

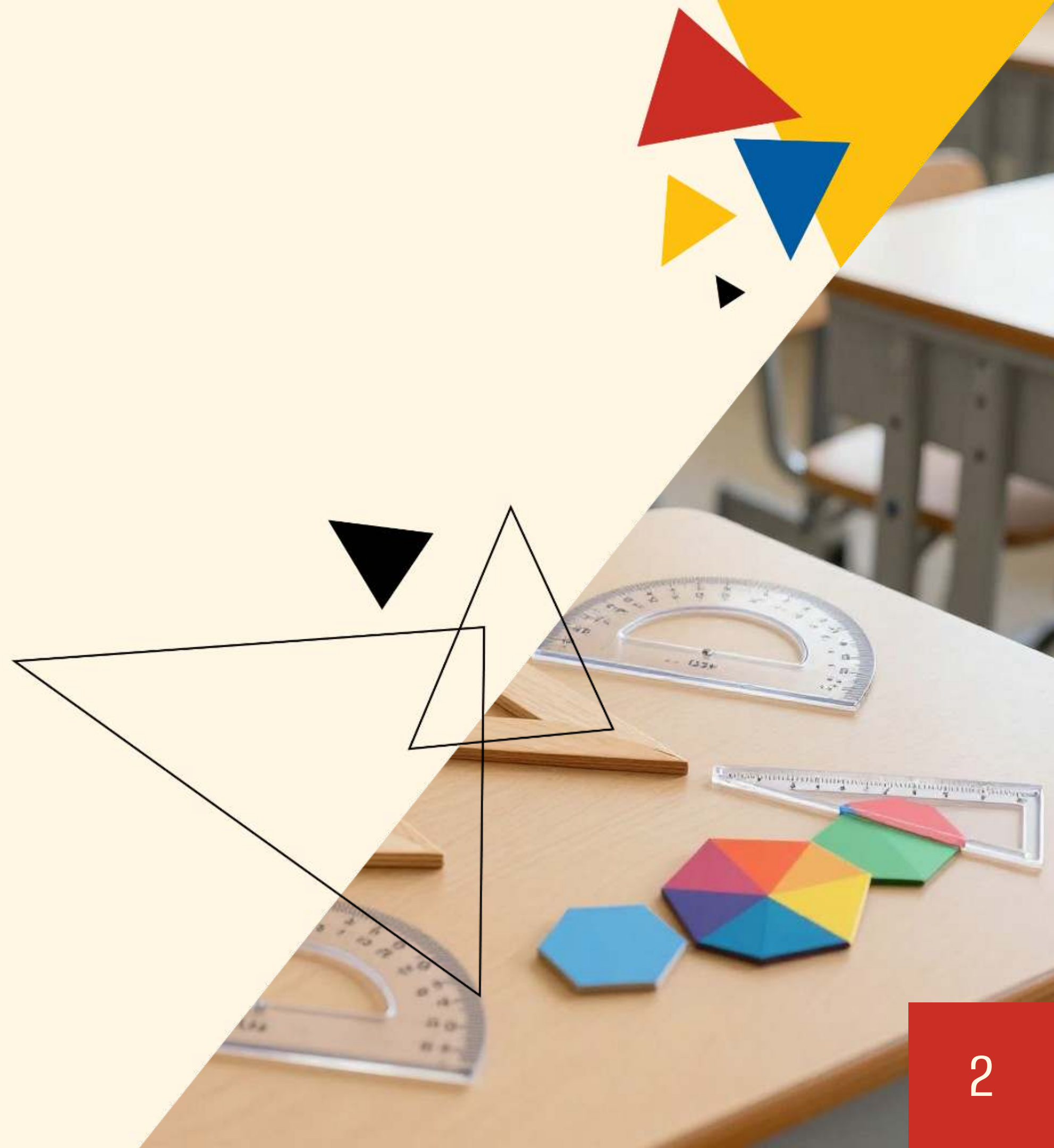


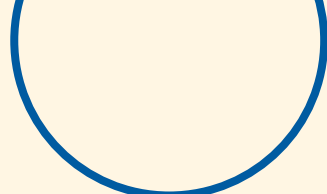
Свойства углов треугольников и многоугольников

Углы фигур открывают путь к точным геометрическим решениям.

Почему это важно в 9 классе

Свойства углов помогают быстро находить неизвестные величины, проверять чертежи и доказывать свойства фигур. От треугольника удобно переходить к многоугольникам, а затем — к более общим геометрическим рассуждениям.





Внутренние и внешние углы: основные понятия

Внутренний угол

Он находится внутри многоугольника и образован двумя соседними сторонами. Именно такие углы составляют основную «сумму углов» фигуры.



