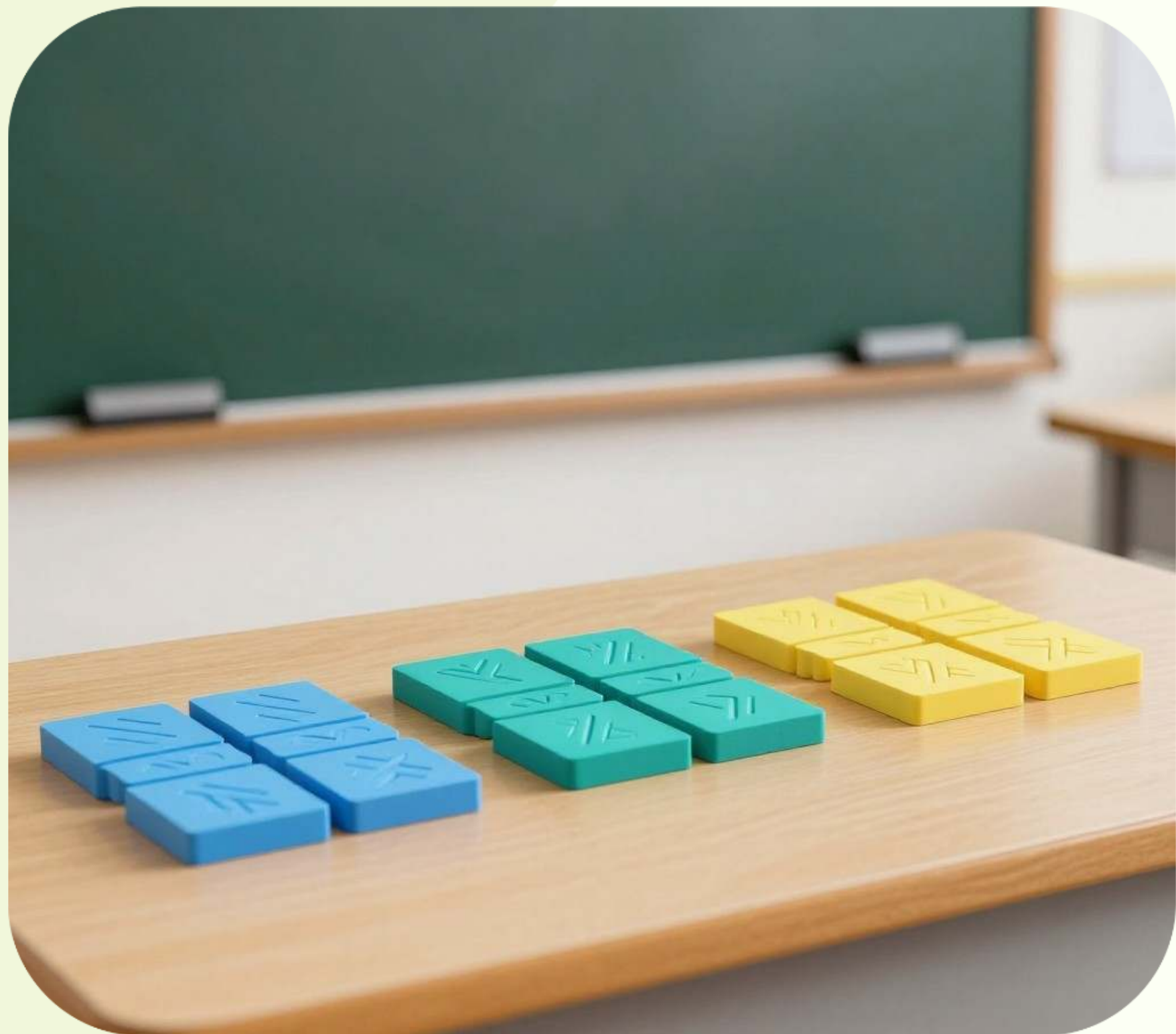




Сложение и вычитание многочленов

Осваиваем сложение, вычитание и проверку многочленов.

