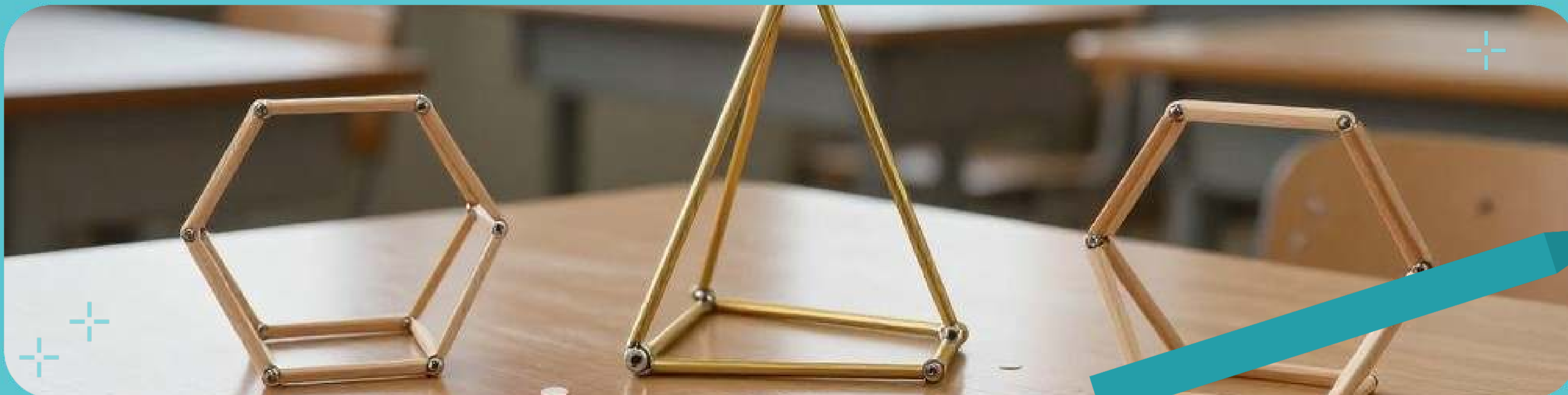


Движения в геометрии и их общие свойства

Движения сохраняют расстояния и помогают без искажений сравнивать фигуры.



Зачем изучать движения в школе

Геометрические движения — основа равенства фигур: они позволяют сравнивать формы без потери размеров. В 11 классе это особенно важно для работы с координатами, доказательств и понимания симметрии в задачах ЕГЭ. Истоки идеи связаны с аналитической геометрией, теорией групп и описанием симметрий в технике.



Определение геометрического движения

Геометрическое движение — это отображение плоскости, при котором расстояние между образами любых двух точек равно расстоянию между исходными точками.

Благодаря этому движение сохраняет длины отрезков, величины углов, площади фигур и параллельность прямых, то есть не искажает «геометрию» в смысле измерений.

Если при движении фигура переходит в равную ей фигуру, то такие фигуры называют конгруэнтными: они совпадают по всем измеримым характеристикам.



Алгоритм описания движения фигуры

Плоская фигура → преобразование → контроль сохранения свойств → вывод вида движения (и, при необходимости, координатных формул).



Основные свойства движений

При движении сохраняются длины отрезков, величины углов и площадь фигур: измерения не меняются, поэтому фигуры остаются равными по «размерности» и форме.

Прямые переходят в прямые, отрезки — в отрезки, лучи — в лучи, а окружности — в окружности того же радиуса. Это помогает уверенно переносить геометрические соотношения.

Сохраняется взаимное расположение точек относительно прямых и углов: если точка лежит на прямой или внутри угла, то после преобразования её положение относительно этих элементов соответствует исходной картине.

Смысл всех свойств один: движение не искажает геометрию, оно меняет только «место» фигуры и, иногда, её ориентацию.



