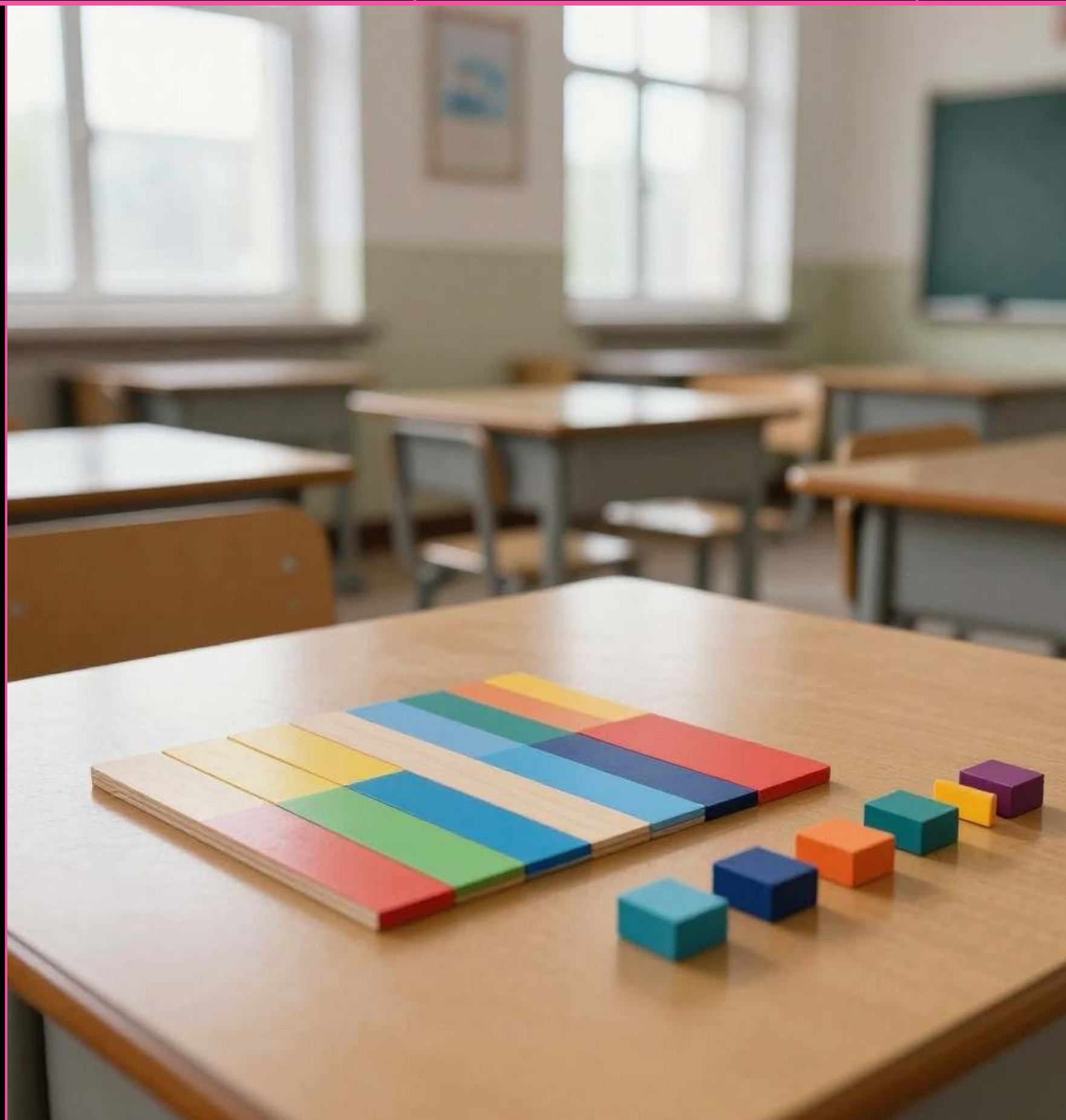


УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОГОЧЛЕН



Осваиваем раскрытие скобок
и приведение подобных слагаемых.