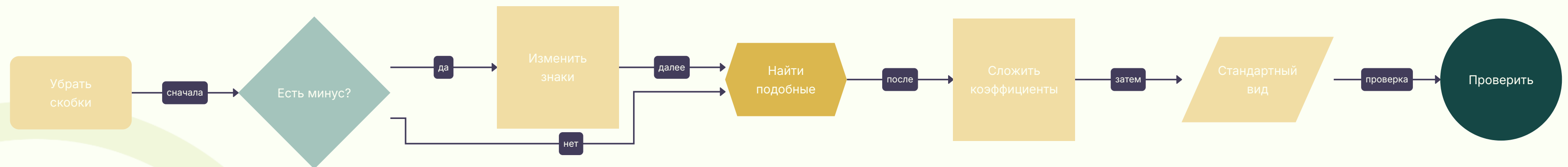


Почему это важно в алгебре

Многочлены помогают записывать формулы площади, периметра, стоимости и расстояния. На уроках алгебры важно уметь быстро упрощать такие выражения, не теряя знаки, коэффициенты и буквенную часть. Это основа дальнейших вычислений и преобразований формул.

Алгоритм сложения и вычитания многочленов

Последовательность действий при упрощении алгебраических выражений со скобками.



Что такое многочлен

Состав выражения

Многочлен образован несколькими одночленами, соединёнными знаками плюс или минус. Каждый его член можно рассматривать отдельно, а затем упрощать выражение за счёт объединения похожих слагаемых.

Пример записи

В выражении $3x - 2y + 7$ три члена: $3x$, $-2y$ и 7 . Такая запись показывает, какие части зависят от букв, а какие являются обычным числом.

Свободный член

Число 7 называют свободным членом, потому что в нём нет буквы. Оно не меняется при подстановке значения переменной и всегда остаётся отдельной частью многочлена.

Коэффициент и буква

Коэффициент — это числовая часть одночлена, а буквенная часть показывает переменную и её степень. Именно по этим признакам определяют, можно ли складывать или вычитать данные члены.

Подобные и неподобные слагаемые

Выражение	Вид	Причина
$3x$ и $-5x$	подобные	одна буква
$2a$ и $2a^2$	неподобные	разные степени
$4mn$ и $-mn$	подобные	совпадают буквы
7 и -3	подобные	оба числа

Правила сложения и вычитания
многочленов

Сравниваем выражения по буквенной части и степени. Это помогает понять, какие члены можно объединять при вычислениях.

Складывать и вычитать можно только коэффициенты подобных членов; неподобные члены не объединяются.

1

**правило: буквенная
часть остаётся
прежней, а изменяются
лишь числа перед ней.**

Это помогает быстро упрощать выражения без потери смысла. Если меняется буква или степень, ответ становится неверным.

Как раскрываются скобки



- **Плюс перед скобкой**

Знак плюс ничего не меняет внутри скобок. Поэтому выражение $(x + 4)$ переписывается как $x + 4$, без перестановки слагаемых и без изменения знаков.

- **Минус перед скобкой**

Знак минус требует поменять знаки всех слагаемых внутри. Например, $-(2x - 3)$ превращается в $-2x + 3$, потому что каждое слагаемое получает противоположный знак.

- **Смешанное выражение**

В записи $(x + 4) - (2x - 3)$ сначала убирают скобки, затем пишут $x + 4 - 2x + 3$. После этого остаётся собрать подобные члены.

- **На что смотреть**

Особенно важно проверять знак перед скобкой, потому что одна ошибка в начале меняет весь результат. Именно поэтому раскрытие скобок всегда выполняют внимательно и по шагам.

Типичные ошибки при сложении и вычитании многочленов

Диаграмма показывает, что трудности возникают на разных этапах вычисления, но особенно часто — при работе со знаками перед скобками.

Чем внимательнее ученик раскрывает скобки, тем меньше риск ошибки в последующих шагах.



Учебные наблюдения по теме «Многочлены»

Сложение многочленов на одном примере

1 Убираем скобки

В выражении $(3x + 2y - 5) + (4x - y + 8)$ сначала раскрываем скобки без изменения знаков. Получается $3x + 2y - 5 + 4x - y + 8$.

