

Движение в геометрии: как фигуры сохраняют форму и размер

Фигура меняет положение, но сохраняет свои размеры и форму.



Почему геометрические движения важны

Движения помогают описывать одинаковые фигуры в разном положении и находить симметрию в узорах, чертежах и объектах вокруг нас, а также доказывать равенство фигур в школьных задачах.



Определение геометрического движения

1 Сохранение расстояний

Геометрическое движение — это преобразование плоскости, при котором расстояние между любыми двумя точками остаётся прежним. Поэтому фигура не растягивается, не сжимается и не искажается.

2 Сохранение основных величин

Если при движении точка A переходит в A' , а точка B — в B' , то $AB = A'B'$. Из этого следует сохранение длин отрезков, углов, периметра и площади.

3 Равенство фигур

После движения получается фигура той же формы и того же размера, что и исходная. Такие фигуры называют равными, потому что их можно совместить движением.

4 Что это даёт в задачах

Понимание движения помогает сравнивать фигуры, строить их образы и объяснять, почему две фигуры совпадают по всем соответствующим сторонам и углам.

Равные фигуры и сохранение размеров



Совмещение движением

Две фигуры равны, если одну из них можно совместить с другой без изменения формы и размеров. Для этого достаточно подходящего движения на плоскости.



Соответствие элементов

У равных фигур совпадают соответствующие стороны и углы. Это значит, что каждой стороне и каждому углу одной фигуры отвечает равный элемент другой.



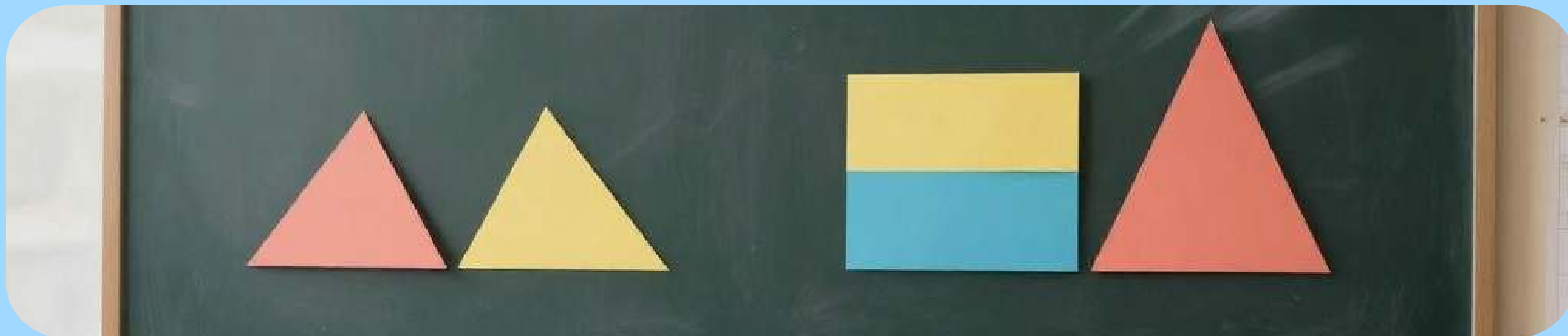
Признаки равенства

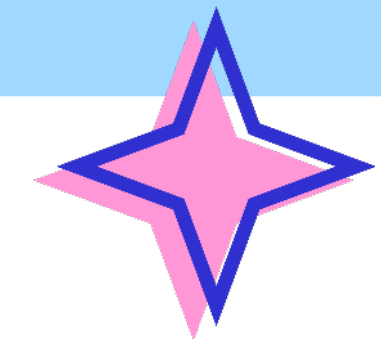
Если длины соответствующих сторон одинаковы, а углы равны, фигуры можно считать равными. Дополнительно подтверждает равенство совпадение площадей.



Примеры на плоскости

На рисунках равными могут быть треугольники, прямоугольники или многоугольники, даже если они расположены по-разному. Положение не влияет на их равенство.