ЗАЧЕМ ЭТО НУЖНО В АЛГЕБРЕ

Многочлены помогают записывать площади, выражения из задач и формулы без лишних повторов. Умножение многочленов показывает, как раскрывать скобки по правилу «каждый на каждый».



ЧТО ТАКОЕ МНОГОЧЛЕН

Состав многочлена

Многочлен образован одним или несколькими одночленами, соединёнными знаками сложения или вычитания. Он может быть коротким или содержать несколько слагаемых.

Что входит в одночлен

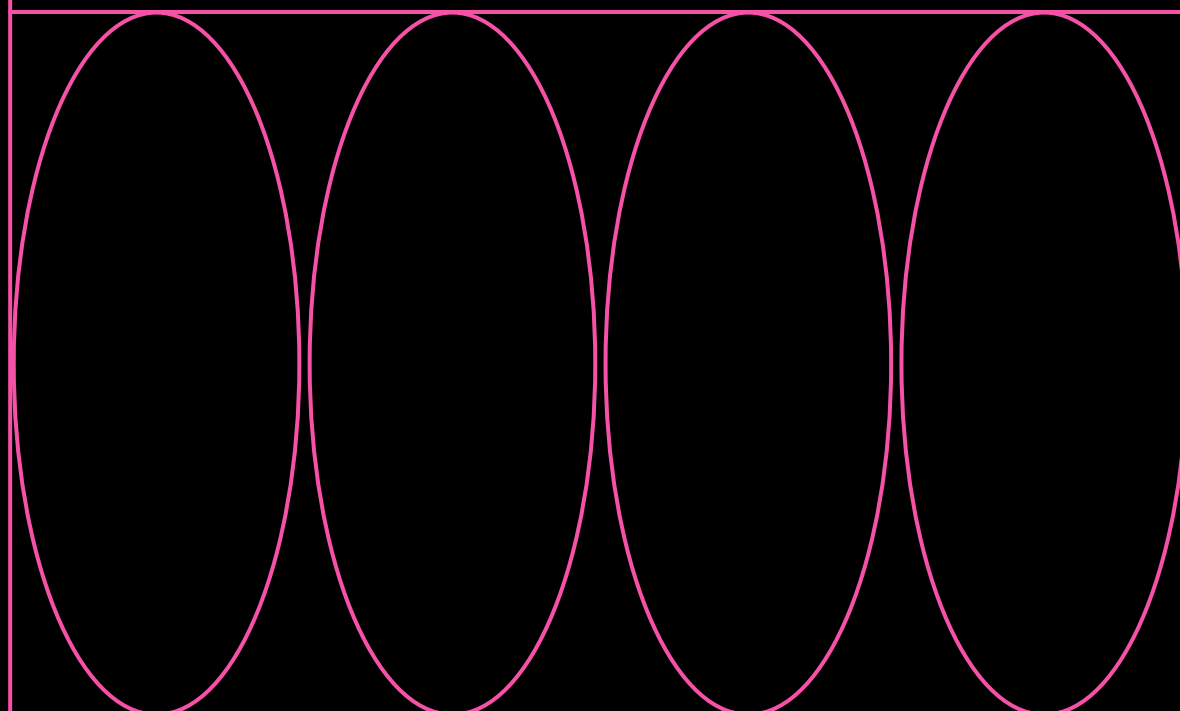
Одночлен обычно включает числовой коэффициент и буквенную часть. Примеры: $3x$, $-2a^2$, 5 . Каждый из них является отдельным членом многочлена.

Степень многочлена

Степень многочлена определяют по наибольшей степени его членов. Например, в выражении $3x^2-2x+5$ старшая степень равна двум.

Запись в общем виде

Многочлены удобно читать и сравнивать, когда они записаны аккуратно. Такая запись помогает быстрее находить похожие члены и применять правила алгебры.



РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВО КАК ОСНОВА УМНОЖЕНИЯ



ПРАВИЛО В ОДНОЙ ФОРМУЛЕ

Формула $a(b+c)=ab+ac$ показывает, что каждый член в скобках умножается на множитель вне скобок. Ничего внутри скобок пропускать нельзя.

ДВОЙНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

При умножении двух многочленов распределительное свойство используется дважды. Каждый член первой скобки соединяется с каждым членом второй и даёт отдельное произведение.

ПОЧЕМУ ЭТО ВАЖНО

Именно это правило позволяет раскрывать скобки и получать выражение без повторяющихся действий. Затем остаётся только упорядочить результат и объединить одинаковые слагаемые.



СКОЛЬКО ПРОИЗВЕДЕНИЙ ПОЛУЧАЕТСЯ ПРИ УМНОЖЕНИИ

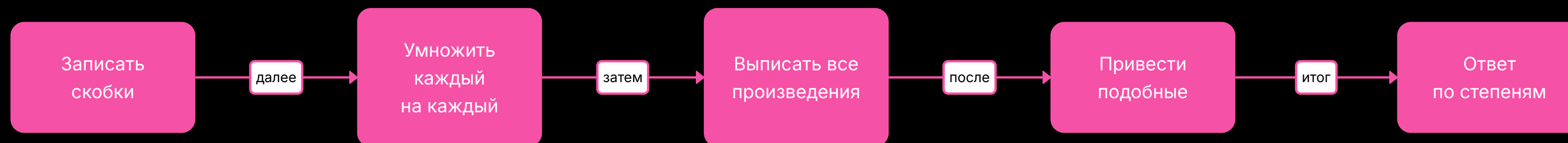
Число промежуточных произведений растёт очень быстро, поэтому при больших многочленах важно действовать по порядку.

Чем больше членов в скобках, тем больше вычислений нужно выполнить по правилу «каждый на каждый».



КАК УМНОЖАТЬ МНОГОЧЛЕН НА МНОГОЧЛЕН

Последовательность действий при раскрытии скобок и приведении результата к стандартному виду.





ПРИМЕРЫ УМНОЖЕНИЯ ДВУЧЛЕНОВ

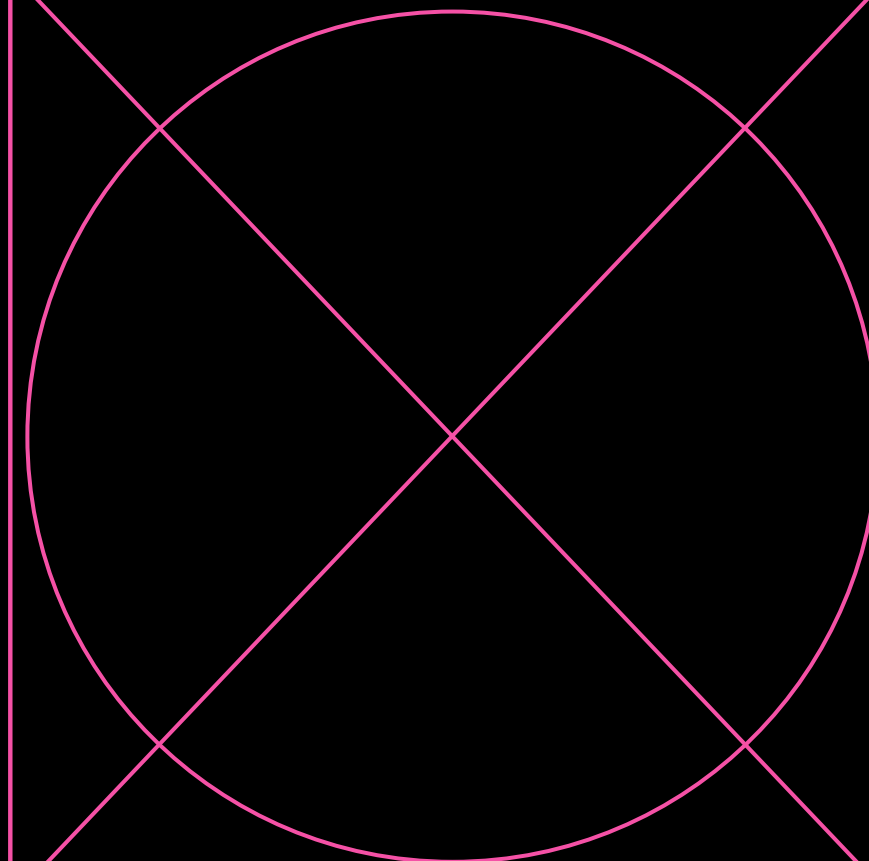
В примерах видно,
как раскрываются скобки
и как объединяются
одинаковые слагаемые.