2 Собираем подобные

Далее объединяем члены с одинаковой буквенной частью: $3x$ и $4x$, $2y$ и $-y$, а также -5 и 8 . Разные буквы не смешиваются между собой.

3 Записываем ответ

После сложения коэффициентов получаем $7x + y + 3$. Итог короче исходной записи, потому что выражение уже приведено к удобному и понятному виду.

Вычитание многочлена: минус перед скобкой

1

Исходная запись

Рассмотрим выражение $(5a - 3b + 1) - (2a + b - 4)$. Здесь минус перед второй скобкой показывает, что все её слагаемые нужно заменить на противоположные.

2

Меняем знаки

После раскрытия скобок получаем $5a - 3b + 1 - 2a - b + 4$. Члены внутри второй скобки изменили знаки: $2a$ стало $-2a$, b стало $-b$, а -4 стало $+4$.

3

Собираем подобные

Теперь объединяем подобные члены: $5a - 2a$, $-3b - b$ и $1 + 4$. Этот шаг выполняют после правильного раскрытия скобок, чтобы не потерять ни один член.

4

Получаем ответ

В итоге выходит $3a - 4b + 5$. Если знаки перед скобкой раскрыты верно, дальнейшее упрощение проходит быстро и без лишних вычислений.

Сравнение двух примеров по шагам

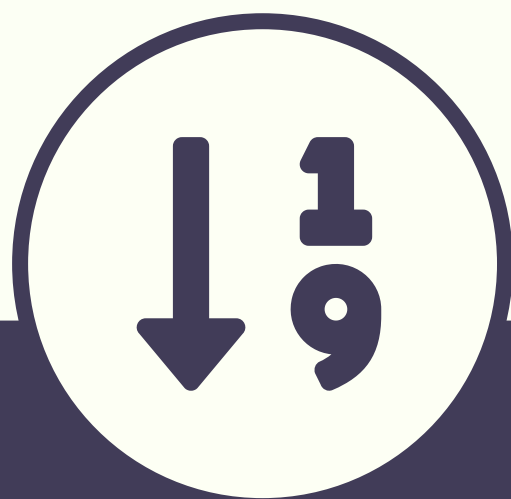
Исходное выражение	После раскрытия	Ответ
$(2x + 3) + (x - 5)$	$2x + 3 + x - 5$	$3x - 2$
$(4m - 1) - (m + 6)$	$4m - 1 - m - 6$	$3m - 7$

Два примера показывают один и тот же порядок действий: сначала раскрыть скобки, затем объединить одинаковые члены и записать результат короче исходного выражения.

После раскрытия скобок важно сразу проверить знаки, а затем собрать подобные члены. Именно этот порядок даёт правильный и более короткий ответ.

Составлено по учебным примерам темы «Сложение и вычитание многочленов».

Стандартный вид многочлена



Порядок записи

В стандартном виде члены многочлена располагают по убыванию степени. Такая запись помогает сразу увидеть главные слагаемые и не перепутать порядок при дальнейших преобразованиях.



Удобство проверки

Когда выражение записано упорядоченно, легче заметить пропущенный член, лишний знак или ошибку в коэффициенте. Проверка ответа становится быстрее и надёжнее.



После вычислений

После сложения или вычитания многочлен обычно приводят к стандартному виду. Это делает итоговую запись компактной, а сравнение с другими выражениями — более простым.