Внешний угол

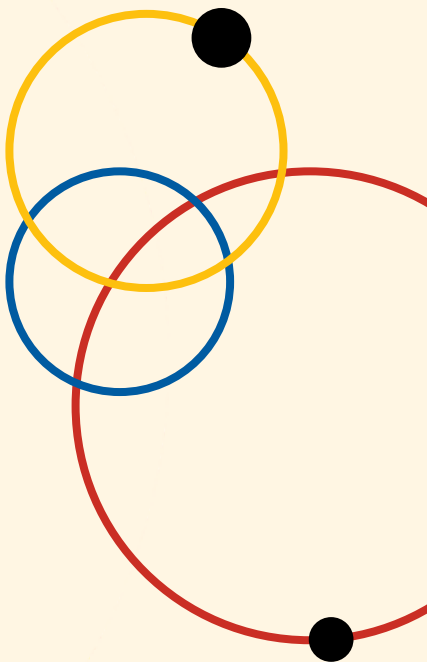
Он появляется при продолжении одной стороны. Внешний и прилежащий внутренний углы всегда составляют развернутый угол, то есть 180° .

Сколько углов у фигуры

У треугольника три внутренних и три внешних угла. У n -угольника по одному углу у каждой вершины, если рассматривать все вершины по очереди.

Зачем различать их

Внутренние и внешние углы удобны в разных задачах. Иногда ответ проще найти через внутренние углы, а иногда — через сумму внешних углов.



Треугольник как базовая фигура геометрии

Три стороны и три угла

Треугольник — самая простая замкнутая фигура в планиметрии. У него всегда три вершины, три стороны и три внутренних угла.

Постоянная сумма

Какой бы ни был треугольник — равносторонний, равнобедренный или разносторонний — сумма его внутренних углов всегда равна 180° .

Связь сторон и углов

Если в треугольнике равны две стороны, то равны и два угла при основании. Эта связь помогает быстрее читать чертеж и делать выводы.

Основа для задач

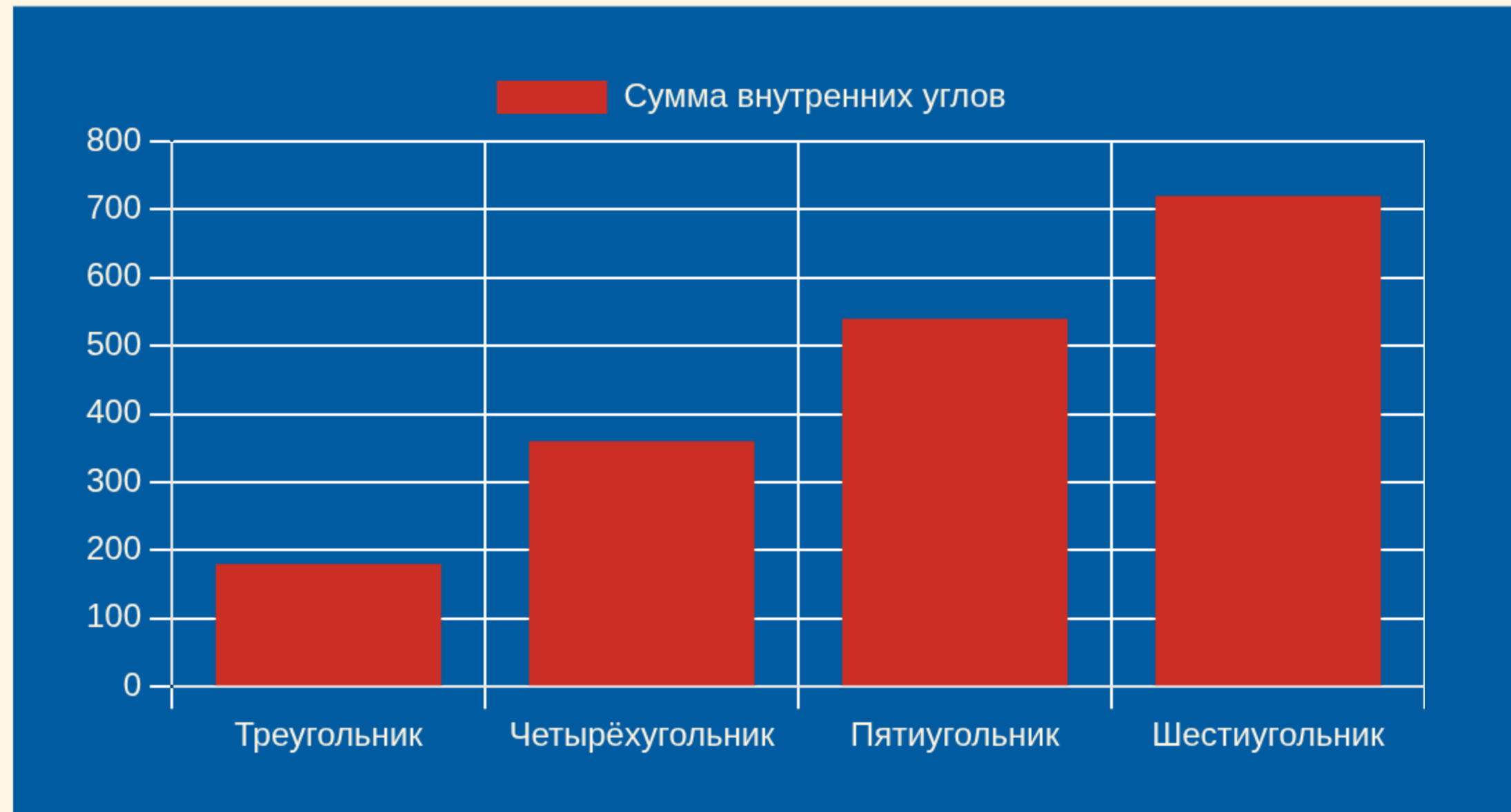
Именно через треугольник удобно объяснять свойства более сложных фигур. Многие формулы для многоугольников строятся на его углах.