Что сохраняется при движении, а что меняется

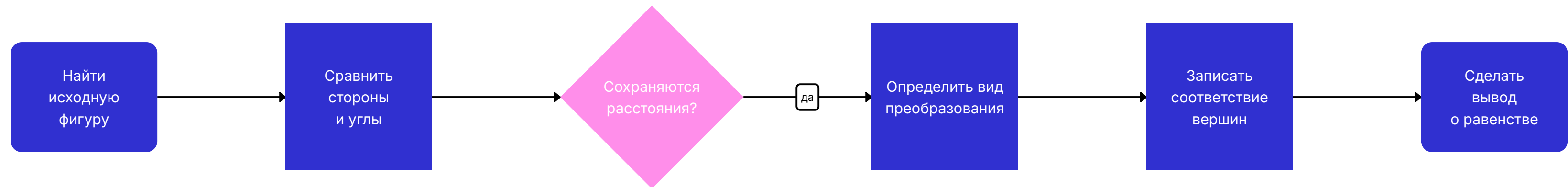
Сравнение показывает, какие свойства фигуры остаются неизменными, а какие могут измениться после преобразования.

Движение меняет только расположение фигуры. Её форма, размеры и основные числовые характеристики остаются прежними.

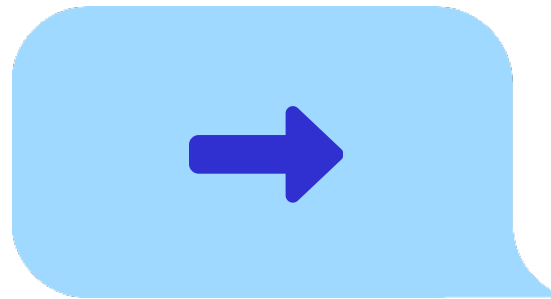
Объект	При движении
Длина	сохраняется
Угол	сохраняется
Площадь	сохраняется
Положение	меняется

Как распознают движение в задачах

Алгоритм проверки преобразования фигуры в школьной геометрии



Параллельный перенос



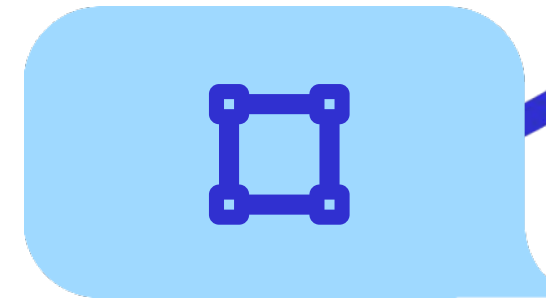
Одно направление

При параллельном переносе каждая точка фигуры смещается на одно и то же расстояние в одном и том же направлении, поэтому фигура остаётся узнаваемой и не искажается.



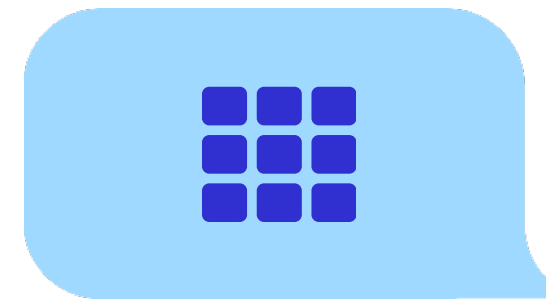
Сохранение свойств

После переноса отрезки остаются равными и параллельными исходным, а углы сохраняют свою величину. Поэтому перенос относится к движениям, не изменяющим форму и размеры.



Задаётся вектором

Чтобы описать перенос, указывают вектор. Он показывает, куда и насколько нужно переместить фигуру, а значит задаёт и направление, и длину перемещения.



Удобен на клетках

На клетчатой бумаге перенос легко построить и проверить по клеткам. Такой способ особенно полезен в школьных задачах и при чтении чертежей.

Поворот фигуры вокруг точки

1

Центр и угол

Поворот выполняется вокруг фиксированной точки на заданный угол. Все точки фигуры поворачиваются одинаково, поэтому расстояния между ними не меняются.

2

Направление поворота

Поворот может происходить по часовой стрелке или против неё. Это важно указывать в задаче, потому что от направления зависит положение полученной фигуры.

3

Что сохраняется

При повороте сохраняются длины сторон, расстояния до центра поворота и величины углов. Поэтому фигура остаётся равной исходной, только располагается иначе.