Параллельный перенос как движение: визуальные идеи для иллюстраций

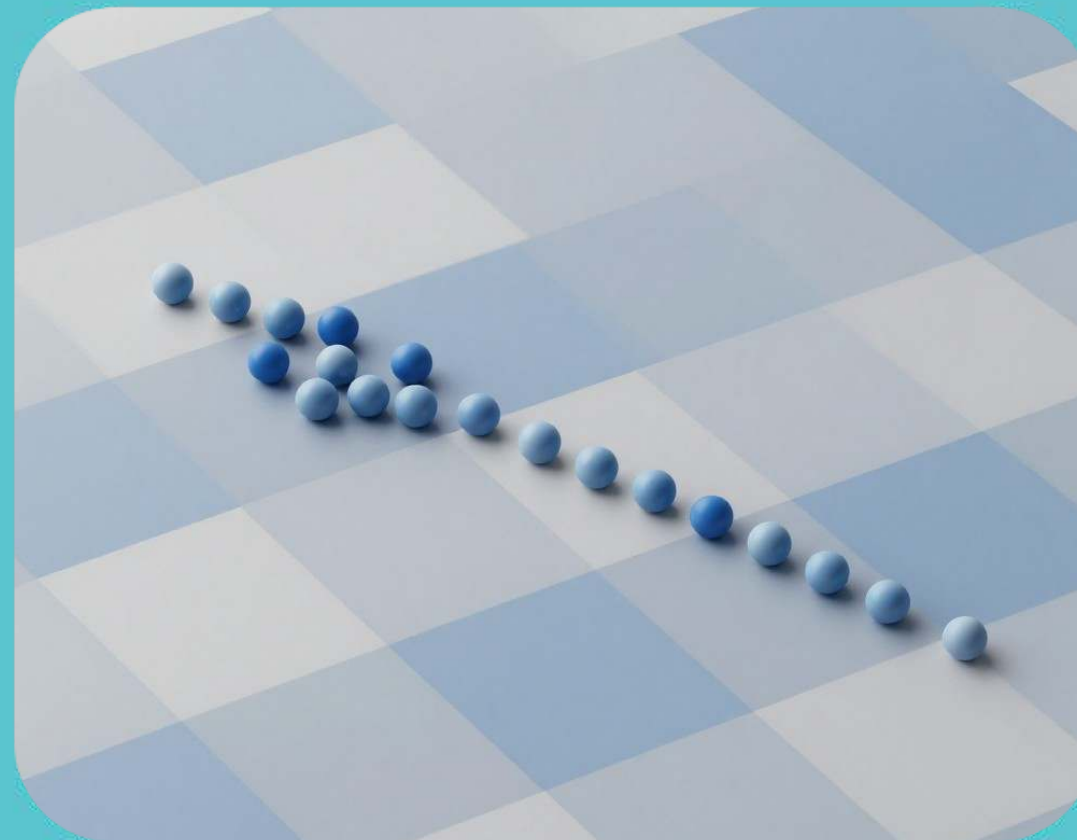
Орнамент и «шахматный шаг»

Представьте повторяющийся рисунок: каждый элемент смещается одинаково по вектору. Поэтому узор «переезжает», не поворачиваясь. Так же ведут себя клетки шахматной доски при сдвиге — форма и углы остаются прежними.



Сетка на координатной плоскости

На клетчатой плоскости удобно видеть перенос как единый сдвиг. Точка за точкой перемещаются на одну и ту же «стрелку» — вектор. Фигура сохраняет ориентацию, а расстояния до соседних точек не меняются.



Построение по заданному вектору

Если вы находите образ вершины, то затем тем же вектором получаете образы остальных вершин. Так перенос превращается в последовательность одинаковых шагов. Итог — фигура того же размера, только расположенная в новом месте.



Сравнение основных видов движений

Вид движения	Что сохраняется	Что меняется	Типичный пример
Параллельный перенос	Длины, углы, площадь, параллельность	Положение фигуры на плоскости	Сдвиг треугольника на вектор
Поворот	Длины, углы, площадь	Ориентация и положение относительно центра	Поворот квадрата на 90°
Осевая симметрия	Длины, углы, площадь	Ориентация фигуры меняется	Отражение относительно прямой
Центральная симметрия	Длины, углы, площадь	Положение относительно центра симметрии	Поворот на 180° вокруг точки

Обобщение свойств движений из школьного курса геометрии

Матрица сравнивает, что именно не меняется при различных движениях, а что связано с изменением положения и ориентации.