Сумма внутренних углов фигур с разным числом сторон

Каждая новая сторона увеличивает сумму внутренних углов на 180° , потому что фигура разбивается на дополнительный треугольник.

Рост суммы углов подчиняется простой закономерности: чем больше сторон, тем больше треугольников внутри фигуры.



Суммы внутренних углов для популярных многоугольников

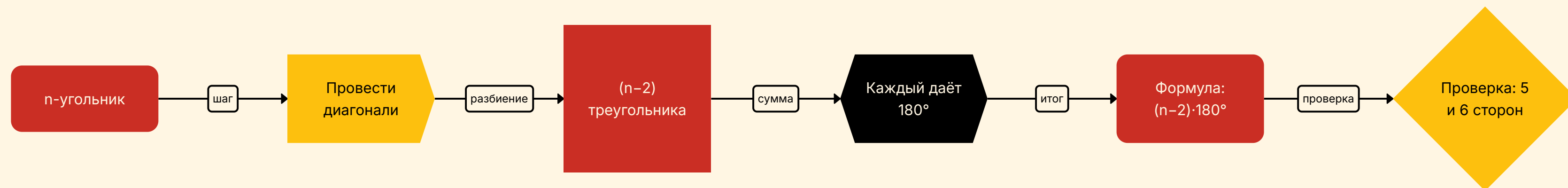
Таблица показывает, как число сторон связано с суммой внутренних углов и числом треугольников при разбиении из одной вершины.

Чем больше сторон, тем больше треугольников получается при разбиении. Это и даёт формулу $(n-2) \cdot 180^\circ$.

Фигура	Треугольников	Сумма
3	1	180°
4	2	360°
5	3	540°

Как получается формула суммы внутренних углов

Пошаговое объяснение через разбиение многоугольника на треугольники.