При умножении важно
учитывать коэффициенты
и знаки, а затем
обязательно объединять
одинаковые члены.

Выражение	Результат	Особенность
$(x+2)(x+3)$	x^2+5x+6	два плюса
$(x-1)(x+4)$	x^2+3x-4	есть минус
$(2x+5)(x-1)$	$2x^2+3x-5$	коэффициент 2



ПОШАГОВЫЙ ПРИМЕР РАСКРЫТИЯ СКОБОК



1. Запись произведения

Берём выражение $(x+2)(x+5)$ и рассматриваем его как произведение двух двучленов. Сначала важно сохранить обе скобки без изменений.

01

2. Все промежуточные произведения

Умножаем каждый член первой скобки на каждый член второй: $x \cdot x$, $x \cdot 5$, $2 \cdot x$, $2 \cdot 5$. Так ничего не пропускается.

02

3. Получение суммы

После умножения записываем результат: $x^2+5x+2x+10$. В этой записи уже видны одинаковые слагаемые, которые можно объединить.

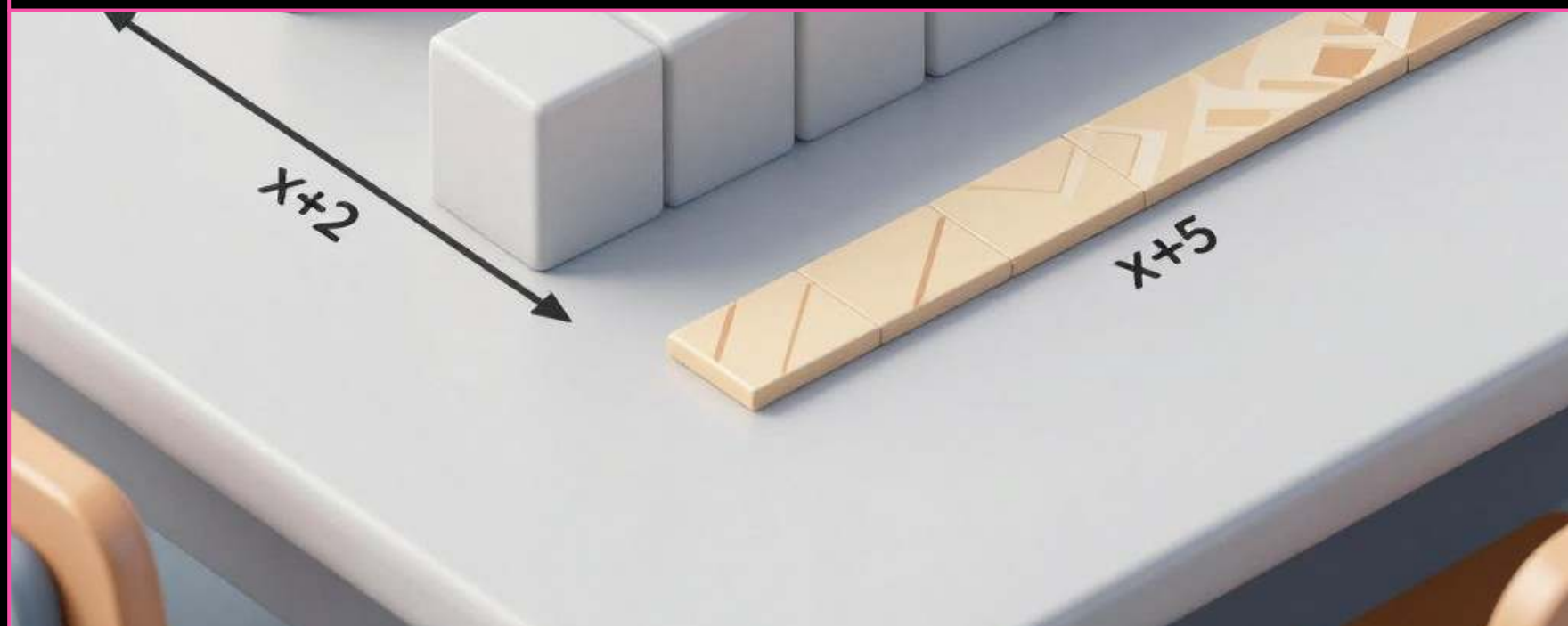
03

4. Приведение к ответу

Складываем $5x$ и $2x$ и получаем $x^2+7x+10$. Это стандартный вид ответа, удобный для дальнейшей работы.

04

ПОЧЕМУ ПРОИЗВЕДЕНИЕ УДОБНО ВИДЕТЬ НА РИСУНКЕ



Прямоугольник из двух сторон

Четыре части одной площади

Если стороны прямоугольника равны $x+2$ и $x+5$, его площадь можно представить как произведение этих выражений. Такой рисунок помогает понять, что умножение многочленов связано не только с формулами, но и с геометрией. Каждая часть прямоугольника даёт своё слагаемое.