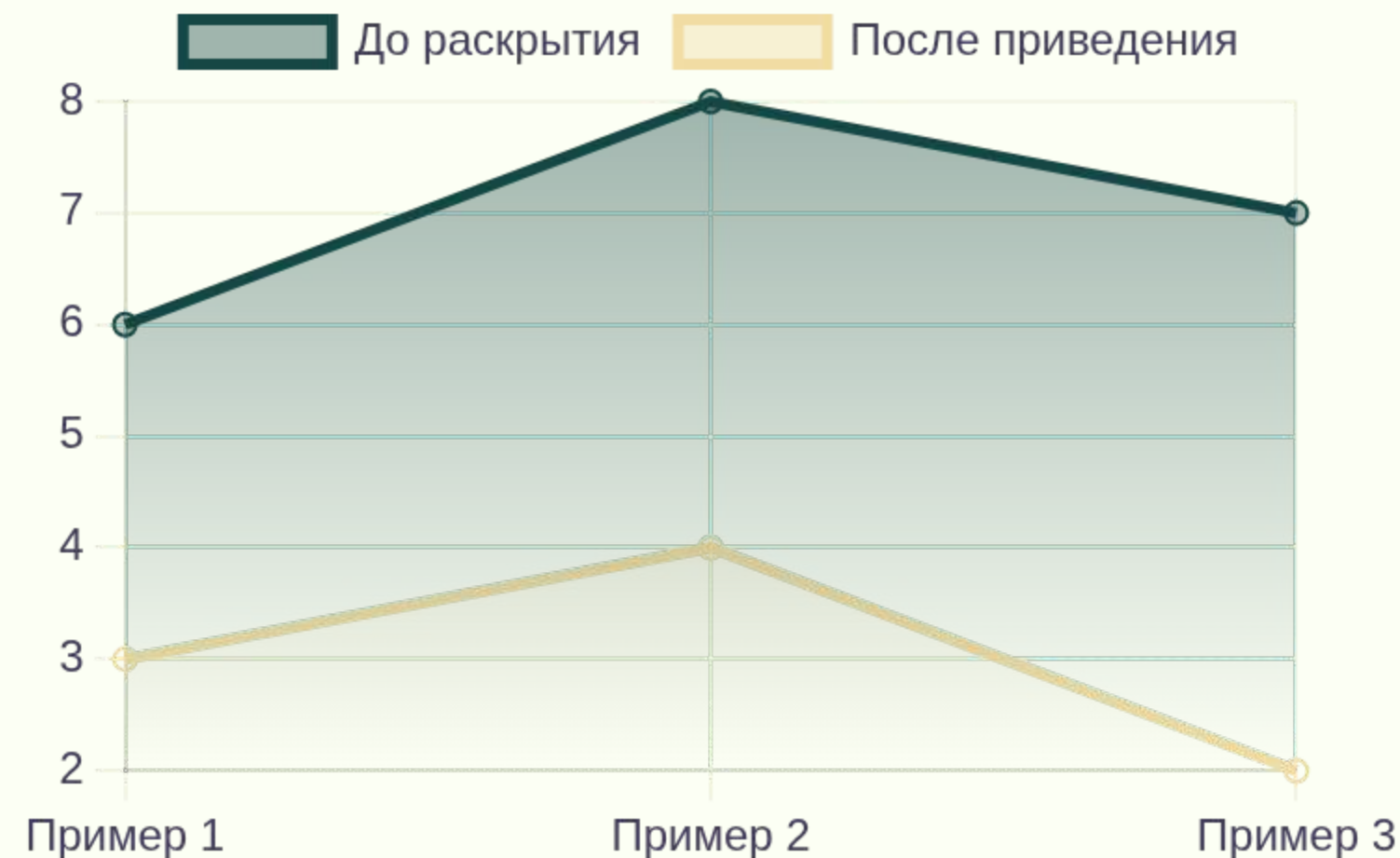
Пример записи

Выражение $5x^2 - 3x + 1$ уже записано правильно: сначала идёт член второй степени, затем линейный член и свободное число в конце.

Как сокращается запись после приведения подобных

На графике показано, что после раскрытия скобок и приведения подобных выражение заметно укорачивается. Это делает вычисления удобнее и снижает риск путаницы при чтении записи.

Упрощение уменьшает количество слагаемых примерно в два раза. Значит, цель преобразования — не только найти ответ, но и сделать его наглядным.



Иллюстративные данные по учебным примерам темы; значения подобраны для демонстрации сокращения записи.

Проверка результата подстановкой

1 Возьмите одно число

Выберите любое удобное значение переменной и подставьте его в исходное выражение и в упрощённый многочлен. Если преобразование верно, оба результата должны совпасть.