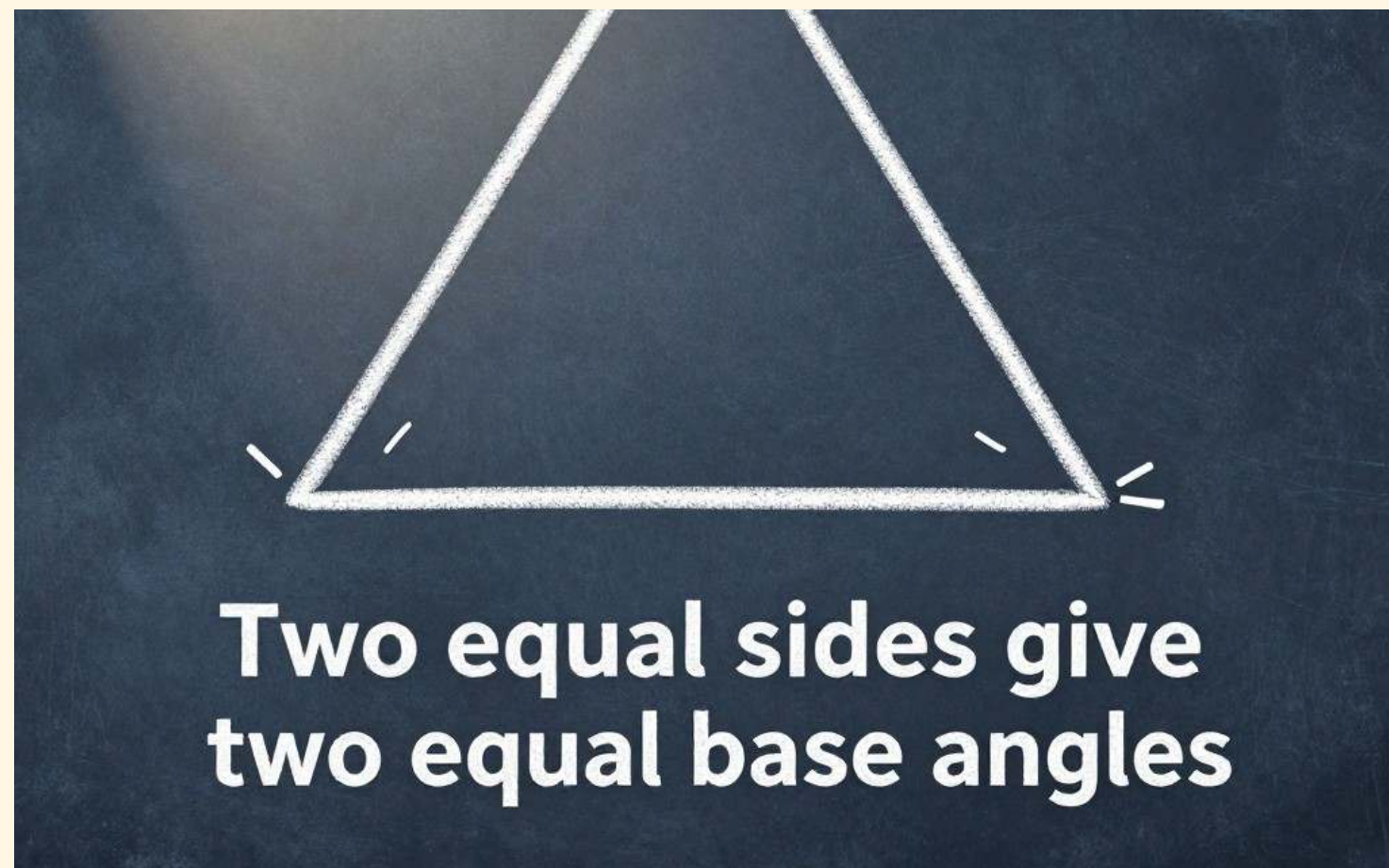




Зная эту сумму, можно быстрее
находить неизвестные углы
и проверять правильность построений.

360°
**— это неизменный
результат для любой
выпуклой фигуры.**

Равнобедренный и равносторонний треугольники



Два равных склона и два равных угла

В равнобедренном треугольнике две боковые стороны одинаковы, поэтому углы при основании тоже равны. На рисунке это видно по одинаковым засечкам на сторонах и одинаковым дугам у углов. Если известен один угол, остальные легко найти через сумму 180° .