Разбив прямоугольник на меньшие части, мы получаем четыре прямоугольника с площадями $x \cdot x$, $x \cdot 5$, $2 \cdot x$ и $2 \cdot 5$. Их суммы и образуют итоговую площадь. Поэтому в ответе появляется несколько слагаемых, а не одно число.



КАК МЕНЯЕТСЯ ВИД ОТВЕТА ПОСЛЕ УМНОЖЕНИЯ

Сначала запись становится длиннее, а затем сокращается благодаря объединению одинаковых членов.

После раскрытия скобок число слагаемых временно растёт, но приведение подобных делает ответ короче и аккуратнее.



УМНОЖЕНИЕ ДВУЧЛЕНА НА ТРЁХЧЛЕН

СКОЛЬКО ДЕЙСТВИЙ

Если умножать двучлен на трёхчлен, получается шесть промежуточных произведений. Это удобно заранее помнить, чтобы не пропустить ни одного члена и сразу оценить объём вычислений.

01

ПРАВИЛО «КАЖДЫЙ НА КАЖДЫЙ»

Сначала первый член двучлена умножают на все члены трёхчлена, затем то же делают со вторым членом. После этого все полученные выражения записывают вместе.

02

ПРИМЕР РАСКРЫТИЯ

В выражении $(x+1)(x^2+x+2)$ появляются произведения $x \cdot x^2$, $x \cdot x$, $x \cdot 2$, $1 \cdot x^2$, $1 \cdot x$ и $1 \cdot 2$. После сложения одинаковых слагаемых получается x^3+2x^2+3x+2 .

