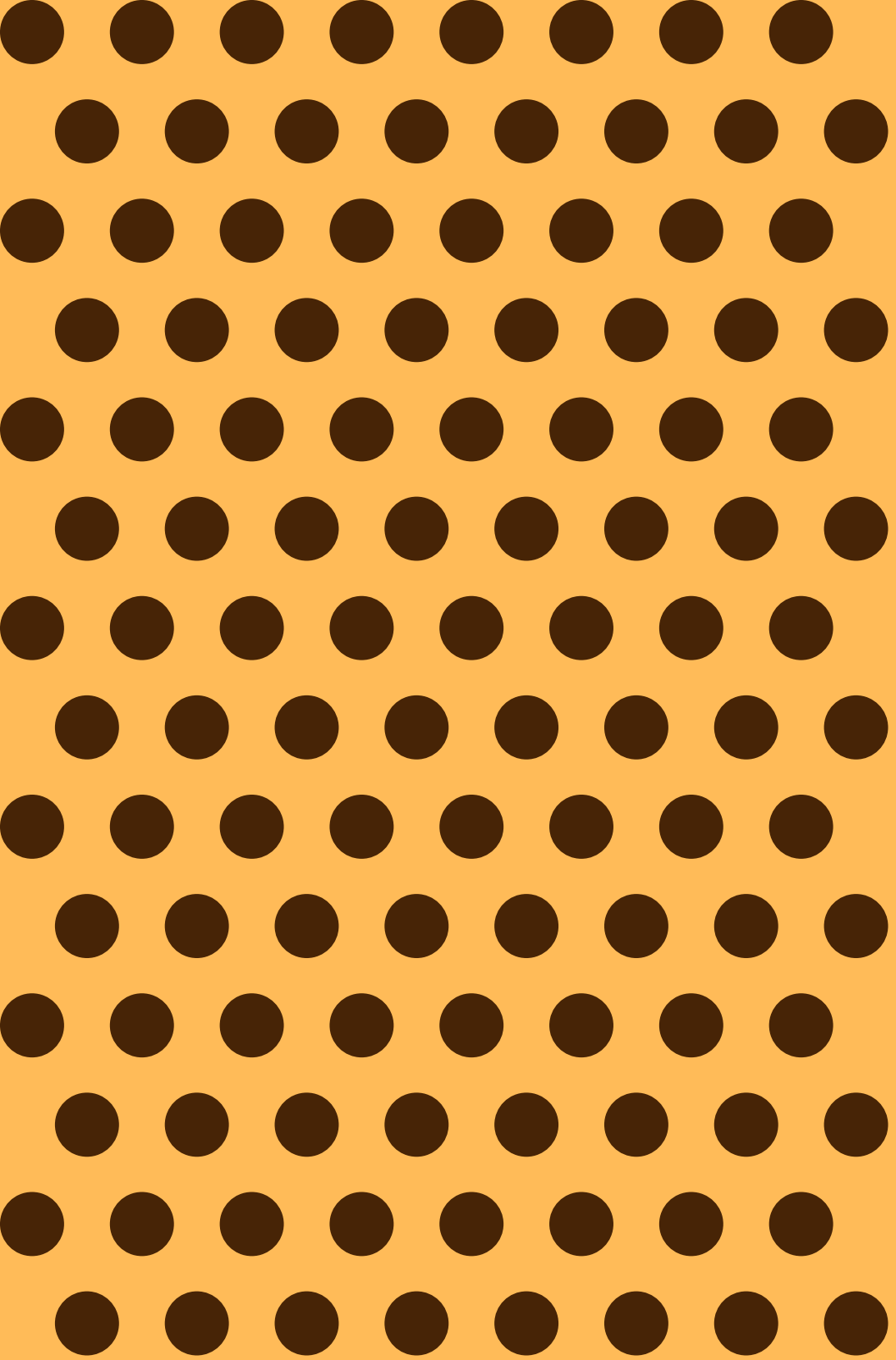
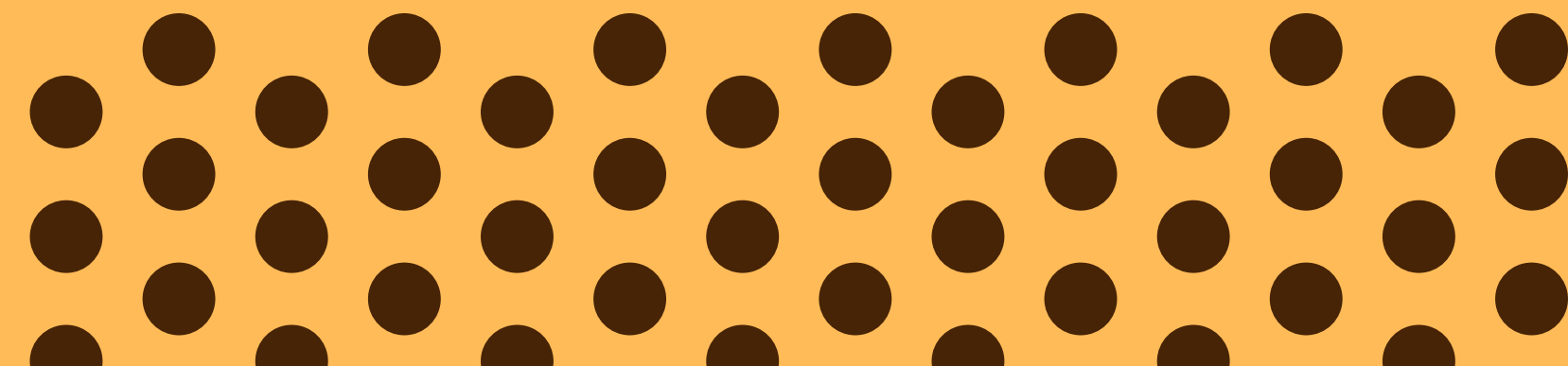




