
Умножение многочлена на многочлен: основные правила и примеры

Разбираем раскрытие скобок шаг за шагом
и без ошибок.





+ Где встречается умножение многочленов

Этот приём нужен не только для раскрытия скобок: он помогает находить площади, упрощать формулы и уверенно работать с алгебраическими выражениями в 7 классе и дальше.



Что такое многочлен

1/ Состав выражения

Многочлен — это алгебраическое выражение из одного или нескольких одночленов, соединённых знаками «+» и «-». Например, $3x+2$, x^2-4x+1 и $5a-3b+7$.

2/ Степень многочлена

Степень многочлена определяют по наибольшей степени переменной в его записи. Именно она показывает, насколько «высоким» может быть результат при преобразованиях и умножении.

3/ Подобные слагаемые

Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть, а различаются только коэффициентами. Их можно складывать и вычитать, что особенно важно после раскрытия скобок и упрощения ответа.



Каждый с каждым

В произведении $(a+b)(c+d)$ каждое слагаемое первой скобки умножается на каждое слагаемое второй. Поэтому нельзя ограничиться только частью произведений: нужен полный набор.



Четыре результата

Из двух двучленов получаются четыре произведения: ac , ad , bc и bd . Затем их записывают вместе и, если нужно, объединяют подобные слагаемые в более короткий ответ.



Геометрическая идея

Прямоугольник можно разделить на части, каждая из которых соответствует отдельному произведению. Тогда площадь всей фигуры равна сумме площадей всех маленьких прямоугольников.

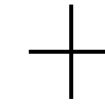


Польза модели

Такая схема помогает увидеть, откуда берётся каждый член ответа, и делает раскрытие скобок наглядным. Это особенно удобно, когда выражение кажется длинным или непривычным.

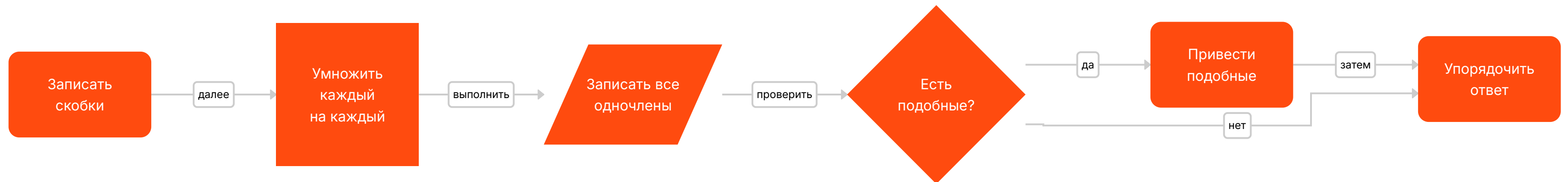
Смысл умножения скобок





Алгоритм умножения многочлена на многочлен

Последовательность действий при раскрытии скобок



⬅ ➡ Распределительное свойство в записи

1/ Основная формула

Запись $(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)$ показывает, что каждый член первой скобки умножается на всю вторую скобку. Это и есть основа раскрытия скобок.

3/ Если есть минус

Когда в скобке стоит минус, знак переносится в каждое произведение. Например, $(a-b)(c+d)=ac+ad-bc-bd$, поэтому важно внимательно следить за каждым знаком.

2/ Раскрытие до конца

Дальше каждую скобку раскрывают полностью: $a(c+d)=ac+ad$, $b(c+d)=bc+bd$. Вместе это даёт итоговую сумму $ac+ad+bc+bd$ без пропущенных произведений.

4/ Внимание к записи

Ошибки часто появляются из-за невнимательности: можно потерять минус, пропустить слагаемое или перепутать порядок записи. Аккуратность здесь важнее скорости вычислений.