03

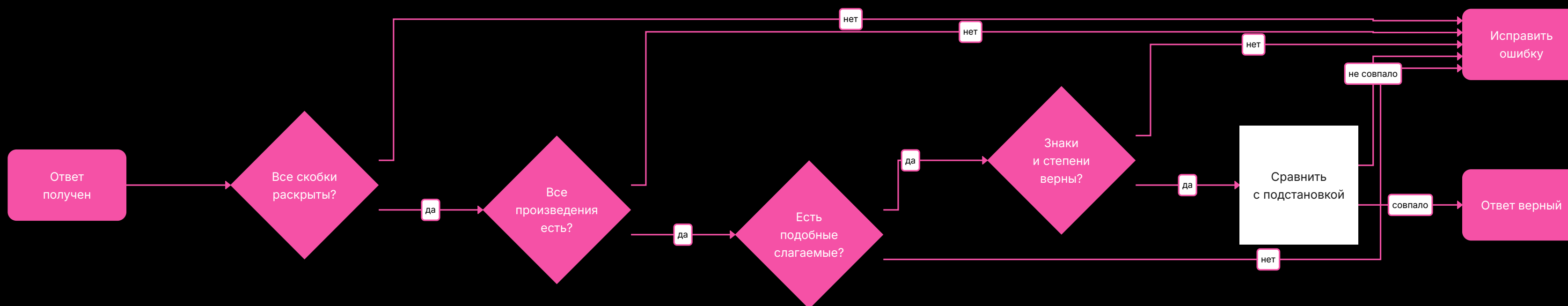
ИТОГОВАЯ ЗАПИСЬ

Важно не останавливаться после раскрытия скобок. Только после приведения подобных слагаемых ответ становится коротким, удобным и записанным в стандартном виде.

04

ПРОВЕРКА ПРАВИЛЬНОСТИ ОТВЕТА

Последовательность проверки результата при умножении многочленов и подстановке простого значения переменной.



Типичные ошибки при умножении многочленов

Сопоставление распространённых ошибок с правильными действиями помогает быстрее находить неточности и проверять раскрытие скобок.

Большинство ошибок связано не со сложностью вычислений, а с невнимательностью: пропуском произведений, знаков или последнего шага – приведения подобных слагаемых.

Ошибка	Как правильно
Не все члены	Каждый на каждый
Потерян «–»	Учитывать знак
Нет приведения	Объединять подобные

ПРИ УМНОЖЕНИИ ДВУХ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ЗНАК РЕЗУЛЬТАТА СТАНОВИТСЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ. ЭТО ОСОБЕННО ВАЖНО В ПОСЛЕДНИХ ЧЛЕНАХ ПРОИЗВЕДЕНИЯ, ГДЕ ЛЕГКО ДОПУСТИТЬ ОШИБКУ.

12

в выражении $(x-3)(x-4)$ получается положительным, потому что минус на минус даёт плюс

Правила умножения целых чисел и раскрытия скобок

ЗАЧЕМ ПРИВОДИТЬ ПОДОБНЫЕ СЛАГАЕМЫЕ

Приведение подобных слагаемых не меняет значение выражения, но делает запись короче и удобнее для дальнейших преобразований.

После объединения одинаковых членов выражение становится компактнее: лишние повторения исчезают, а структура ответа лучше показывает степень многочлена.