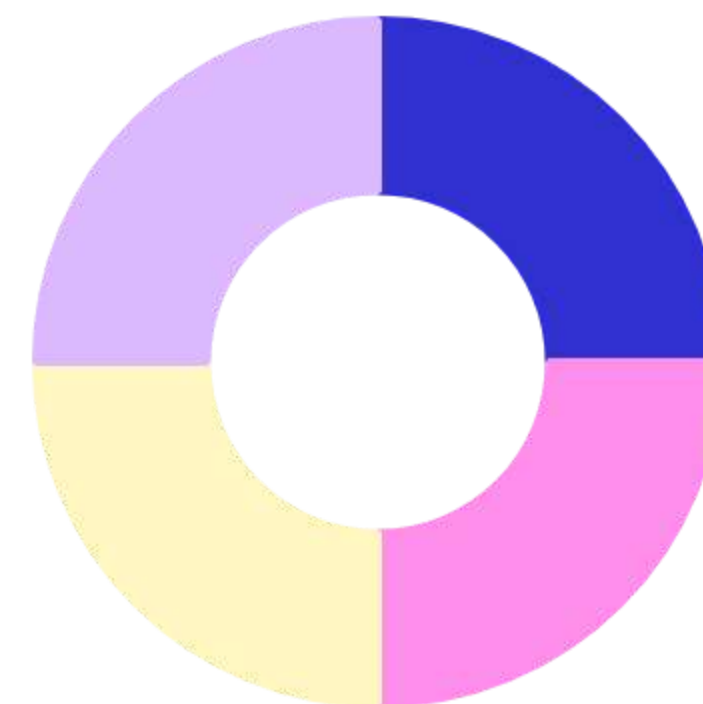
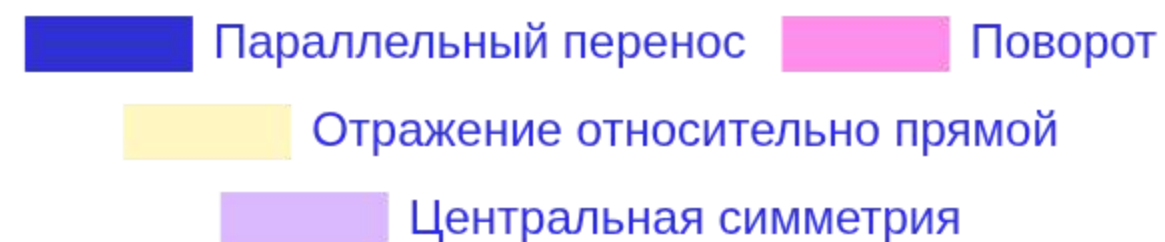