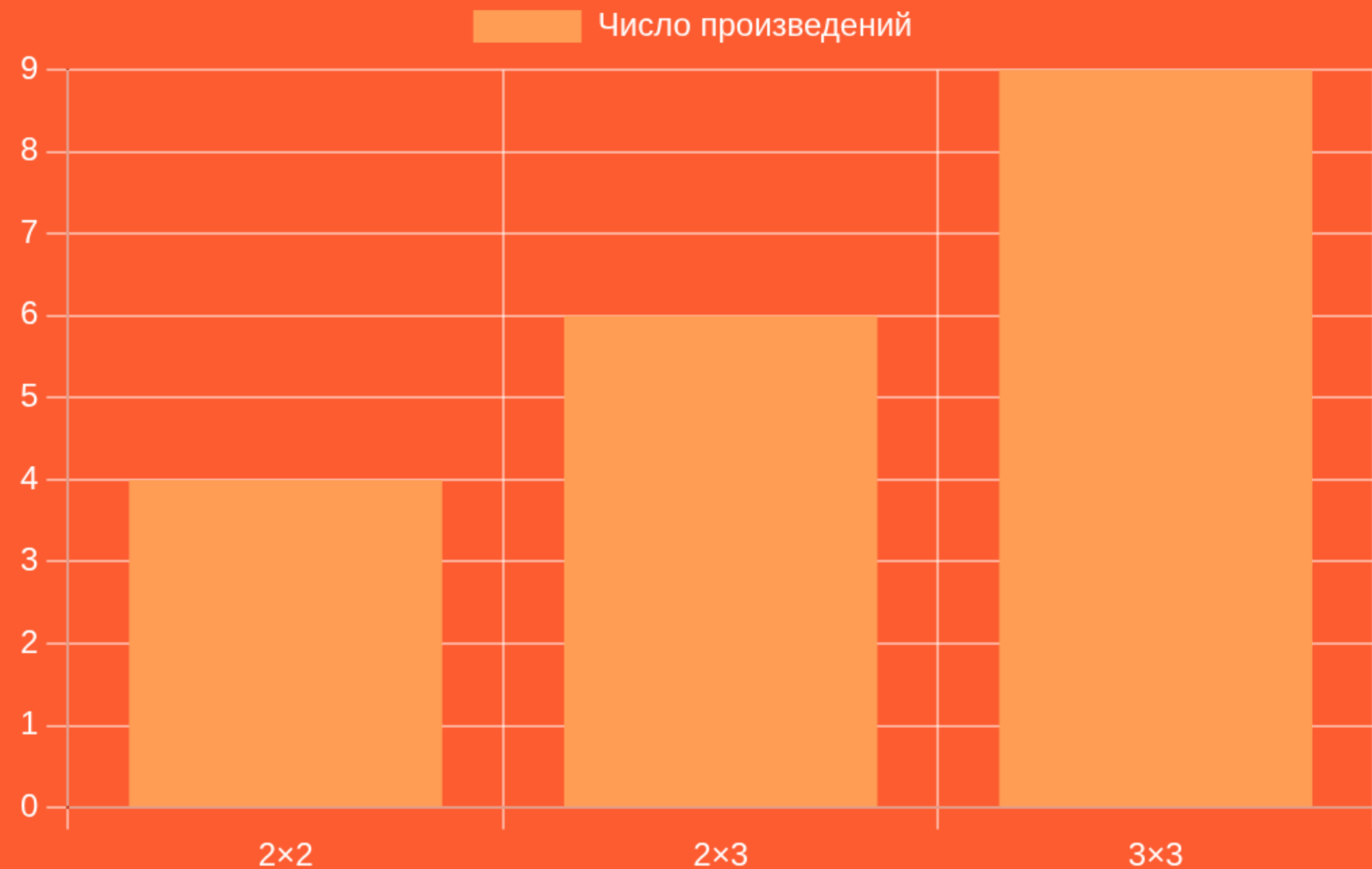


Сколько произведений получается при умножении скобок

Чем больше слагаемых в скобках, тем больше отдельных произведений приходится записывать и проверять.



Рост количества произведений показывает, почему при раскрытии скобок нельзя пропускать ни одну пару множителей.



Правило умножения многочленов; подсчёт количества попарных произведений.