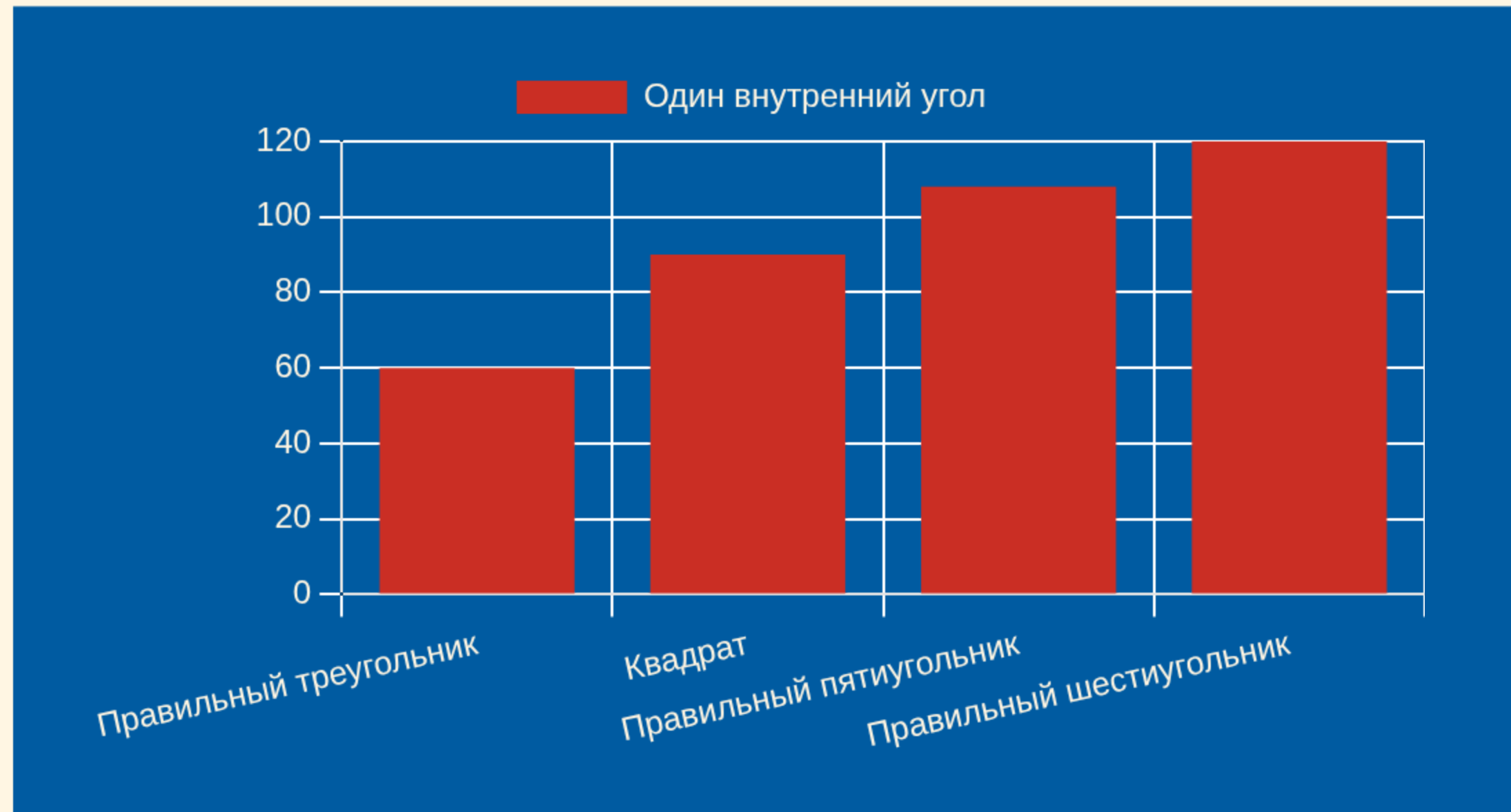
Три равные стороны — три равных угла

Равносторонний треугольник выглядит особенно симметрично: все его стороны равны, а каждый угол равен 60° . Это получается из деления 180° на три равные части. Такая фигура удобна для проверки чертежей и решения простых задач на углы.

Правильные многоугольники: сравнение углов

Все фигуры здесь имеют равные стороны и равные углы, поэтому удобны для сравнения и запоминания.

С ростом числа сторон один угол увеличивается, а форма многоугольника постепенно становится более округлой.

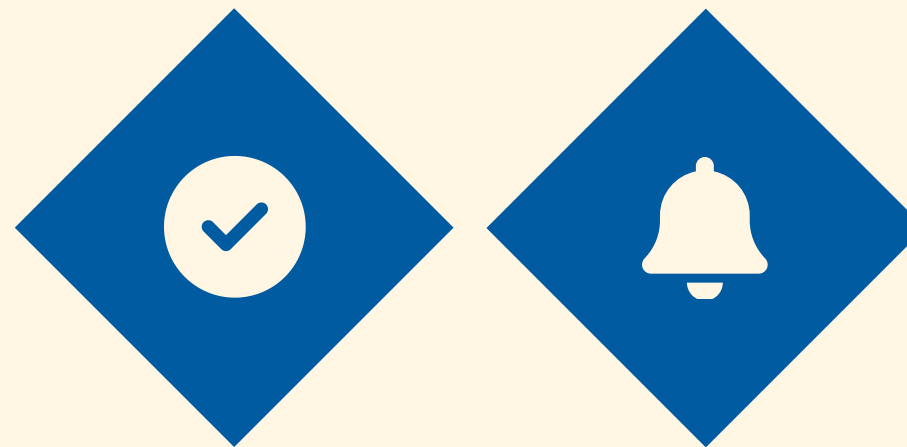


Выпуклые и невыпуклые многоугольники



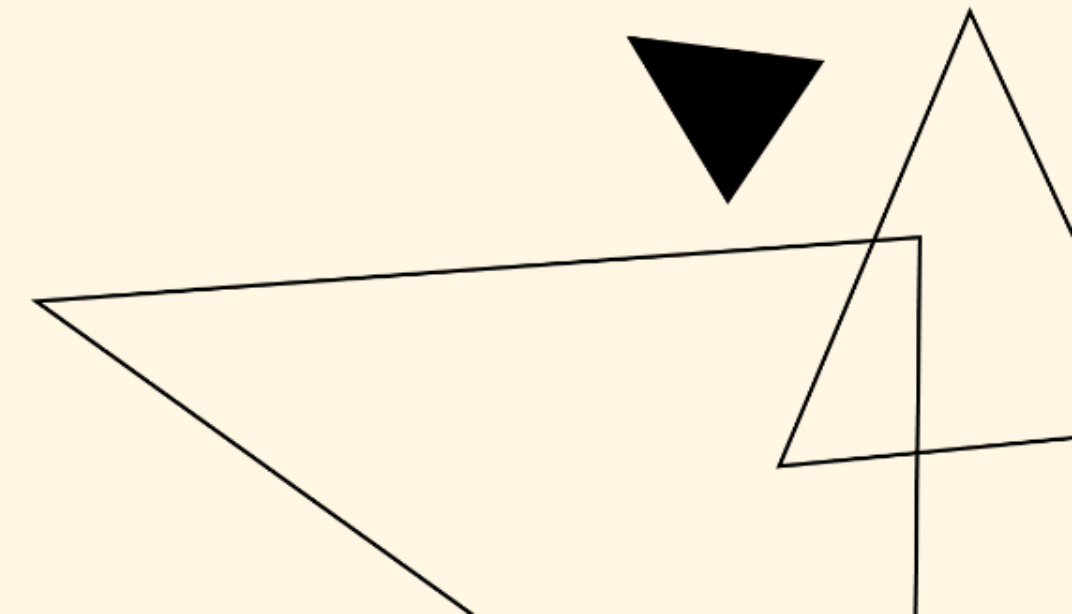
Выпуклый многоугольник

У выпуклой фигуры все внутренние углы меньше 180° , а любые две точки соединяются отрезком, который не выходит за её границы. Для таких многоугольников удобно применять стандартные формулы.