Параллелограмм: свойства и признаки для 8 класса

Изучаем параллелограмм: признаки, свойства и формулы
для решения задач.



Зачем изучают параллелограмм в школьной геометрии

Параллелограмм помогает понимать чертежи, орнаменты и механические детали, а в задачах — находить углы, стороны, периметр и площадь. Эта тема учит доказывать и сравнивать фигуры, а также готовит к изучению прямоугольника, ромба и квадрата.



Определение параллелограмма



Четырёхугольник

Параллелограмм — это четырёхугольник, у которого две пары противоположных сторон параллельны. Такое условие сразу отличает его от других четырёхугольников и задаёт основные свойства фигуры.



Обозначение ABCD

Если фигуру обозначить ABCD, то AB параллельна CD, а BC параллельна AD. Противоположные стороны лежат на параллельных прямых, поэтому их направления совпадают.



Соседние стороны

Соседние стороны имеют общую вершину и образуют углы параллелограмма. Фигура может быть наклонённой, но параллельность противоположных сторон сохраняется при любом положении на плоскости.



Геометрический смысл

Параллелограмм удобно рассматривать как «наклонённый» четырёхугольник с устойчивой структурой. Именно это свойство делает его важным в доказательствах и вычислениях в школьной геометрии.

Основные свойства параллелограмма

Эта таблица показывает
главные свойства фигуры,
которые используют
в доказательствах
и вычислениях.

Любое из перечисленных
свойств помогает находить
неизвестные элементы
параллелограмма
без полного построения
фигуры.

Школьный курс геометрии, 8
класс

Свойство	Формулировка
Стороны	Противоположные равны
Углы	Противоположные равны
Смежные углы	В сумме 180°
Диагонали	Делятся пополам

Признак по одной паре сторон

.1

Достаточно одной пары

Если в четырёхугольнике одна пара противоположных сторон одновременно параллельна и равна, то этого достаточно, чтобы признать фигуру параллелограммом. Это удобный признак для доказательств.

.2

Как применять

В задаче сначала отмечают нужные стороны на рисунке, затем проверяют их параллельность и равенство. Такой подход часто помогает не строить фигуру заново, а сразу сделать вывод.