Умножение одночленов как часть общего правила

Пример	Результат	Правило
$2x \cdot 3x$	$6x^2$	Коэффициенты и степени
$5a \cdot (-2a)$	$-10a^2$	Знак и степень
$3x \cdot 4$	$12x$	Число и переменная
$(-y) \cdot (-7)$	$7y$	Минус на минус

Во всех произведениях сначала перемножают коэффициенты, а затем объединяют одинаковые буквенные множители.

Это правило используется в каждом промежуточном произведении при раскрытии скобок: сначала считают числа, затем степени одинаковых букв.



4

произведения нужно записать при раскрытии скобок
в примере $(x+3)(x+5)$.

Каждое слагаемое первой скобки должно умножаться на каждое слагаемое второй,
иначе ответ получится неполным.

Правило раскрытия скобок при умножении двучленов.





Модель площади для $(x+2)(x+4)$

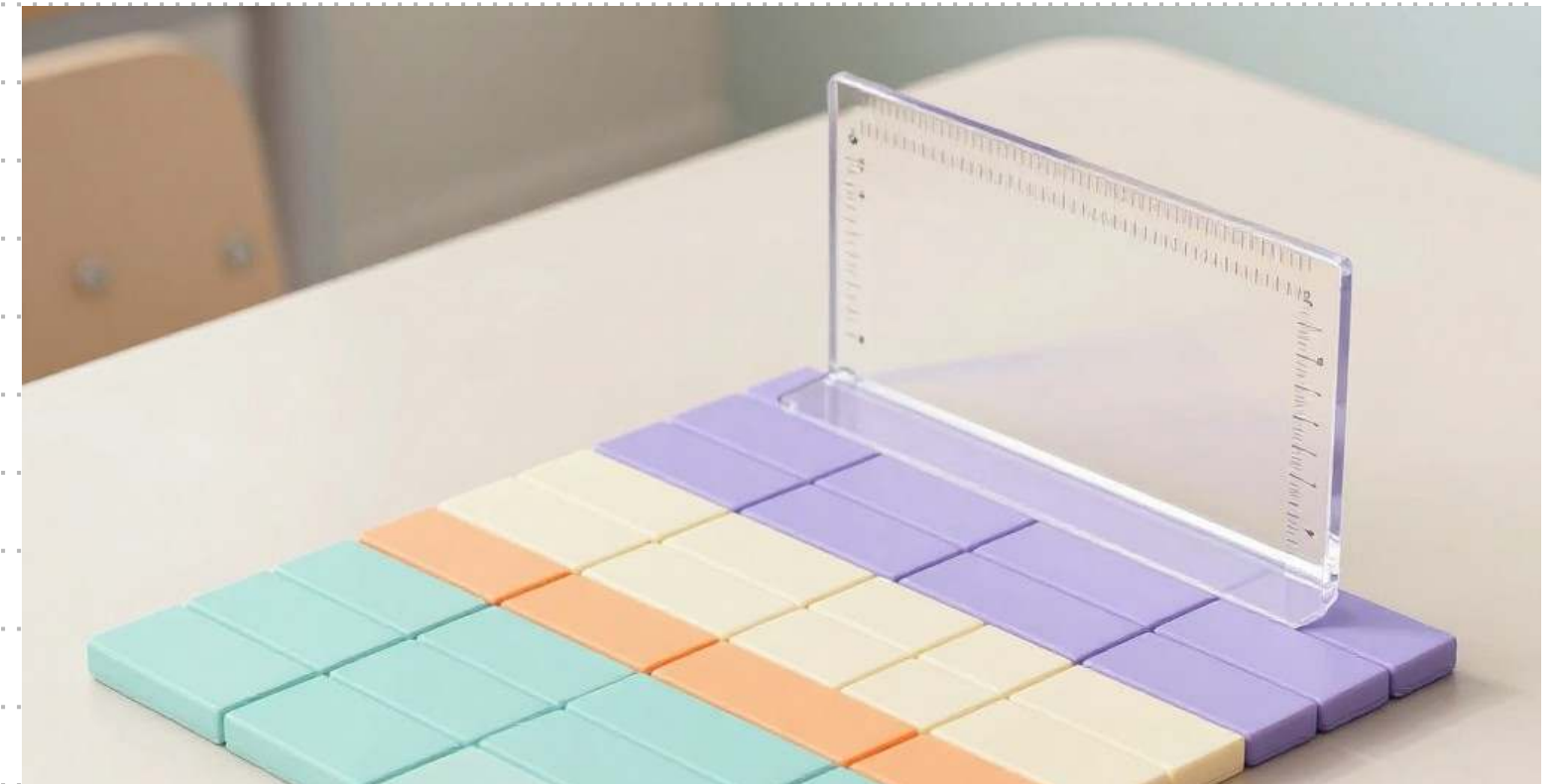
Большой прямоугольник, разбитый на части