Сравнение видов геометрических движений

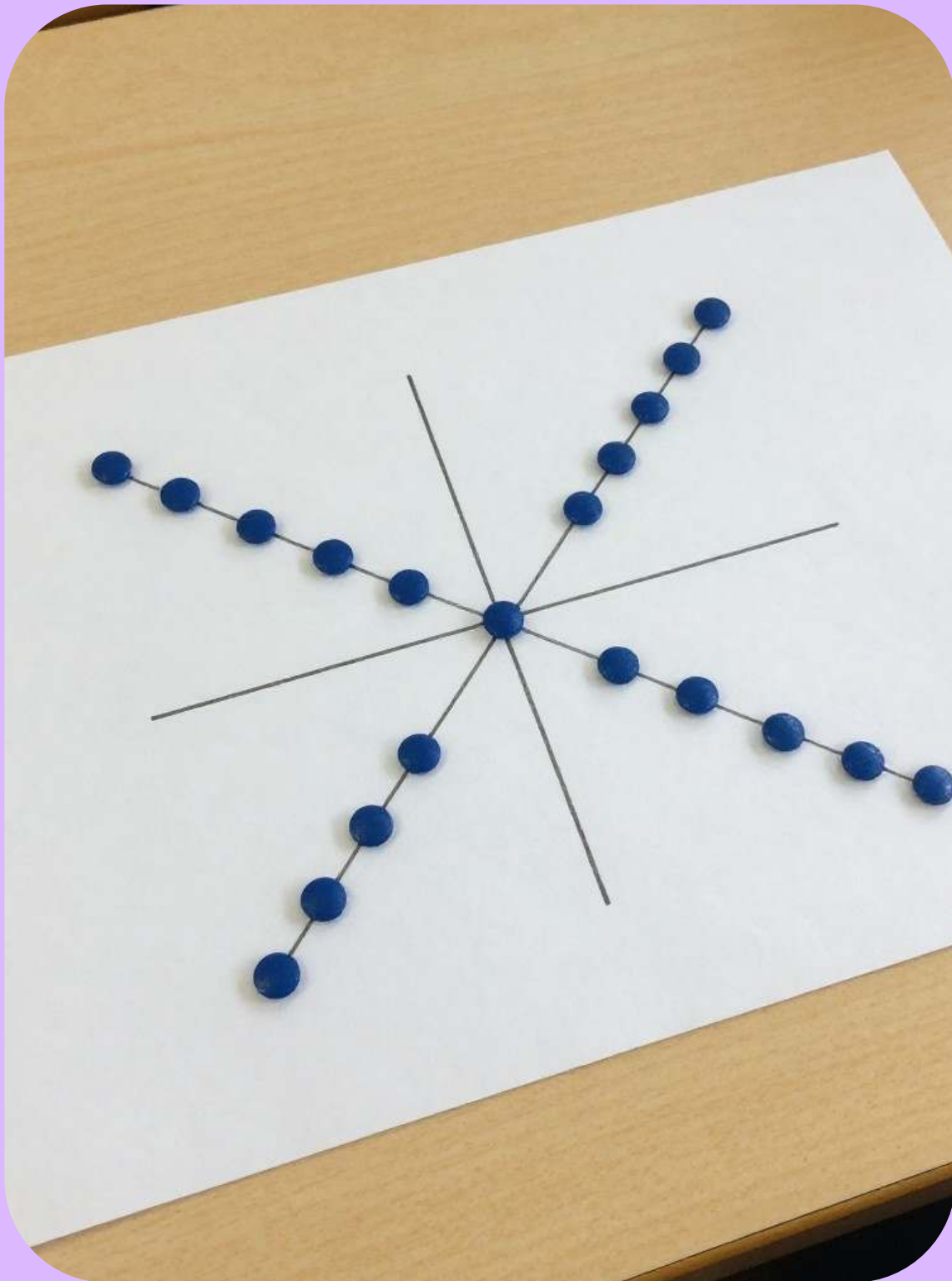


Все четыре преобразования сохраняют размеры фигуры, но различаются способом перемещения точек и тем, меняется ли ориентация изображения.

Общие свойства объединяют эти преобразования в один класс движений, а различия помогают точно определить нужный способ построения.



Отражение относительно прямой



1

Симметричные точки

При отражении каждая точка переходит на другую сторону прямой на таком же расстоянии. Эта прямая называется осью симметрии и служит линией построения.

2

Точки на оси

Если точка лежит на оси отражения, она остаётся на месте. Поэтому ось симметрии делит фигуру на зеркально равные части.

3

Что меняется

Отражение сохраняет размеры и форму, но меняет ориентацию фигуры. Из-за этого левая и правая стороны как будто меняются местами.

4

Где встречается

Осевая симметрия заметна в узорах, буквах, снежинках и многих рисунках. Она помогает быстро узнавать симметричные элементы в окружающих предметах.

Осевая и центральная симметрия в фигурах



Ось симметрии делит фигуру на две совпадающие части, а центральная симметрия связывает точки попарно относительно центра.

Чем более правильна фигура, тем больше у неё осей симметрии; симметрия помогает быстро узнавать форму.