Пример $(x+2)(x+5)$ из курса алгебры 7 класса

ФОРМУЛА КВАДРАТА ДВУЧЛЕНА



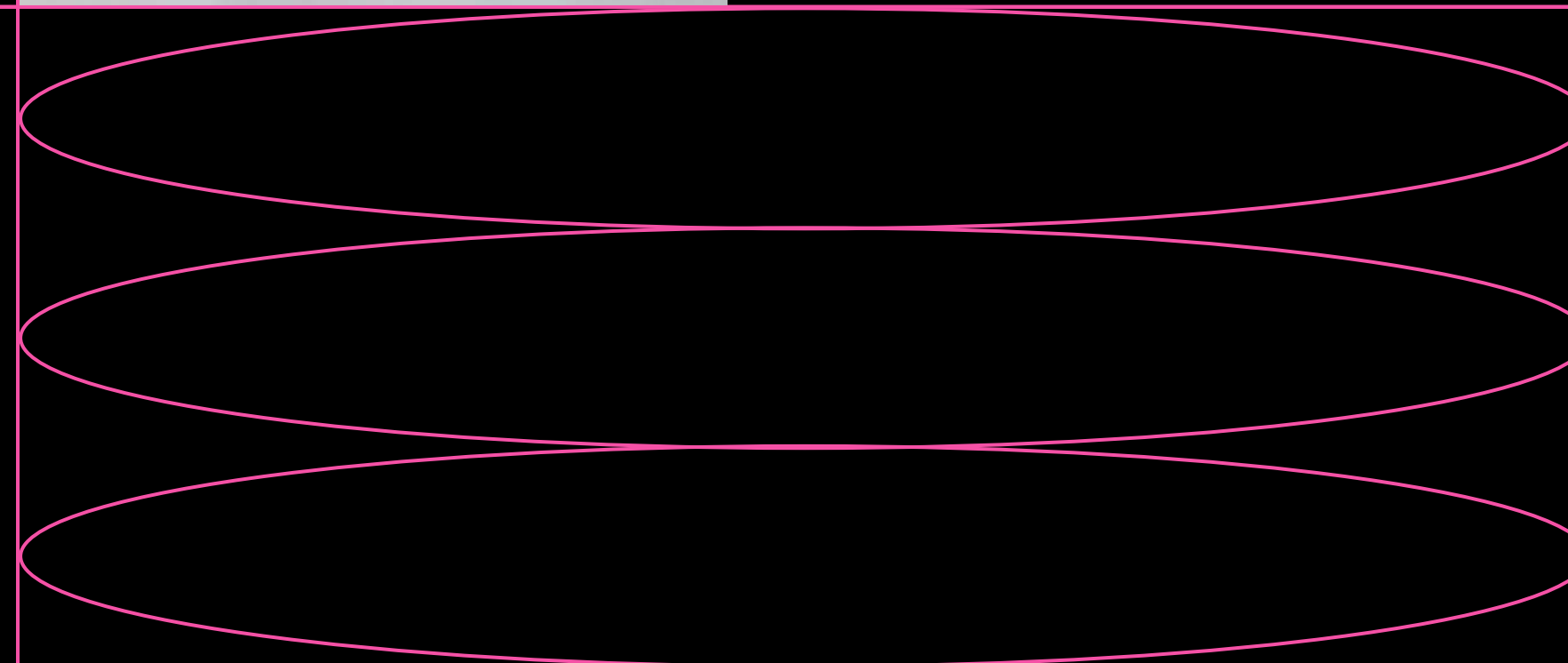
РАЗНОСТЬ ВНУТРИ КВАДРАТА

Для квадрата разности идея та же, но одна из сторон мысленно уменьшается на b . На схеме появляются те же части, однако средние прямоугольники дают знак минус. Так наглядно получается формула $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.



КВАДРАТ КАК РАЗБИЕНИЕ ПЛОЩАДИ

Если представить квадрат со стороной $a+b$, его удобно разбить на четыре части. Тогда одна часть равна a^2 , другая – b^2 , а две средние дают одинаковые прямоугольники ab . Вместе они образуют формулу квадрата суммы и показывают её геометрический смысл.