Различие видов движений определяется не искажением размеров, а тем, как меняются место и ориентация фигуры: при переносе ориентация сохраняется, при симметриях — может меняться, при повороте — определяется центром и углом.

Поворот фигуры вокруг точки: что важно помнить



Центр поворота

Поворот задают центром и параметрами вращения. Все точки образа «закручиваются» вокруг этого центра, поэтому расстояние до центра остаётся постоянным.



Угол и направление

Угол поворота фиксирует величину поворота, а направление — по часовой стрелке или против. Именно они определяют, куда именно перейдёт каждая точка фигуры.



Окружности для траекторий точек

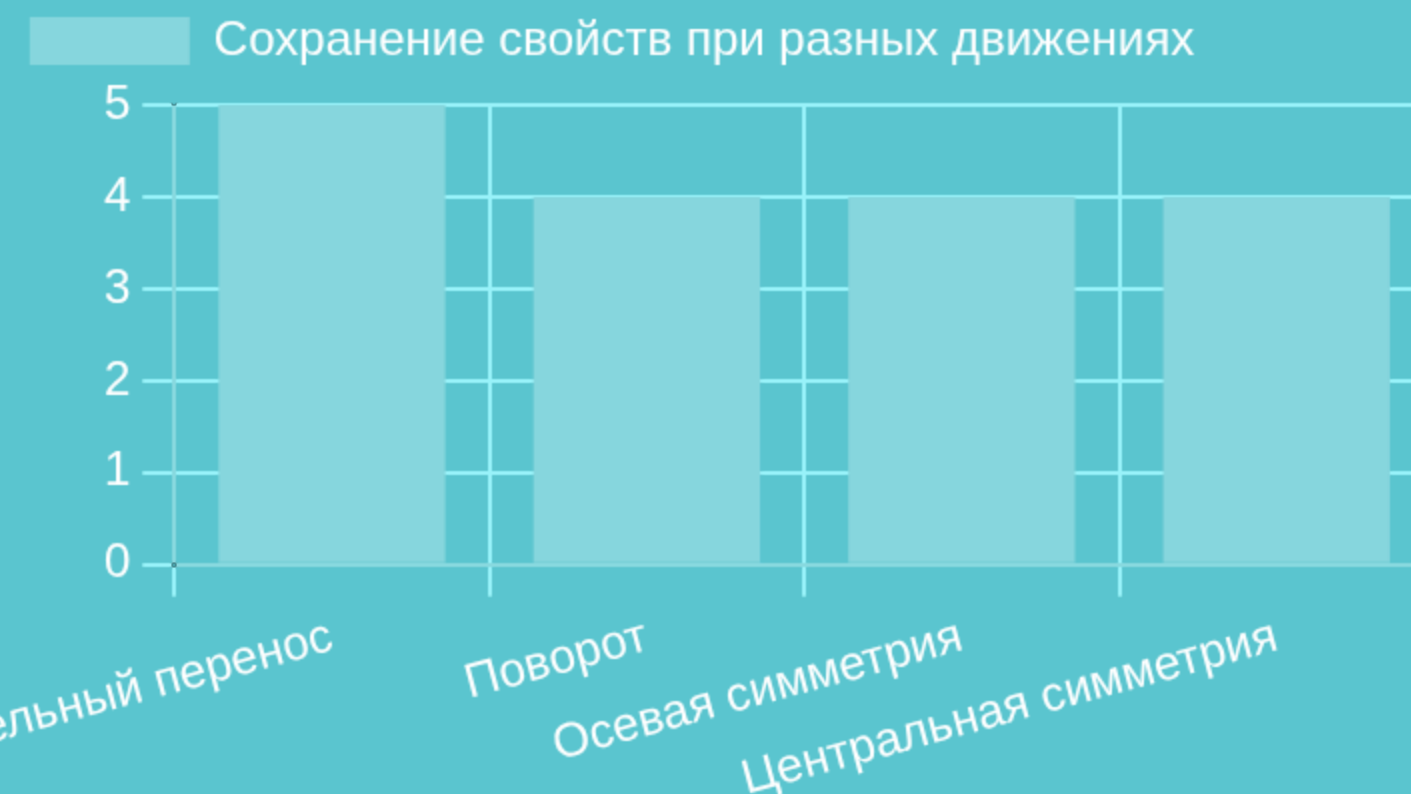
Каждая точка перемещается по окружности с центром в точке поворота. Поэтому при построении образов удобно опираться на радиусы и взаимное положение на окружности.