Невыпуклый многоугольник

У невыпуклого многоугольника хотя бы один внутренний угол больше 180° , поэтому появляется заметная «впадина». При решении задач важно сначала определить вид фигуры, иначе формулу можно применить неверно.



Основные формулы по углам треугольников и многоугольников

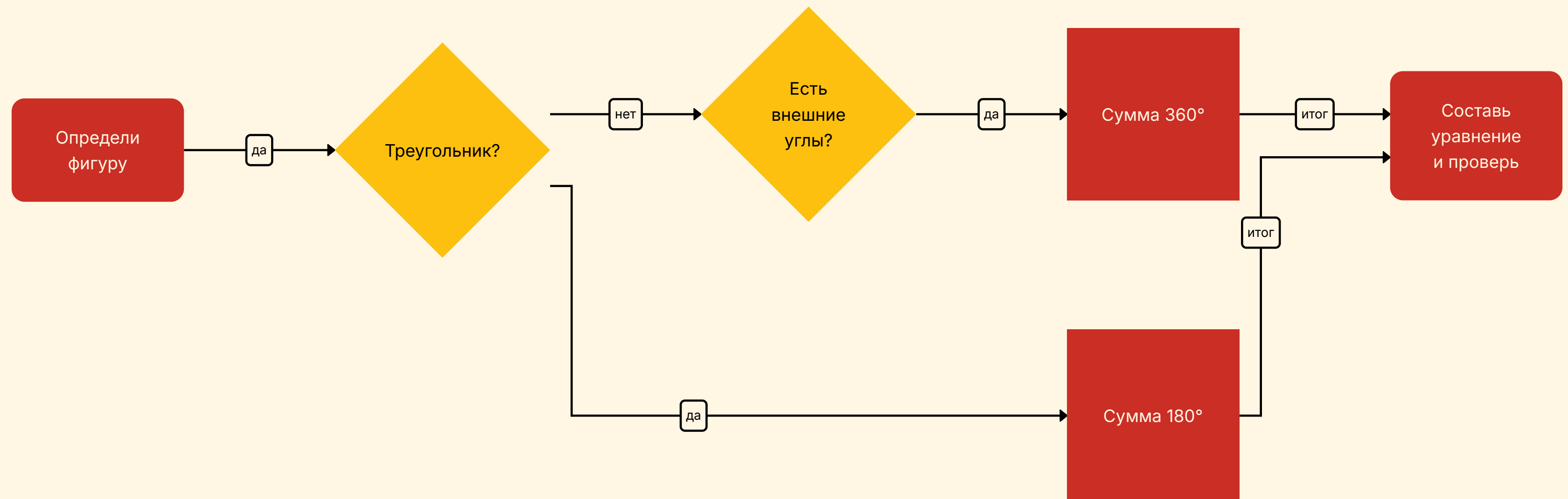
Таблица показывает главные формулы и короткие примеры для фигур с разным числом сторон.

С ростом числа сторон внутренний угол правильного многоугольника увеличивается, а внешний уменьшается; сумма внешних углов остаётся постоянной.

Фигура	Формула	Пример	Результат
n-угольник	$(n-2) \cdot 180^\circ$	n=5	540°
Правильный n-угольник	$[(n-2) \cdot 180^\circ] / n$	n=6	120°
Внешние углы	$360^\circ / n$	n=4	90°

Алгоритм решения задач на неизвестный угол

Последовательность действий при работе с треугольниками и многоугольниками в школьных задачах.



Типовые задачи по теме

Угол в треугольнике

Чаще всего нужно найти неизвестный угол, если два других уже известны. Тогда используют сумму 180° и составляют короткое уравнение, после чего проверяют ответ по рисунку.

Угол правильного многоугольника

В задачах с правильными фигурами сначала находят сумму внутренних углов, затем делят её на число сторон. Такой приём помогает быстро получать значение одного угла без лишних построений.

Внешний угол

Если на чертеже удобнее работать с внешними углами, используют их общую сумму 360° . Это особенно полезно, когда внутренние углы не подписаны, а фигура выпуклая.