Представим прямоугольник со сторонами $x+2$ и $x+4$. Его удобно разделить на четыре меньших прямоугольника, чтобы увидеть, откуда берутся члены x^2 , $4x$, $2x$ и 8 . Такой рисунок помогает не потерять ни одну часть произведения.



Площадь как проверка ответа

Сложив площади всех частей, получаем x^2+6x+8 . Геометрическая модель показывает, что алгебраическое преобразование совпадает с результатом измерения площади, а значит, помогает быстро проверить правильность раскрытия скобок.





Умножение двучлена на трёхчлен

1/ Перемножаем последовательно

Сначала каждый член двучлена умножают на первый, второй и третий член другой скобки. Так получается шесть отдельных произведений, которые нужно записать без пропусков и путаницы.

2/ Собираем подобные члены

После раскрытия скобок одночлены приводят к удобному виду: одинаковые степени и одинаковые буквенные части объединяют. Именно на этом шаге выражение становится короче и понятнее для дальнейших вычислений.

3/ Пример с переменной

В выражении $(x+2)(x^2+x+1)$ получают x^3+3x^2+3x+2 . Здесь видно, что каждое слагаемое первой скобки было умножено на все три члена второй, а затем ответ упорядочен по степеням.



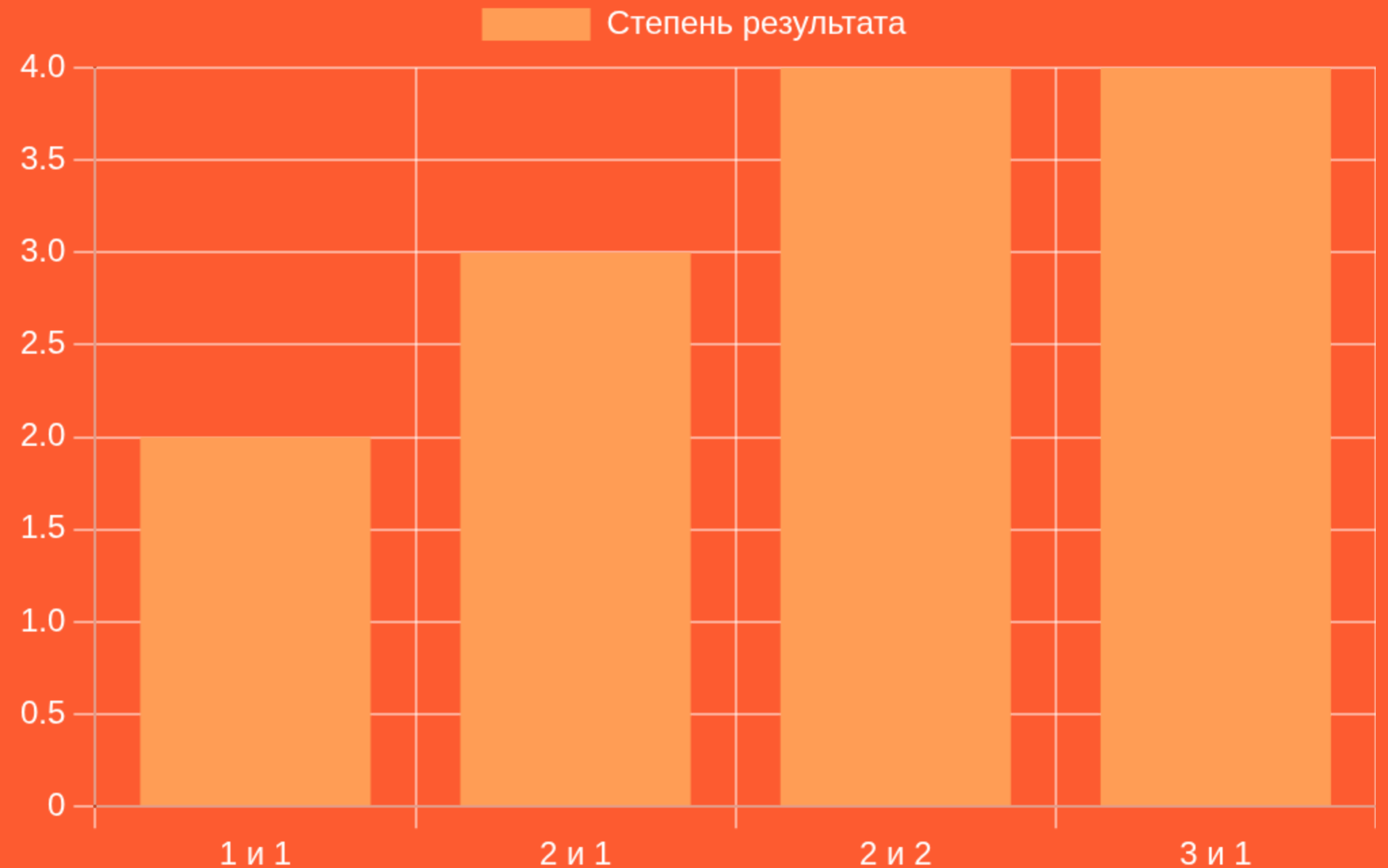


Как меняется степень результата

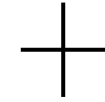
Степень произведения показывает, насколько «вырастает» многочлен после умножения. Для старшего члена важны только наибольшие степени множителей.



Чем выше степени множителей, тем выше степень результата; она равна сумме старших степеней.



Учебное правило: степень произведения многочленов определяется суммой наибольших степеней множителей.



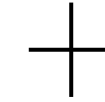
Типичные ошибки при раскрытии скобок

Ошибка	Что случилось	Как исправить
Пропуск	$3 \cdot x$ не записан	Умножить все члены
Знак минус	Знак потерян	Проверить каждый множитель
Упрощение	Не приведены	Собрать подобные

Таблица показывает, какие промахи чаще всего мешают получить верный ответ, и как их исправить.

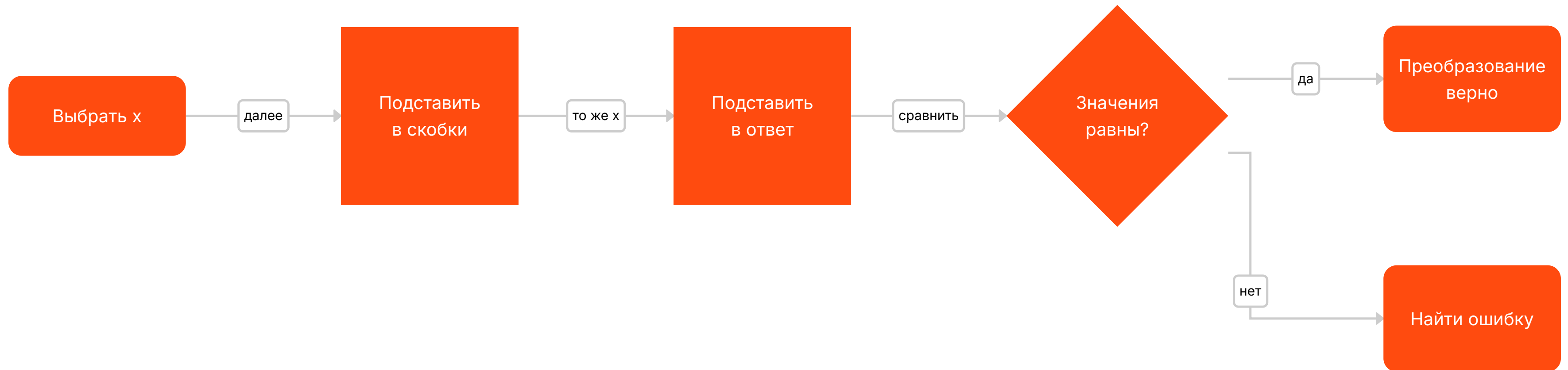
Главная причина ошибок — неполный перечень произведений и невнимательность к знакам и подобным слагаемым.