2 Сравните значения

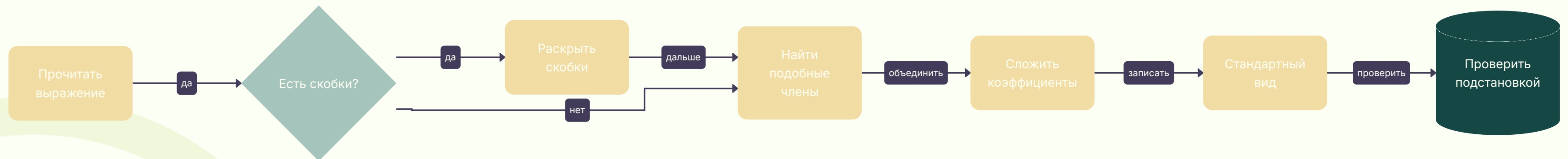
Например, при $x = 2$ выражения $3x + 5$ и $x + 2x + 5$ дают одинаковый результат 11. Такое совпадение подтверждает правильность раскрытия скобок и объединения членов.

3 Найдите ошибку

Если ответы не совпали, проверьте знаки, коэффициенты и все пропущенные слагаемые. Подстановка особенно полезна, когда итог кажется неожиданным или слишком сложным.

Как действовать без ошибок

Последовательность помогает не пропустить знак, скобку или подобный член при преобразовании многочленов.



Многочлены в задаче о площади



Площадь через две стороны

Если одна сторона прямоугольника равна $x + 2$, а другая — $x - 1$, площадь записывают как $(x + 2)(x - 1)$. После раскрытия скобок получается многочлен, который можно привести к удобному виду. Так формула сразу показывает связь между сторонами и площадью.



Одна переменная — много данных

Многочлены позволяют описать длину, ширину и площадь в одной записи, не переходя к отдельным числам слишком рано. Это удобно, когда сторона зависит от переменной и нужно рассуждать о всей фигуре, а не только об одном конкретном случае.

Тренировочные примеры для самопроверки

Выражение	Упрощение	Ответ
$(x + 7) + (3x - 2)$	$x + 7 + 3x - 2$	$4x + 5$
$(6y - 4) - (2y + 1)$	$6y - 4 - 2y - 1$	$4y - 5$
$(2a + 3b) - (a - b)$	$2a + 3b - a + b$	$a + 4b$

Три коротких примера помогут повторить главный порядок действий: сначала раскрыть скобки, затем собрать подобные члены и записать ответ короче.