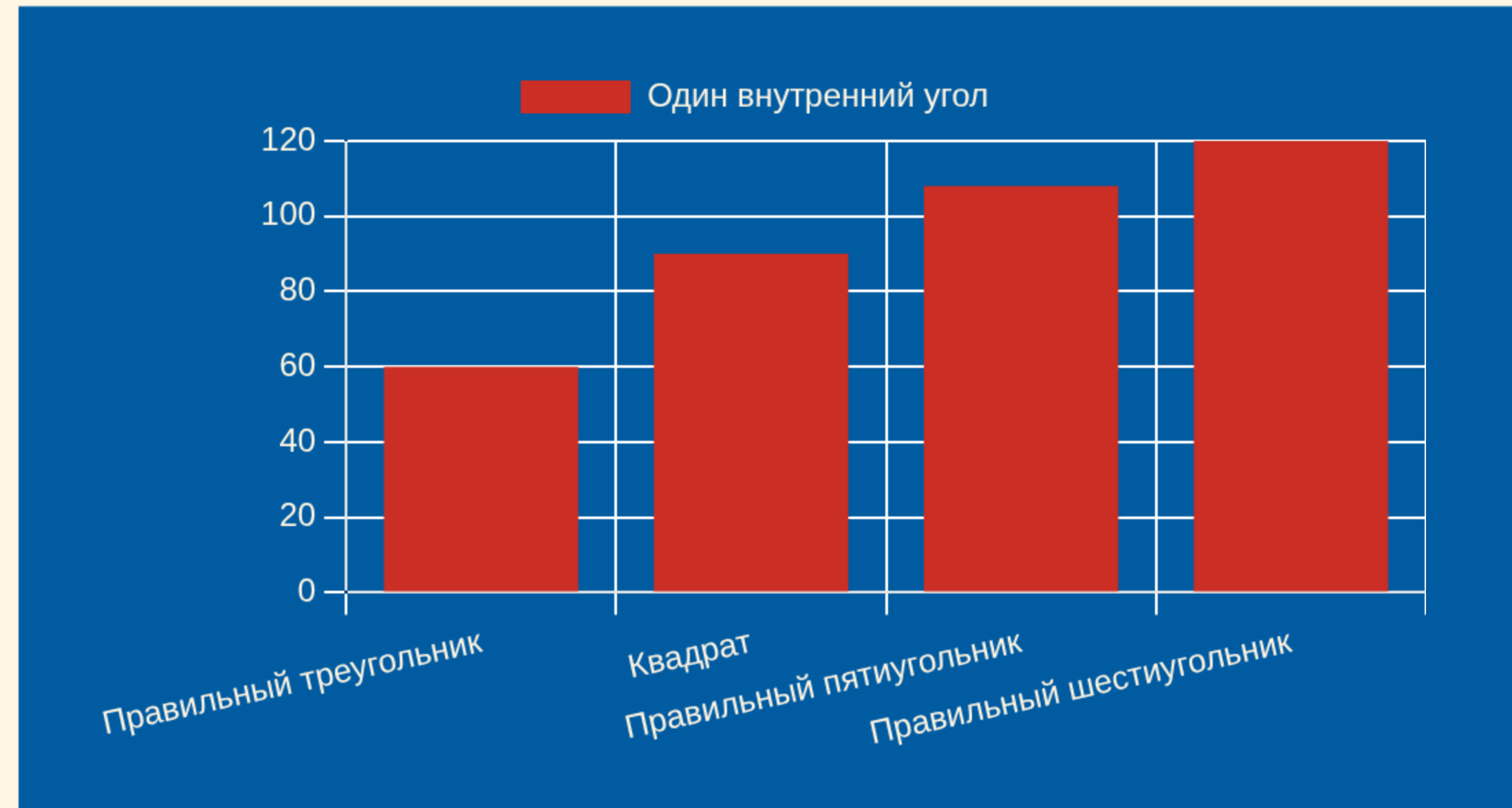
Число сторон

Иногда известна сумма внутренних углов, а нужно определить сам многоугольник. Тогда применяют формулу $(n-2) \cdot 180^\circ$ и находят число сторон, решая простое уравнение.

Как изменяется один внутренний угол в правильных многоугольниках

Чем больше сторон у правильной фигуры, тем ближе её форма к кругу и тем медленнее меняется каждый следующий угол.

Рост угла связан с увеличением числа сторон, но у выпуклой фигуры он остаётся меньше 180° .



Расчёт по формуле $[(n-2) \cdot 180^\circ] / n$

Углы в реальных объектах и чертежах

Крыши и фермы

Треугольные элементы часто используют в крышах и мостовых фермах, потому что такая форма хорошо распределяет нагрузку. Здесь важно понимать, как устроены углы между сторонами.

Дорожные знаки

Треугольные дорожные знаки легко узнаются издалека, а их форма делает изображение заметным. Геометрия помогает объяснить, почему одинаковые стороны и углы дают устойчивый силуэт.

Плитка и узоры

Многоугольники встречаются в плитке, орнаментах, окнах и декоративных панелях. При укладке или построении узора удобно заранее знать суммы углов и свойства правильных фигур.

Соты и архитектура

Шестиугольные ячейки сот и многие архитектурные элементы показывают, как многоугольники помогают экономно заполнять пространство. На таких примерах хорошо видно, зачем нужны углы и их измерение.