Какие свойства сохраняются при движениях

Числа отражают, какие характеристики гарантированно остаются неизменными; при повороте и симметриях ориентация может измениться в зависимости от сравнения.

Диаграмма подчёркивает: различие типов движений проявляется не в «искажении» размеров, а в изменении положения и ориентации. Значит, ключ — правильно различать геометрические эффекты.



Материалы курса школьной геометрии, раздел «Движения» (обобщение свойств).



Осевая симметрия

Осевая симметрия относительно прямой означает, что эта прямая служит серединным перпендикуляром к отрезку, соединяющему точку и её образ.

Для любой точки, лежащей на оси симметрии, образ совпадает с самой точкой: она не «уезжает», потому что расстояния до оси равны автоматически.

Симметрия встречается в природе, архитектуре, орнаментах и чертежах; в задачах помогает находить равные отрезки и равные углы, опираясь на зеркальное соответствие точек.



Изображение точек при симметриях в координатах

На диаграмме показано, как меняются координаты точек: при симметрии относительно ОХ знак у меняется на противоположный, а при центральной симметрии меняются оба знака.

Точки образуются по простым правилам замены знаков, поэтому построение не требует измерений: достаточно грамотно применять формулы преобразования.



Исходные координаты и образы заданы в условии слайда (A(2,1), B(4,3), C(-1,2), D(3,-2)).



Центральная симметрия и её свойства

Центральная симметрия относительно точки O переводит каждую точку A в A' так, что точка O лежит на серединном перпендикуляре не требуется: именно она становится серединой отрезка AA' .

Такое преобразование эквивалентно повороту на 180° вокруг центра O : направление от луча OA к лучу OA' меняется на противоположное, но длины сохраняются автоматически.

Прямые, проходящие через центр симметрии, переходят в себя: любая точка на такой прямой отображается в точку на той же прямой, только с другой стороны от O .

Фигуры с центральной симметрией удобно доказывать и строить: при построениях достаточно уметь получить пары точек, после чего остальная геометрия восстанавливается без искажений.



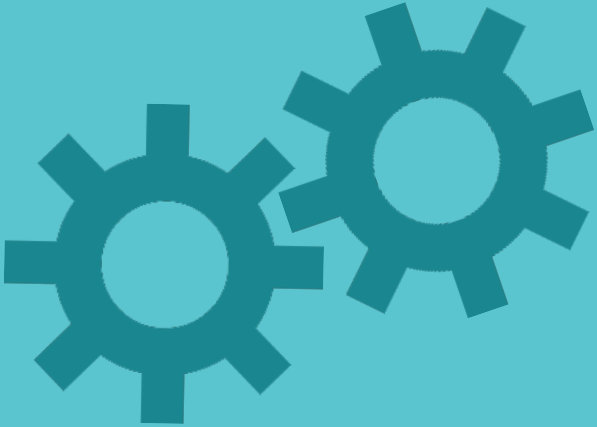
Формулы движений на координатной плоскости

Преобразование	Правило для точки (x; y)
Параллельный перенос	$(x+a; y+b)$
Симметрия относительно ОХ	$(x; -y)$
Симметрия относительно ОУ	$(-x; y)$
Симметрия относительно начала координат	$(-x; -y)$
Поворот на 90° против часовой стрелки	$(-y; x)$

Ключевое свойство движений: расстояния между точками сохраняются; конкретные координатные правила ниже позволяют быстро строить образы. Для дополнительных признаков (углы, параллельность) применяйте общие свойства движений.

