отметить на рисунке пару точек с понятными координатами. Тогда легче проверить, соответствует ли график формуле, и избежать путаницы при чтении.



Из чего складывается график линейной функции

/19



Формула задаёт не только наклон, но и точное положение прямой на координатной плоскости. Изменение одного числа сразу отражается на рисунке.

Коэффициенты k и b вместе полностью определяют вид графика: один отвечает за направление, другой — за смещение.

Иллюстрация по свойствам линейной функции, без внешних данных.

Линейная функция помогает видеть зависимость сразу

Линейная функция удобна тем, что по одной формуле можно быстро узнать и значения, и вид графика. Понимание коэффициентов k и b помогает уверенно решать задачи и читать реальные зависимости.