Типичные ошибки при работе с углами

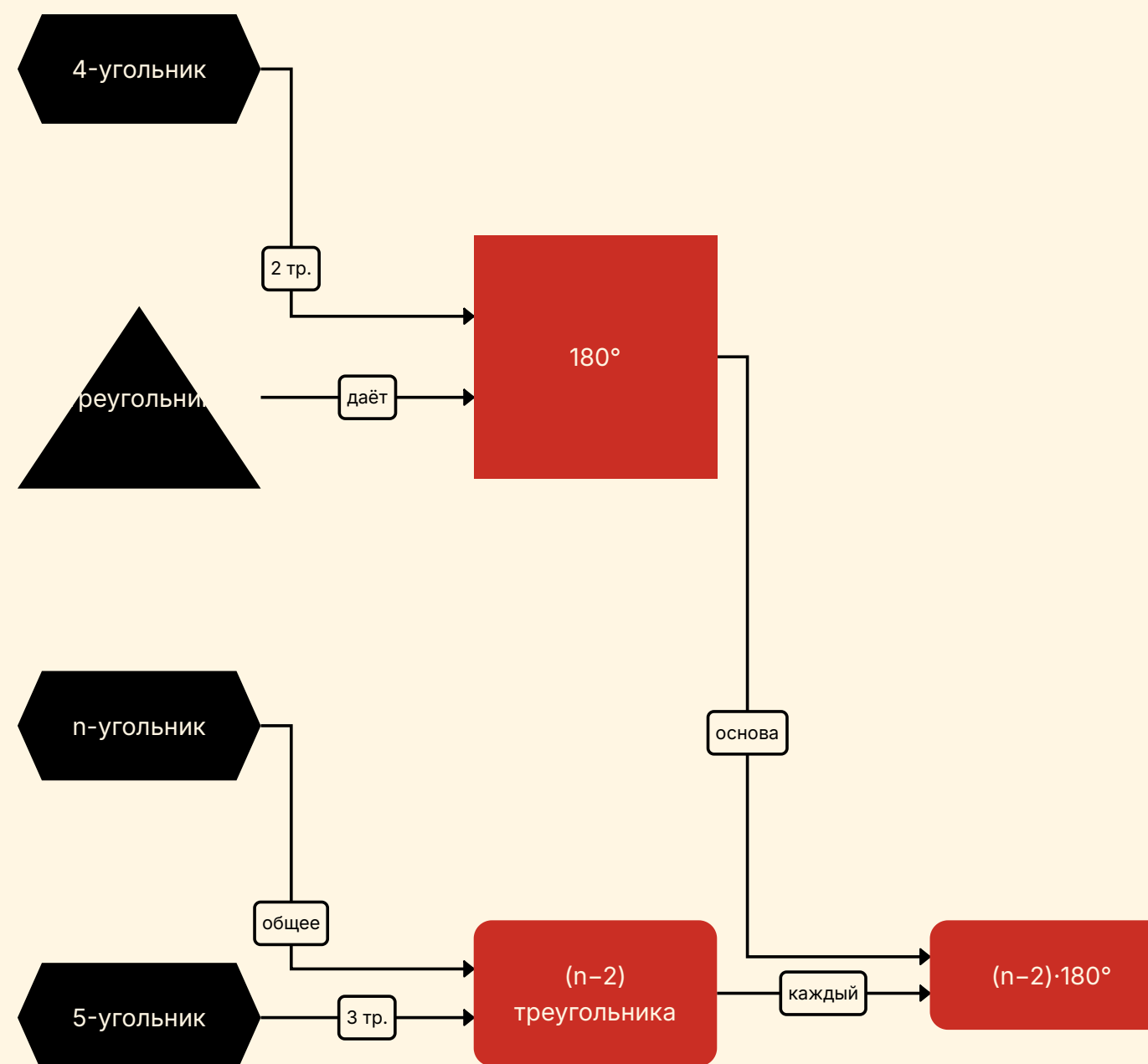
Таблица помогает заметить частые ошибки и сразу выбрать правильный способ проверки решения.

Большинство ошибок связано не с вычислениями, а с неверным распознаванием фигуры и угла, поэтому полезно каждый раз начинать с проверки чертежа.

Ошибка	Что делать	Признак
Внутренний/внешний	Уточнить угол	Смежный угол
Не те стороны	Проверить n	Число вершин
Забыли 180°	Суммировать углы	Треугольник
Невыпуклая фигура	Сначала анализ	Есть впадина

Переход от треугольника к общему случаю

Обобщение строится через разбиение многоугольника на треугольники, проведённое из одной вершины.



Главные факты урока

1 Треугольник

Сумма внутренних углов любого треугольника всегда равна 180° . Это правило не зависит от длины сторон, вида треугольника или его положения на чертеже.

2 Общий случай

Для n -угольника сумма внутренних углов выражается формулой $(n-2) \cdot 180^\circ$. Она получается через разбиение фигуры на треугольники и подходит для выпуклых многоугольников.

3 Внешние углы

Если взять по одному внешнему углу у каждой вершины выпуклого многоугольника, их сумма всегда будет 360° . Это удобно для быстрых вычислений в задачах.

4 Правильные фигуры

В правильном многоугольнике все стороны равны, все углы равны, а величина одного угла зависит только от числа сторон. Поэтому такие фигуры легко сравнивать между собой.

Геометрия углов: от простого к общему

Сегодня мы увидели, как одна идея помогает работать с разными фигурами: у треугольника сумма углов равна 180° , у многоугольников действует общая формула, а внешние углы дают 360° .