180°

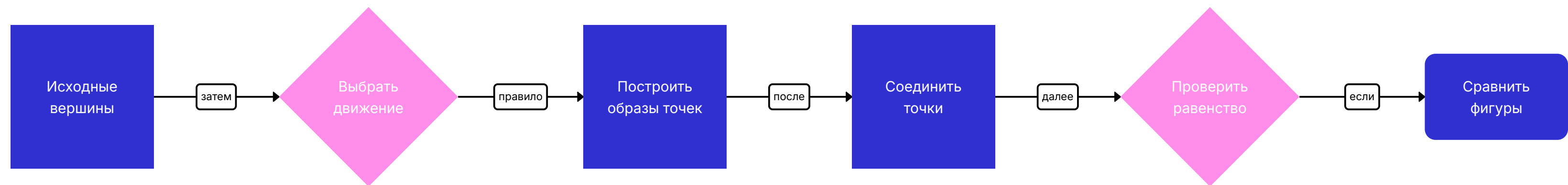
— это поворот, при котором
фигура совмещается со своим
образом.

Школьный курс геометрии, 7 класс; определение центральной
симметрии.

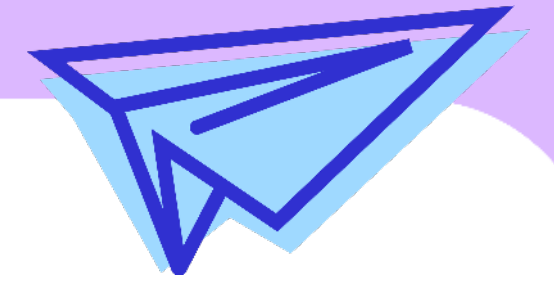
Центральную симметрию удобно понимать
как поворот на 180° вокруг точки: каждая пара
соответствующих точек лежит на одной прямой по разные
стороны от центра.

Как построить образ фигуры при движении

Последовательность основана на правилах построения в школьной геометрии и на клетчатой бумаге.



Движение на клетчатой бумаге и в чертежах



✦ Точный счёт клеток

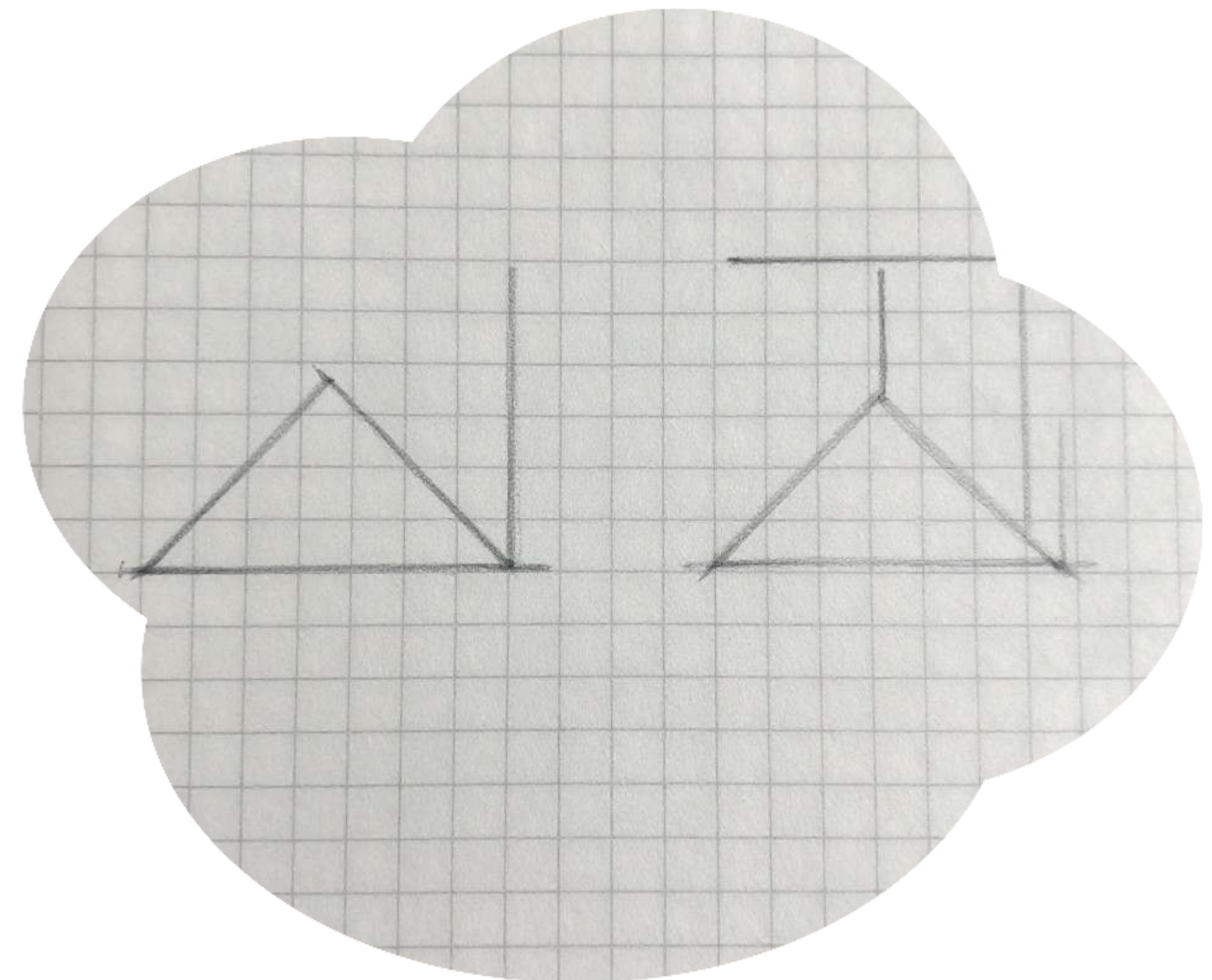
Клетчатая бумага позволяет без лишних вычислений отложить одинаковые смещения по горизонтали и вертикали, поэтому параллельный перенос легко проверить по числу клеток.