⬅ ➡													14
— Знаки множителей При умножении одночленов важно сразу смотреть на знаки. Если знаки разные, произведение отрицательное; если одинаковые, результат положительный. Это правило работает в каждом промежуточном произведении. — Пример раскрытия В выражении $(x-4)(x-3)$ получаем $x^2-3x-4x+12$. Затем подобные слагаемые объединяются, и ответ становится $x^2-7x+12$. Особенно важно не потерять знак у каждого произведения. — Почему свободный член положительный Свободный член 12 появляется потому, что $(-4) \cdot (-3) = 12$. Два отрицательных множителя дают положительный результат, и это помогает быстро проверять правильность раскрытия скобок.										Умножение с отрицательными числами			



Проверка ответа подстановкой числа

Схема показывает, как сравнить исходное выражение и полученный многочлен на одном и том же значении переменной.



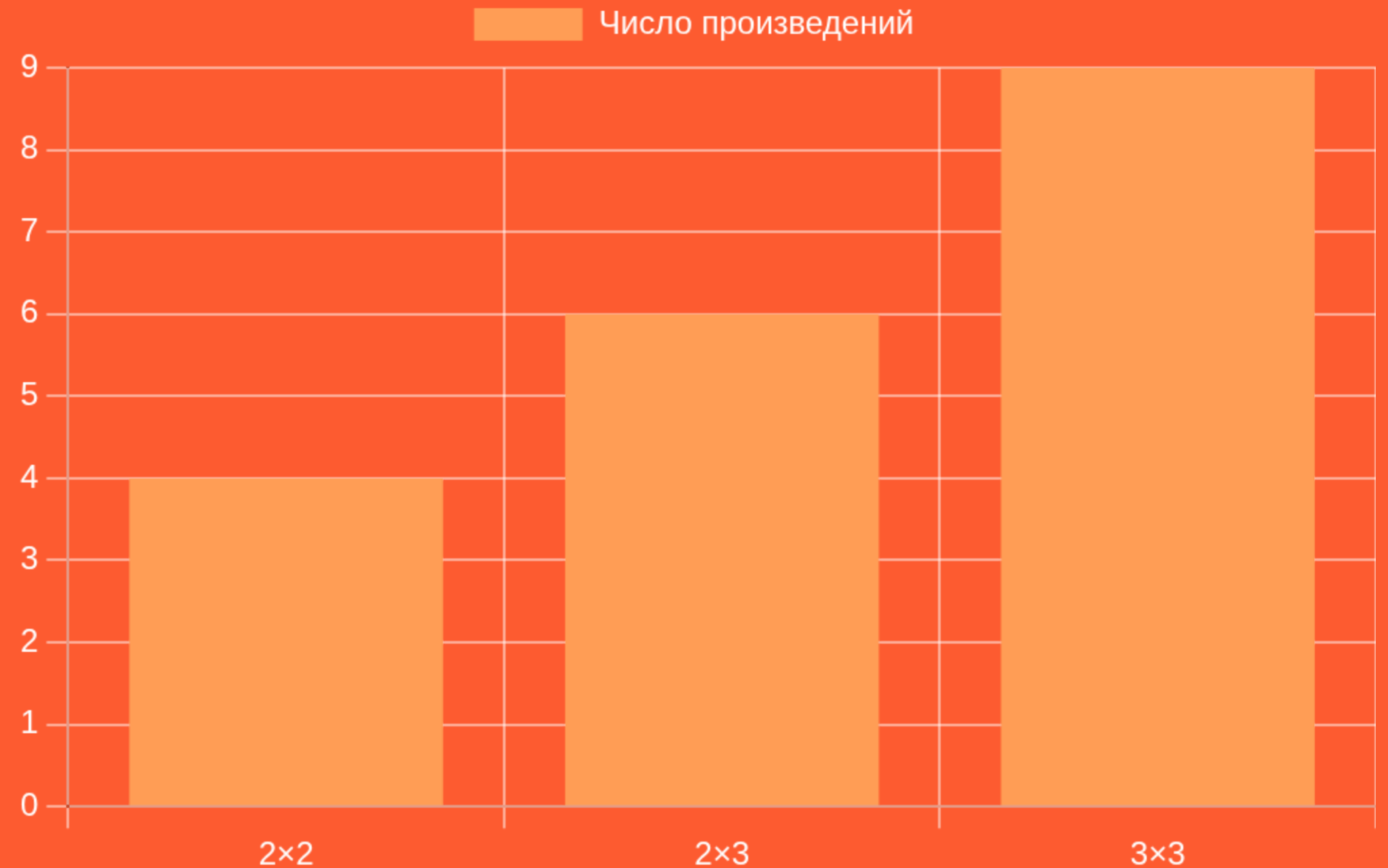


Сколько членов бывает после перемножения

Число произведений удобно считать до упрощения. Это помогает не пропустить ни одной пары множителей и проверить, что раскрытие скобок выполнено полностью.



Чем больше членов в скобках, тем больше отдельных произведений. После приведения подобных слагаемых итоговых членов может стать меньше.



Подсчёт произведений при раскрытии скобок в двучленах и трёхчленах.



Связь умножения многочленов с площадью прямоугольника

Прямоугольник из четырёх частей

Если стороны прямоугольника равны $x+3$ и $x+6$, его площадь можно найти как произведение этих выражений. Разбиение на меньшие прямоугольники показывает отдельные части площади: x^2 , $6x$, $3x$ и 18 . В сумме они дают $x^2+9x+18$.



Когда алгебра становится наглядной