.3

Почему это работает

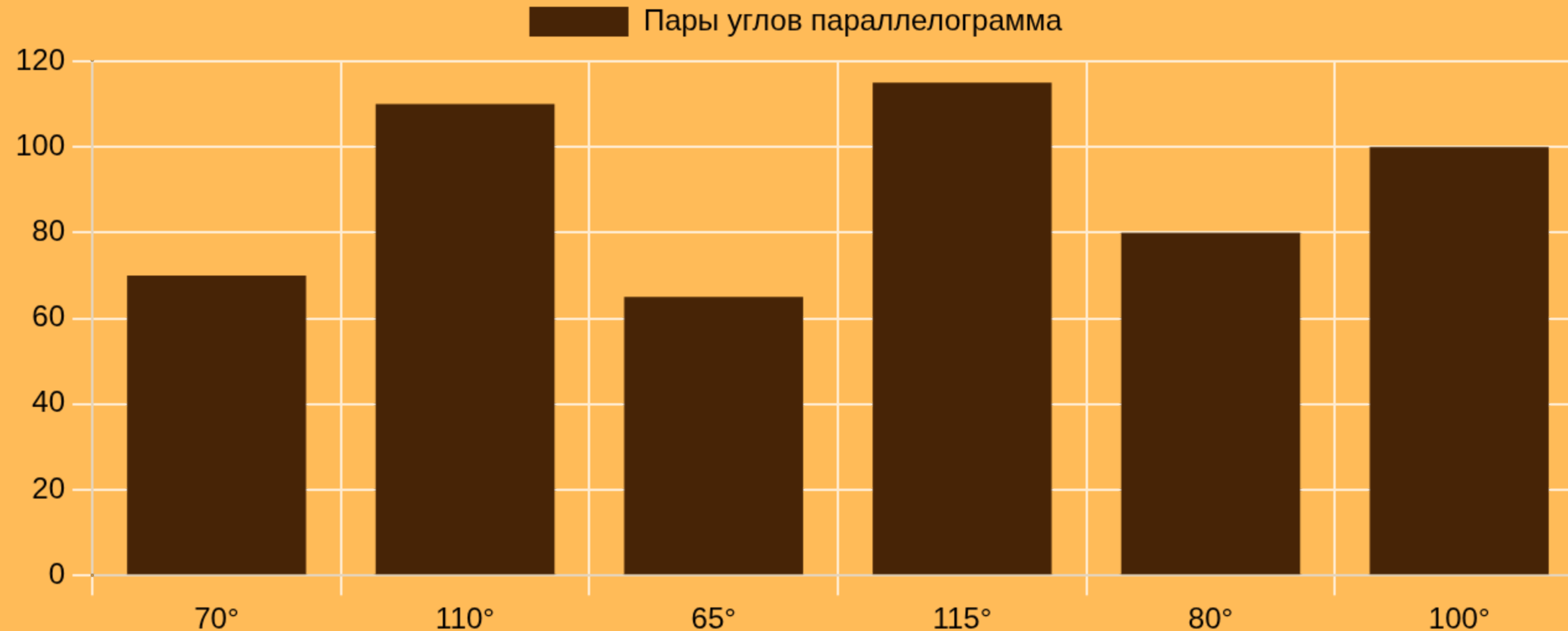
В самом параллелограмме обе пары противоположных сторон равны, поэтому найденное совпадение по одной паре уже указывает на его структуру и позволяет завершить доказательство.

Равенство противоположных углов и сумма смежных углов

На рисунке видно, что соседние углы дополняют друг друга до развёрнутого угла.

Противоположные углы совпадают попарно, а смежные всегда дают 180° , поэтому один известный угол позволяет сразу найти соседний.

Школьный курс геометрии;
числовые примеры
для иллюстрации



Диагонали параллелограмма



Точка пересечения

Диагонали параллелограмма пересекаются так, что точка пересечения делит каждую из них пополам. На чертеже важно отмечать равные отрезки по обе стороны от этой точки.