✦ Удобная опора для построений

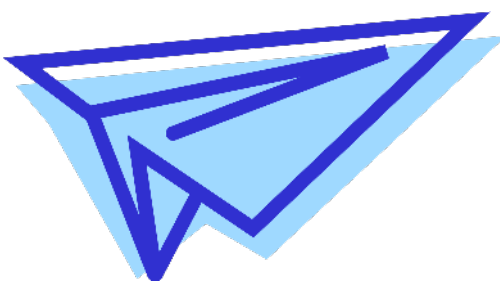
При повороте и отражении сетка помогает заметить расстояния до центра или оси, а также не потерять положение вершин при переносе рисунка.

✦ Проверка результата

Чертёж на сетке облегчает сравнение исходной фигуры и её образа: достаточно сопоставить длины сторон, углы и взаимное расположение точек.



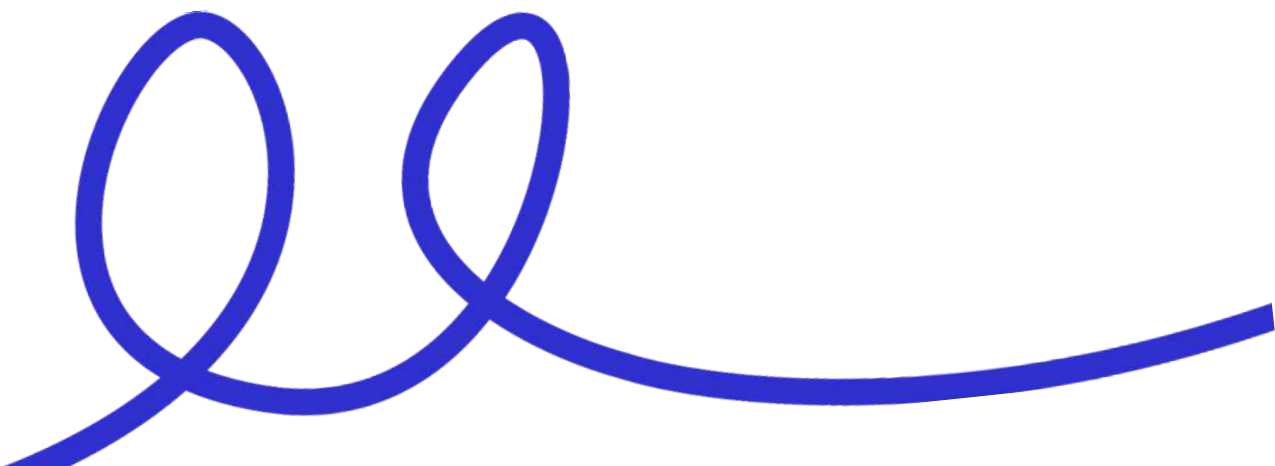
Основные свойства движений



- ✦ Таблица показывает, чем задаётся каждый вид движения, что он сохраняет и какой признак чаще всего меняется.
- ✦ Все движения сохраняют размеры и форму, но различаются способом задания и тем, меняется ли ориентация фигуры.