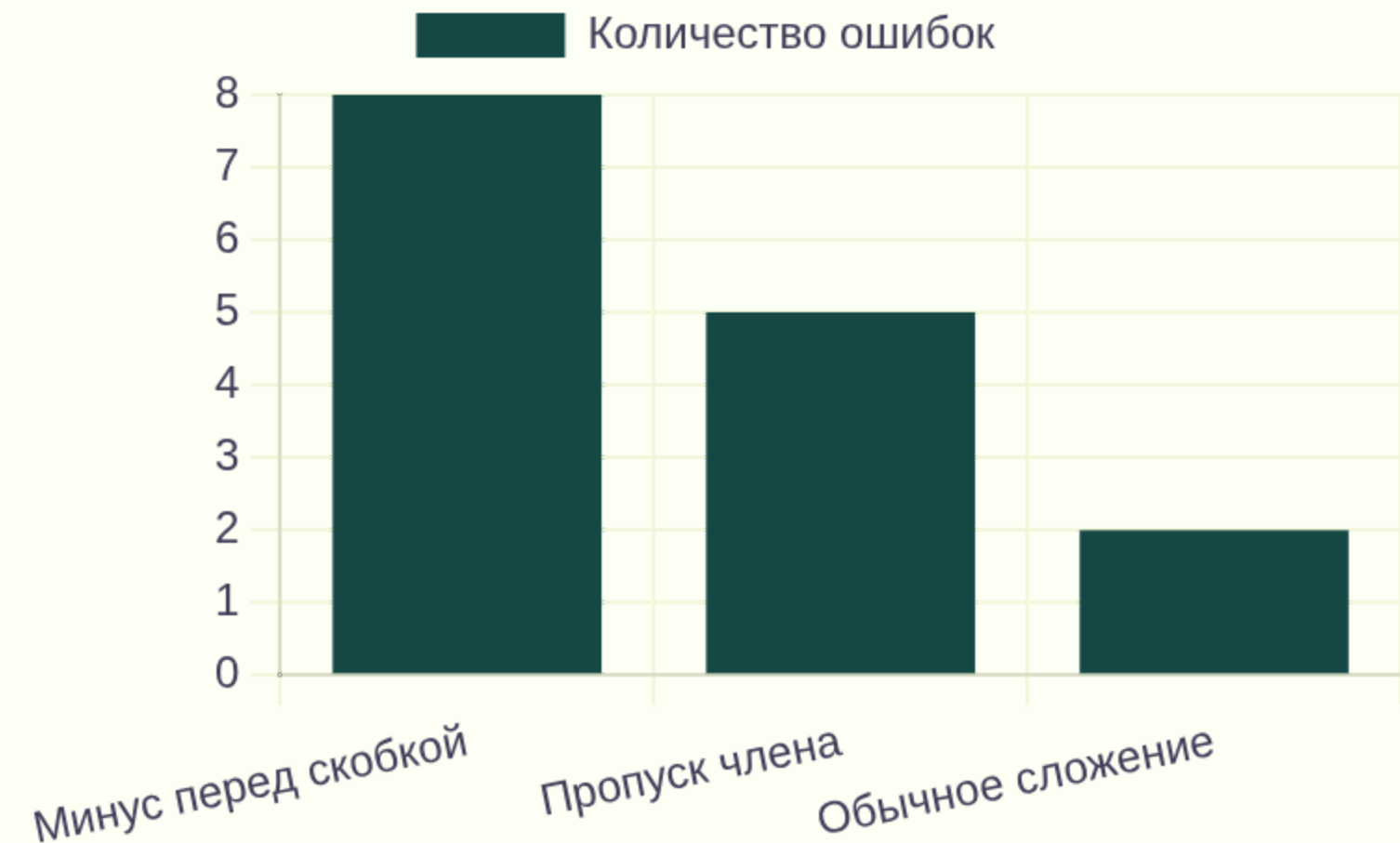
Во всех примерах сначала раскрываются скобки, а затем объединяются подобные члены. Разные буквенные части не смешиваются между собой.

Составлено по тренировочным примерам темы «Сложение и вычитание многочленов».

Связь между знаками и количеством ошибок

Диаграмма показывает, что труднее всего ученикам даётся минус перед скобкой. Именно здесь чаще всего появляется один неверный знак, который меняет весь результат.

Чем сложнее работа со знаками, тем больше ошибок. Значит, особое внимание нужно уделять раскрытию скобок и проверке каждого слагаемого.



Иллюстративные данные для учебной диаграммы по теме преобразования многочленов.

Главные правила темы в одной записи

1

Сравнивайте члены

Подобными считаются только те члены, у которых совпадают буквенная часть и степень. Именно это позволяет складывать или вычитать их без изменения переменной.

2

Меняйте коэффициенты

При выполнении действий с многочленами изменяются только коэффициенты подобных членов. Буквенная часть остаётся прежней, поэтому нельзя складывать разные переменные между собой.

3

Следите за минусом

Знак минус перед скобкой меняет знак каждого слагаемого внутри. Эта операция особенно важна, потому что одна ошибка в знаке сразу портит весь ответ.

4

Записывайте аккуратно

После вычислений ответ приводят к стандартному виду: члены располагают по убыванию степени, а свободный член ставят в конце. Так запись становится понятной и удобной.

5

Проверяйте подстановкой

Если подставить одно и то же число в исходное и в упрощённое выражение, результаты должны совпасть. Это простой способ заметить ошибку в вычислениях.



Тема, которая учит точности

Сложение и вычитание многочленов развивают внимательность к знакам, скобкам и коэффициентам. Эти умения помогают уверенно работать с формулами, уравнениями и геометрическими задачами дальше.