В каждой формуле видно, что меняется либо только один знак, либо оба, либо происходит перестановка координат; это ускоряет построения образов точек и фигур.

Сводная таблица правил преобразований для координатной плоскости (общепринятые формулы школьного курса).



Симметрия в реальных объектах

Орнаменты и фасады: симметрия как язык формы

Многие архитектурные фасады строятся вокруг осей симметрии: центральная композиция и зеркальные элементы делают здание визуально упорядоченным. Даже когда детали различаются, «скелет» геометрии повторяется без искажений.



Природа: где повторение связано с законами роста

Листья, снежинки и крылья бабочек часто демонстрируют симметрию: отражение относительно оси или поворотные закономерности помогают природе эффективно распределять признаки. Геометрия здесь выступает не как абстракция, а как наблюдаемое правило формы.



Знаки и логотипы: симметрия для читаемости и смысла

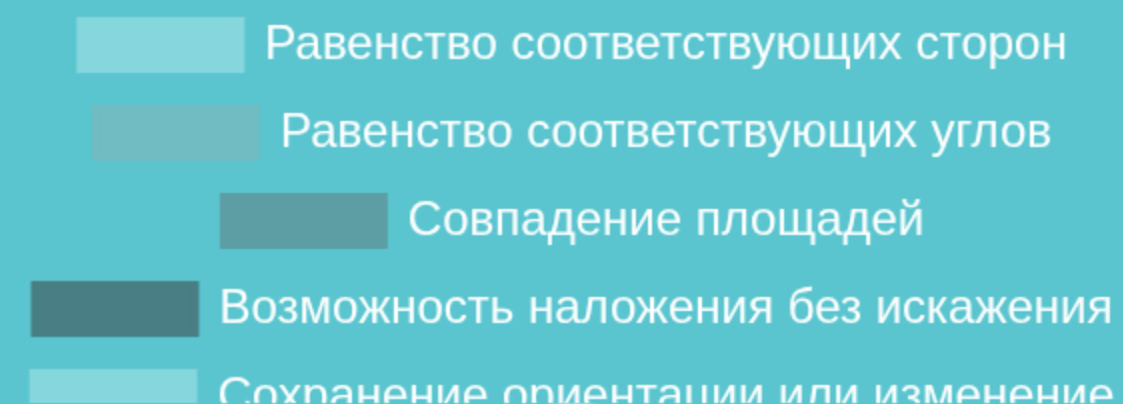
Дорожные знаки, эмблемы и декоративные элементы нередко используют симметрию, чтобы фигуры воспринимались сразу и «держали» форму при изменении расстояния. Именно поэтому оси и центры симметрии заметны даже в стилизованных изображениях.



Признаки фигур, равных друг другу

Если две фигуры можно совместить движением, то сохраняются и стороны, и углы; а площадь и форма следуют из этого автоматически, без дополнительных проверок.

Диаграмма показывает: главный критерий равенства — достижимость одной фигуры из другой движением; остальная информация подтверждает это.



Идеи критериев равенства фигур через движения (учебный материал по геометрии, обобщение типовых признаков).