Вид	Задано	Меняется
Перенос	вектор	положение
Поворот	центр и угол	положение, ориентация
Отражение	ось	ориентация
Центр. симметрия	центр	положение

Школьная геометрия; свойства геометрических движений.



Сколько осей симметрии у известных фигур



Для окружности число осей симметрии не ограничено, поэтому на диаграмме она выделена как особый случай.

По числу осей симметрии легко отличать фигуры: у правильных фигур их больше, а у окружности — бесконечно много.



Где встречаются движения в жизни и искусстве

1

Орнаменты и мозаики

Повторяющиеся элементы в плитке, мозаике и вышивке часто строятся с помощью параллельного переноса. Такой приём создаёт ритм и упорядоченность узора без изменения формы деталей.

2

Снежинки и розетки

Поворот легко увидеть в снежинках, розетках и круглых декоративных мотивах. Их элементы располагаются вокруг центра так, что после поворота рисунок совпадает сам с собой.

3

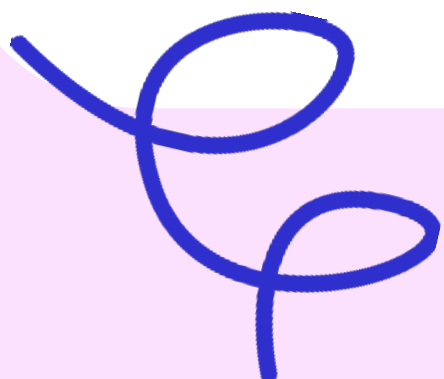
Зеркальные изображения

Отражение встречается в симметричных логотипах, буквах и рисунках животных. Левая и правая части выглядят одинаково относительно оси, поэтому композиция кажется уравновешенной.

4

Архитектура и детали

Центральная симметрия заметна в некоторых архитектурных элементах, витражах и орнаментах. Она помогает создавать строгие, выразительные композиции, где части распределены вокруг общего центра.