Что не следует предполагать

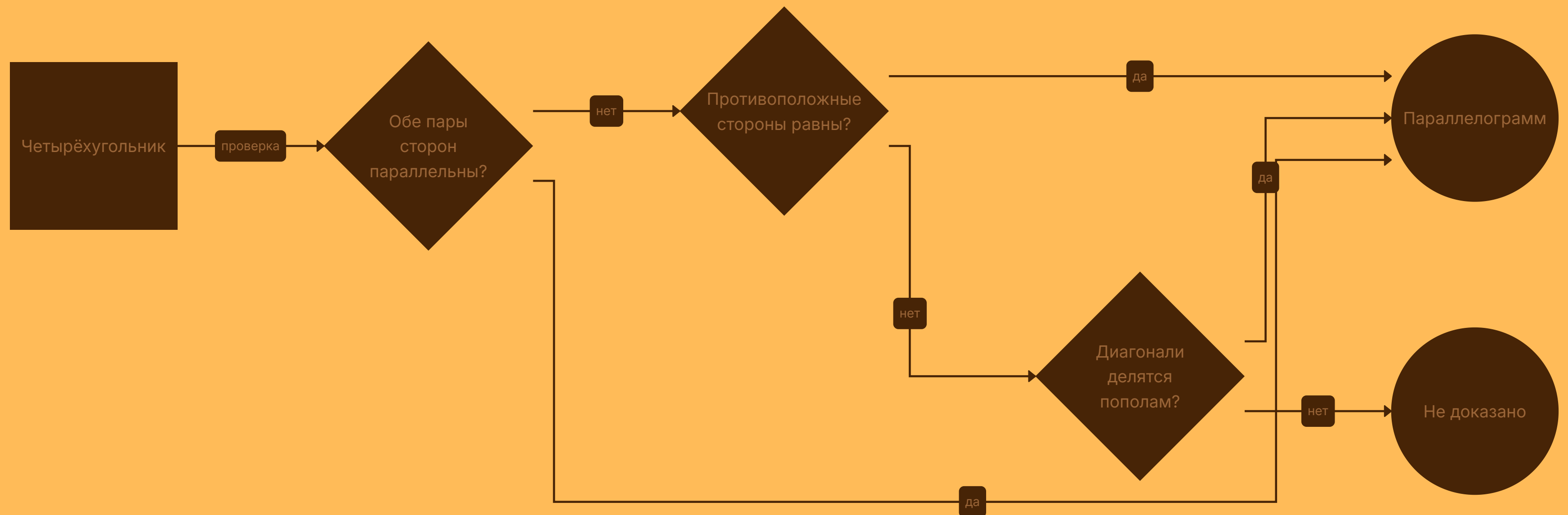
Диагонали не обязаны быть равными и не обязаны пересекаться под прямым углом. Эти дополнительные свойства появляются только у некоторых частных случаев, например у прямоугольника или ромба.

Где помогает свойство

Равенство половин диагоналей удобно использовать при доказательствах и при нахождении неизвестных отрезков. Это один из самых полезных признаков, когда на рисунке задано мало данных.

Проверка четырёхугольника на параллелограмм

Схема показывает три признака, любой из которых подтверждает, что фигура — параллелограмм.



180°

— это сумма любого угла
параллелограмма и соседнего с ним.

Если известен один угол,
соседний находят вычитанием
из этой суммы. Такой приём
быстро помогает определить
все углы фигуры.

Школьный курс геометрии

.1

Формула

Периметр параллелограмма находят по формуле $P = 2(a + b)$, где a и b — соседние стороны. Она основана на равенстве противоположных сторон и работает для любой такой фигуры.

.2

Пример расчёта

Если одна сторона равна 8 см, а соседняя — 5 см, то периметр равен $2 \cdot (8 + 5) = 26$ см. Сначала складывают соседние стороны, затем удваивают результат.

.3

Зачем нужна

Формула позволяет быстро найти длину границы фигуры в школьных задачах. Она особенно полезна, когда на чертеже даны только две стороны и требуется получить точный ответ.