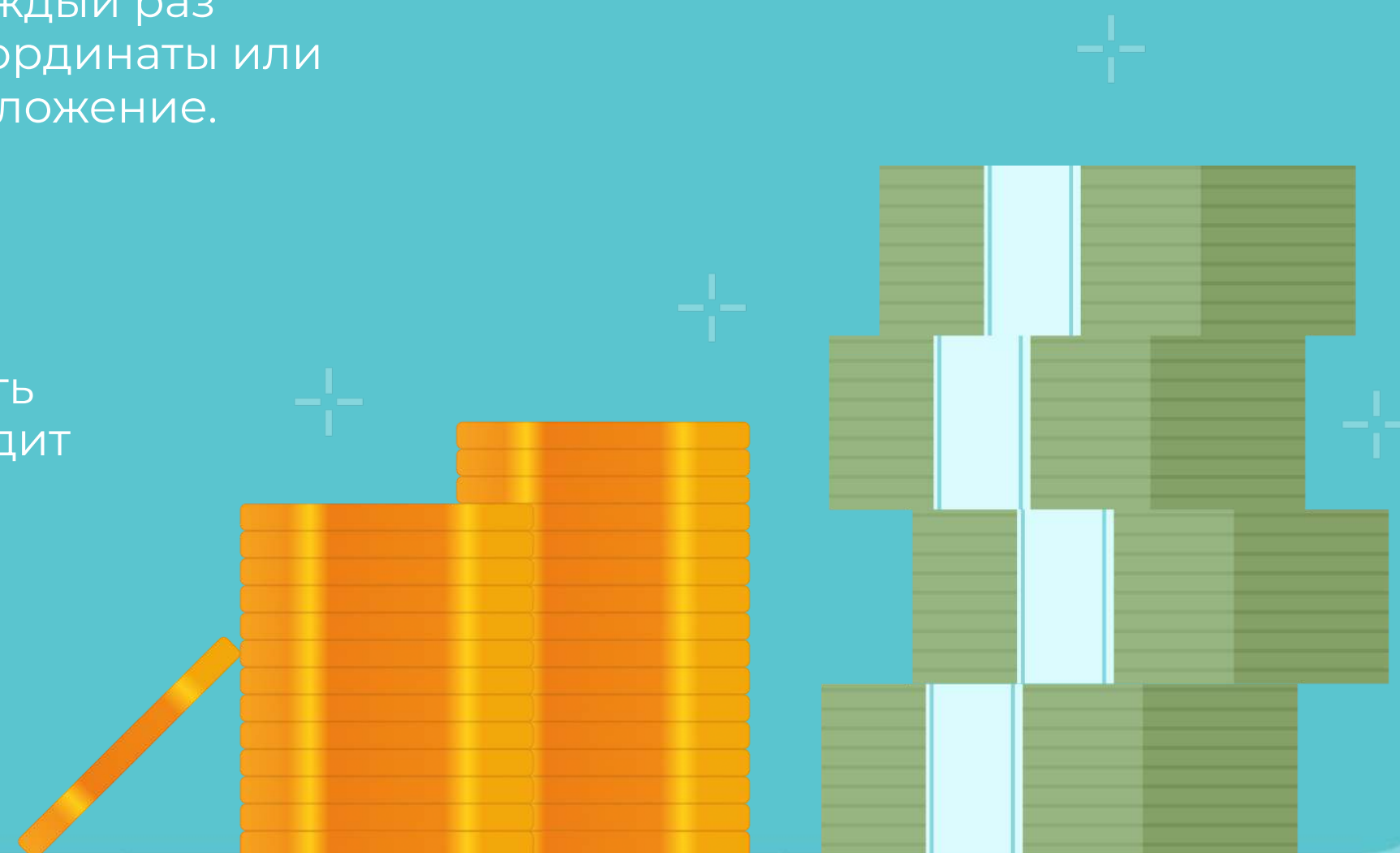


Композиция движений

Последовательное выполнение двух движений образует новое: применили перенос, затем поворот — и получили общий эффект, который также сохраняет расстояния между любыми точками.

Композиция помогает решать задачи на построения: вместо одного сложного шага проще перейти от известного образа к следующему, каждый раз контролируя координаты или взаимное расположение.

В доказательствах равенства фигур удобно выстраивать цепочку преобразований: если первая фигура переходит во вторую серией движений, то равенство подтверждается без вычислений длин по формуле.



Алгоритм распознавания вида движения

Логика решения: сравнение геометрических характеристик и, при необходимости, проверка формул перехода координат.



Типичные задачи на движения в 11 классе



Построение образа точки и фигуры

Нужно найти, во что переходит заданная точка или многоугольник при переносе, повороте или симметрии. Часто требуется аккуратно соблюдать ось, центр и направление.