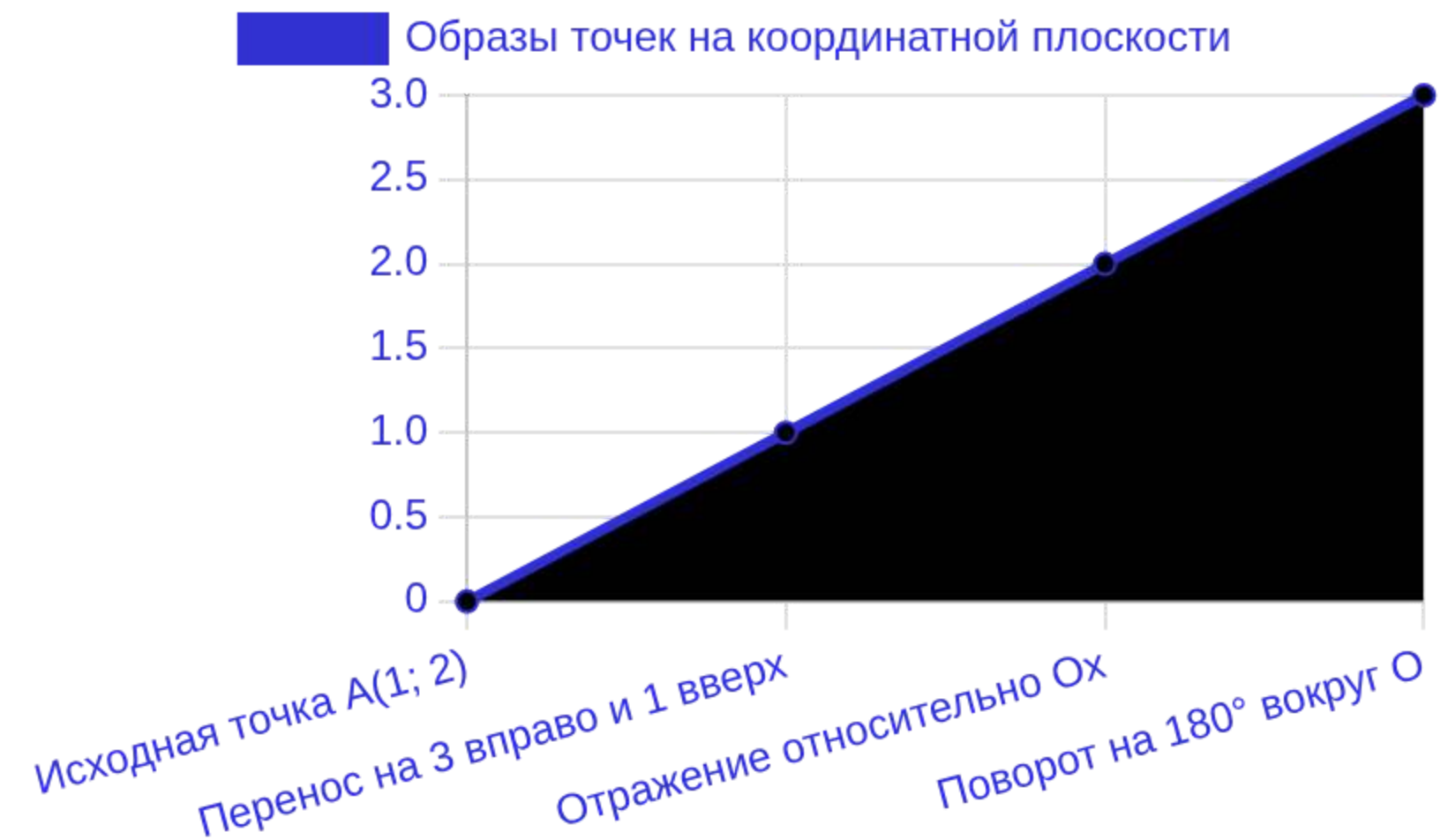


Примеры преобразований на координатной плоскости

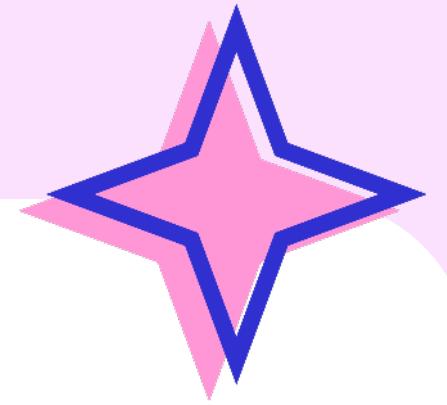


Координаты позволяют записать образ точки в виде новых чисел, поэтому движение можно описать точно и без рисунка.

Координатная плоскость делает перенос, отражение и поворот однозначными: достаточно знать правило преобразования и исходные координаты.



Типичные ошибки при изучении движений



Путают движение и сдвиг

Не каждое изменение положения является движением. Если фигура изменила форму или размеры, расстояния между точками уже не сохранены, значит преобразование не подходит.



Смешивают отражение и поворот

Отражение относительно прямой и поворот на 180° выглядят похоже, но строятся по-разному. Важно проверять, есть ли ось симметрии или центр симметрии.



Забывают про ориентацию

При отражении фигура меняет ориентацию, а при параллельном переносе — нет. Эта деталь помогает отличить одно движение от другого в чертежах и задачах.



Неточно сопоставляют вершины

Ошибка часто возникает, когда вершины исходной фигуры и её образа сравнивают не по порядку. Надёжнее сначала установить соответствие, а потом проверять стороны и углы.



Главный итог темы

Геометрическое движение сохраняет форму фигуры и её размеры, поэтому позволяет сравнивать, строить и узнавать симметрию. Эти идеи полезны в задачах, чертежах и вокруг нас.