СТАНДАРТНЫЙ ВИД МНОГОЧЛЕНА ПОСЛЕ УМНОЖЕНИЯ

СТАРШАЯ СТЕПЕНЬ ПЕРВОЙ

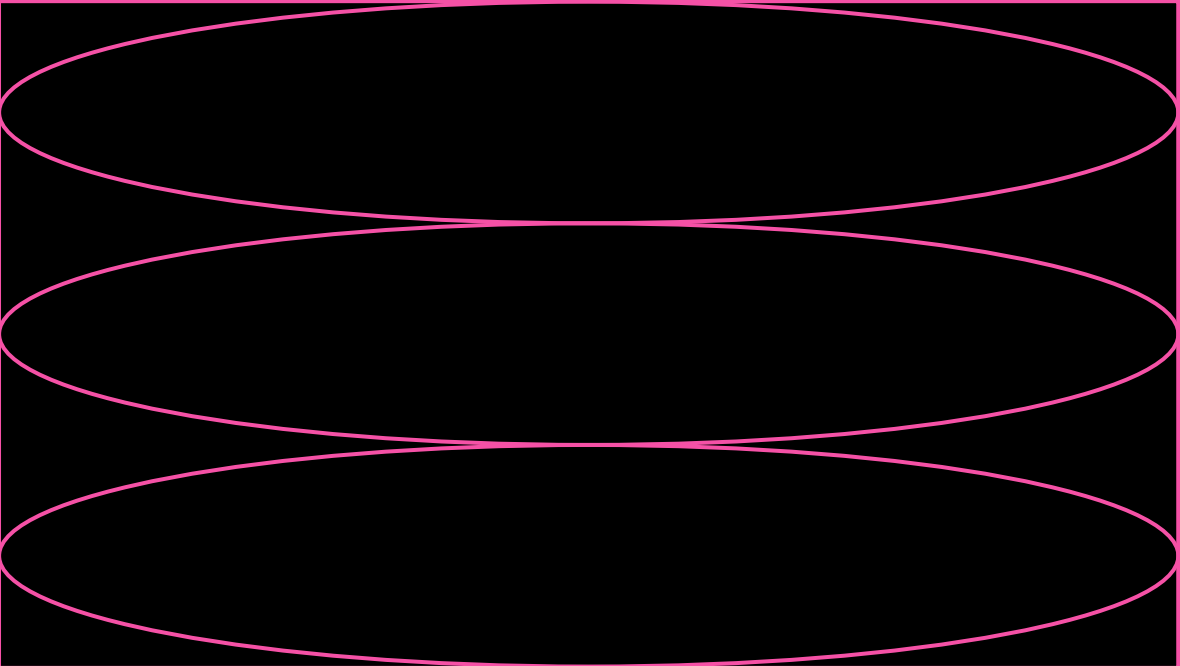
После раскрытия скобок многочлен записывают так, чтобы первым стоял член с наибольшей степенью. Это помогает сразу увидеть, к какому виду относится ответ и насколько он упрощён.

01

ДАЛЕЕ — МЕНЬШИЕ СТЕПЕНИ

Остальные слагаемые располагают по убыванию степеней: затем идут члены с меньшей степенью, а в конце — свободный член, если он есть. Такой порядок делает запись понятной.

02



ПРОВЕРКА НА ПРИМЕРЕ

В выражении $(2x-1)(x+3)$ сначала получают $2x^2$, затем $5x$ и только потом -3 . Стандартная запись показывает, что все подобные слагаемые уже объединены и ничего не пропущено.

03



ПРИМЕРЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПРОВЕРКИ

Три коротких примера помогают потренировать раскрытие скобок и проверить, как меняется ответ при разных знаках.

Во всех примерах после раскрытия скобок появляется один набор подобных слагаемых, который нужно объединить, чтобы получить краткий и стандартный ответ.

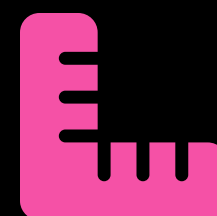
Выражение	Итог	Подобные
$(x+4)(x+2)$	x^2+6x+8	1
$(2x-3)(x+1)$	$2x^2-x-3$	1
$(x-5)(x-2)$	$x^2-7x+10$	1

ГДЕ ПРИГОДИТСЯ ЭТОТ НАВЫК ДАЛЬШЕ



УРАВНЕНИЯ

Раскрытие скобок помогает преобразовывать уравнения к более простому виду. Это облегчает перенос слагаемых и поиск неизвестного, особенно когда в выражении несколько скобок.



ПЛОЩАДИ ФИГУР

При вычислении площадей прямоугольников и составных фигур часто приходится перемножать выражения. Умение работать с многочленами позволяет записывать ответ быстро и без лишних повторений.



ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

Тема становится основой для изучения специальных формул, где скобки раскрываются по готовым правилам. Без уверенного умножения многочленов эти формулы труднее понять и применять.



РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

Позже тот же навык пригодится в обратной операции: нужно будет распознавать, как многочлен можно записать в виде произведения. Это важно для дальнейшей алгебры.

***ГЛАВНЫЙ ВЫВОД
ПО ТЕМЕ***



Умножение многочленов строится на простом и надёжном алгоритме: раскрыть скобки, учесть знаки, записать все произведения и объединить подобные слагаемые. Аккуратность здесь особенно важна.