Периметр параллелограмма

Площадь параллелограмма

.1

Формула площади

Площадь параллелограмма находят по формуле $S = a \cdot h$, где a — выбранное основание, а h — высота, опущенная на это основание. Формула удобна для быстрых вычислений.

.2

Роль высоты

Высота показывает кратчайшее расстояние между параллельными сторонами. Она всегда перпендикулярна основанию, поэтому именно её используют в формуле площади, а не боковую сторону фигуры.

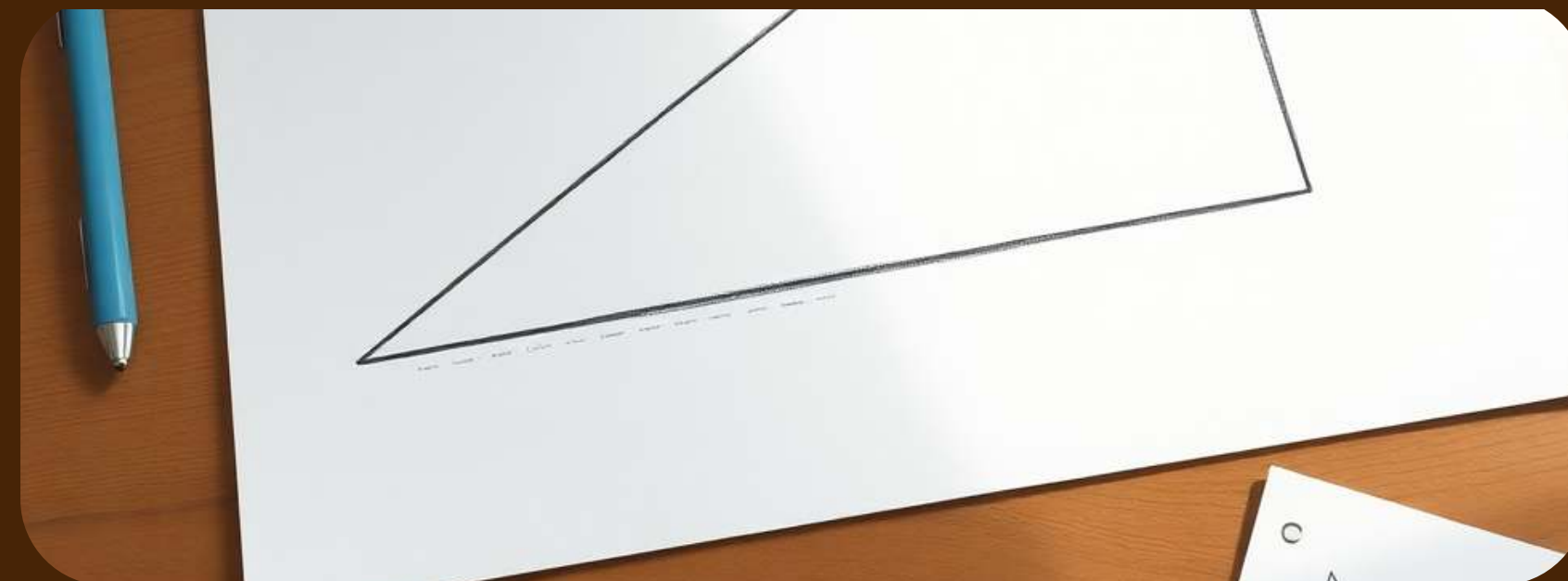
.3

Пример вычисления

Если основание равно 10 см, а высота 6 см, то площадь составляет 60 см^2 . При другом основании у той же фигуры может измениться соответствующая высота.



Высота параллелограмма на чертеже



- **Перпендикуляр к основанию**

Высоту изображают отрезком, который выходит из вершины и образует прямой угол с выбранным основанием. Именно так на чертеже видно, какая часть фигуры используется для вычисления площади.

- **Не боковая сторона**

Высота обычно не совпадает с боковой стороной. Совпадение возможно только у прямоугольника, где соседние стороны уже образуют прямые углы и одна из них может служить высотой.