Доказательство равенства через движение

Две фигуры связывают цепочкой преобразований: доказывают, что одна переходит в другую движением. Решение строится логически, без вычисления длин по формулам.



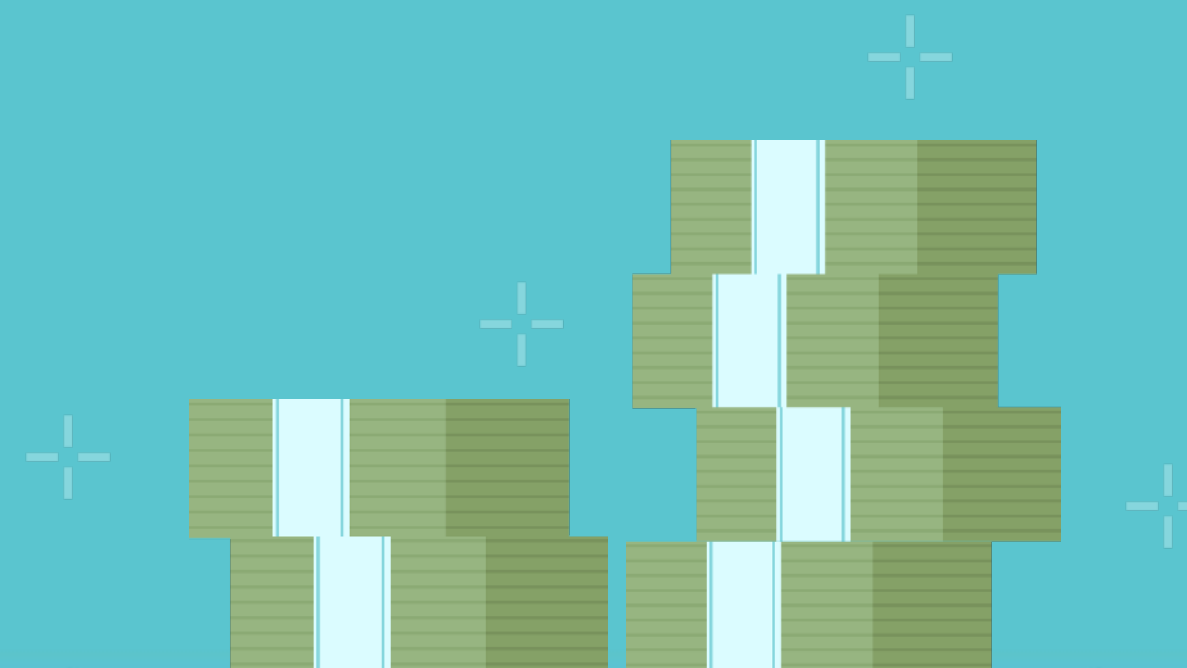
Координаты после симметрии или поворота

По исходным координатам находят координаты образов, применяя формулы преобразования. Задания проверяют умение менять знаки и переставлять координаты без ошибок.



Поиск осей симметрии многоугольников

Нужно определить, существуют ли оси симметрии, и сколько их у фигуры. В ответах важны проверки соответствия вершин и сторон при отражении.



Типичные ошибки при работе с движениями

Часто путают осевую и центральную симметрию: при отражении меняется только один знак (например, y), а при центральной симметрии меняются оба знака координат.

Неправильно «меняют размеры» при построении образа: забывают, что любое движение сохраняет расстояния, углы и площади. Любое «визуальное» искажение делает решение неверным.

Ошибаются в угле поворота и направлении вращения: вместо 90° получают 270° или путают по часовой стрелке с против часовой. Поэтому важно сверять, как меняются координаты.

При отражении или переносе допускают опечатки в координатах и не проверяют равенство соответствующих сторон и углов. Надёжное правило — хотя бы раз выполнить быструю контрольную проверку.



Движения дают геометрии строгость



Движения сохраняют расстояния и позволяют сравнивать фигуры без искажения формы и размеров. Их виды — перенос, поворот и симметрии — описываются и на плоскости, и в координатах.