Геометрическая модель помогает увидеть, откуда берётся каждый член ответа, и проверить вычисление без длинных преобразований. Такая схема особенно полезна в 7 классе, потому что связывает формулы с понятной фигурой и делает раскрытие скобок более осмысленным.





Разные способы записи одного и того же ответа

Способ	Запись	Результат
Шаги	$(2x+1)(x-3)$	$2x^2-5x-3$
Устно	каждый член	тот же ответ
Проверка	подстановка $x=1$	-6

Сравнение показывает, что один и тот же результат можно получить разными способами, но поэтапная запись делает работу более надёжной.

Поэтапное раскрытие скобок и проверка подстановкой помогают заметить ошибку раньше, чем она повлияет на весь ответ.



Зачем это умение нужно дальше

Преобразование формул

Умножение многочленов помогает упрощать формулы и приводить их к удобному виду. Это особенно важно, когда нужно быстро увидеть структуру выражения и сократить запись без потери смысла.

Геометрические задачи

Формулы площадей и размеров фигур нередко записываются через многочлены. Умение умножать скобки позволяет переводить геометрическую задачу в алгебраическую и обратно.



Решение уравнений

При работе с квадратными уравнениями раскрытие скобок встречается очень часто. Навык аккуратно перемножать многочлены помогает не запутаться в знаках и правильно получить коэффициенты.



Точность вычислений

Регулярная проверка ответа развивает внимательность и дисциплину в решениях. Ученику легче заметить пропущенный член, неверный знак или ошибку в приведении подобных слагаемых.

Умножение многочленов — важный алгебраический навык

Главное правило простое: каждый член первой скобки умножается на каждый член второй, а затем подобные слагаемые объединяются. Аккуратность в знаках и проверка ответа делают результат надёжным.