- **Смена основания**

Если выбрать другое основание, высота изменится, но площадь останется той же. Это помогает понимать, что у одной фигуры могут быть несколько правильных способов вычисления площади.

.1

Прямые углы

Прямоугольник — это параллелограмм, у которого все углы равны 90° . Благодаря этому его легко узнавать на чертежах и связывать с обычными предметами прямоугольной формы.

.2

Свойства сохраняются

У прямоугольника остаются все основные свойства параллелограмма: противоположные стороны параллельны и равны, а диагонали делятся точкой пересечения пополам. Это удобно при решении задач.

.3

Особое отличие

Главное дополнительное свойство прямоугольника — равные диагонали. Именно оно отличает его от общего параллелограмма и помогает использовать прямоугольник как наглядный пример для сравнения.

.4

Практическая польза

В задачах прямоугольник часто служит опорной фигурой: по нему легче проверять рассуждения о сторонах, углах и диагоналях. Он показывает, как общие свойства дополняются частными.

Прямоугольник как частный случай параллелограмма



Ромб как частный случай параллелограмма



Все стороны равны

Ромб — это параллелограмм, у которого все стороны одинаковой длины. Такая фигура сразу выделяется на чертеже и часто выглядит как «наклонённый квадрат».

Параллельность и углы

Как и любой параллелограмм, ромб имеет противоположные стороны, параллельные друг другу, а противоположные углы — равные. Эти свойства позволяют использовать знакомые правила при решении задач.

Диагонали ромба

Диагонали ромба делятся точкой пересечения пополам, пересекаются под прямым углом и одновременно делят углы ромба пополам. Это делает ромб удобным для построений и доказательств.

Симметрия фигуры

Благодаря своим свойствам ромб часто связан с симметрией. Его удобно использовать в задачах, где нужно показать равенство отрезков, углов или построить фигуру по заданным условиям.

Квадрат как особый вид параллелограмма



.1

Сочетание двух фигур

Квадрат одновременно является и прямоугольником, и ромбом. Поэтому он наследует свойства обеих фигур и считается самым «богатым» на дополнительные признаки среди изучаемых четырёхугольников.

.2

Равные стороны и углы

У квадрата все стороны равны, а все углы прямые. Такая фигура легко распознаётся на чертеже и используется как удобный эталон при сравнении с другими параллелограммами.

.3

Диагонали квадрата

Диагонали квадрата равны, перпендикулярны и делят его углы пополам. Эти свойства помогают находить неизвестные элементы фигуры и проверять построения без лишних вычислений.

.4

Почему он особенный

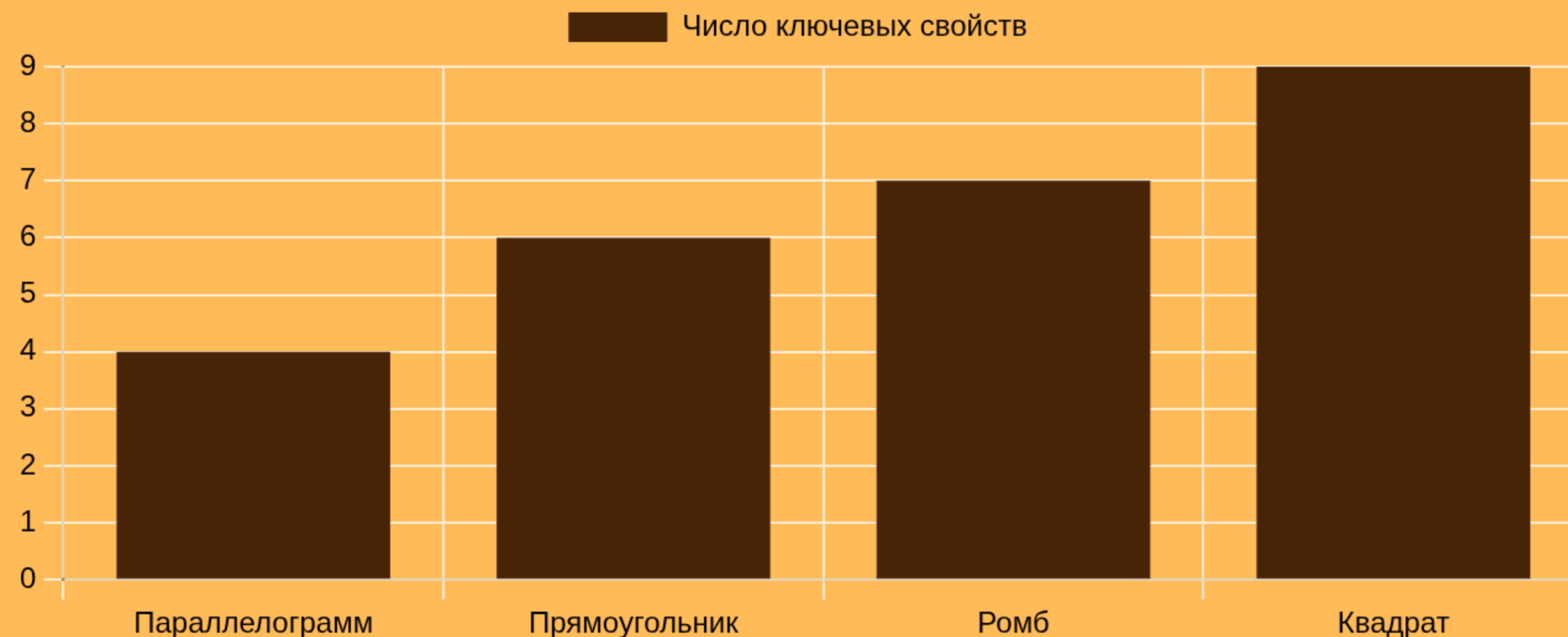
Квадрат объединяет признаки прямоугольника и ромба, поэтому в задачах на него можно опираться сразу на несколько свойств. Это делает его особенно важным примером в геометрии.

Сравнение параллелограмма, прямоугольника, ромба и квадрата

Сравнение показывает, как от общего случая постепенно переходят к более «сильным» фигурам с дополнительными признаками и удобными для задач свойствами.

Чем больше специальных свойств, тем проще применять фигуру в доказательствах и вычислениях. Квадрат объединяет признаки всех трёх фигур.

Сводка по свойствам фигур из слайдов 4, 13–15.



Типичные ошибки в задачах на параллелограмм



Диагонали не равны всегда

Нельзя считать, что у любого параллелограмма диагонали равны. Это верно только для прямоугольника и квадрата, поэтому важно проверять, какая именно фигура дана в условии.



Высота и сторона

Высоту часто путают с боковой стороной, хотя высота должна быть перпендикулярна основанию. Если отрезок не образует прямой угол, он не подходит для нахождения площади.



Все углы не равны

У параллелограмма равны только противоположные углы, а соседние в сумме дают 180° . Равенство всех углов характерно уже для прямоугольника и квадрата.



Признак и свойство

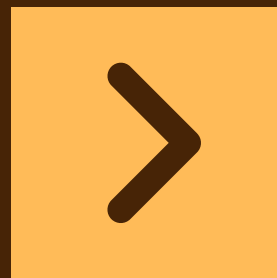
Важно не смешивать признаки и свойства. Свойство описывает уже известную фигуру, а признак помогает доказать, что четырёхугольник действительно является параллелограммом.

Где используются свойства параллелограмма в задачах



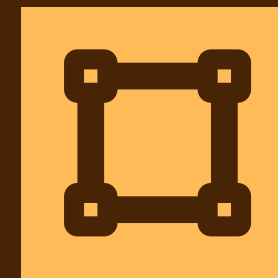
Измерение сторон

Свойство равенства противоположных сторон помогает быстро находить неизвестные длины по рисунку, в клетках или при записи данных в задаче без полного построения фигуры.



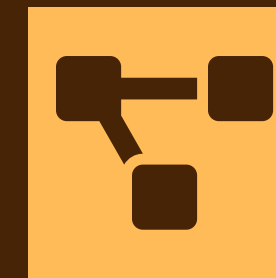
Поиск углов

Равенство противоположных и дополнительность смежных углов позволяют находить все углы параллелограмма, если известен хотя бы один из них. Это часто встречается в школьных упражнениях.



Площадь и периметр

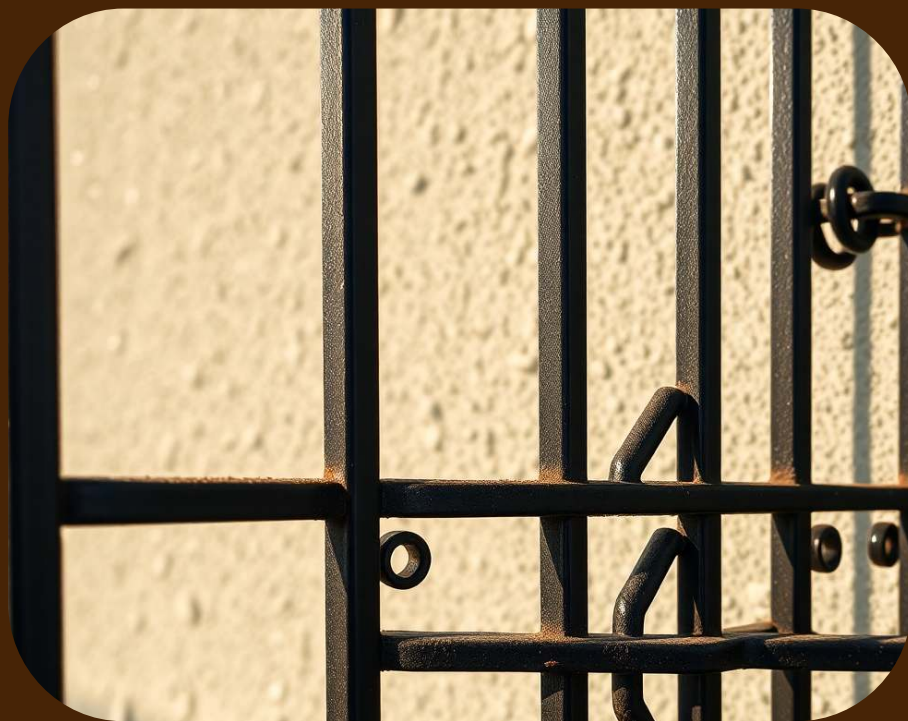
Формулы периметра и площади используют при вычислениях в геометрических задачах. Они особенно полезны, когда фигура задана на чертеже и нужно быстро получить ответ.



Построения и координаты

В координатной геометрии параллелограмм распознают по параллельности сторон и делению диагоналей пополам. Эти признаки помогают не только доказывать, но и строить фигуры.

Параллелограмм в окружающем мире



Орнамент на решётке

На металлических решётках и декоративных панелях часто встречаются наклонённые четырёхугольники, напоминающие параллелограмм. Такая форма создаёт повторяющийся ритм и делает рисунок более динамичным. На уроке геометрии подобные примеры помогают увидеть фигуру не только в тетради, но и в реальной среде.



Плитка и узоры

В напольной плитке и тканевых орнаментах параллелограммы нередко соединяются в цепочки или сетки. Из-за наклона элементы выглядят как будто движущимися, хотя сами остаются строгими геометрическими фигурами. Это хороший пример того, как математика помогает создавать выразительный дизайн.



Детали механизмов

В некоторых механизмах форма, близкая к параллелограмму, помогает передавать движение и сохранять нужное положение деталей. Здесь особенно важны параллельность сторон и равенство отрезков. Такие примеры показывают, что геометрические свойства полезны не только в задачах, но и в технике.

Главное о параллелограмме

Параллелограмм помогает увидеть связь между свойствами фигур, признаками распознавания и формулами площади и периметра. Эти знания нужны для уверенного решения задач и для изучения прямоугольника, ромба и квадрата.