

Разность квадратов двух выражений

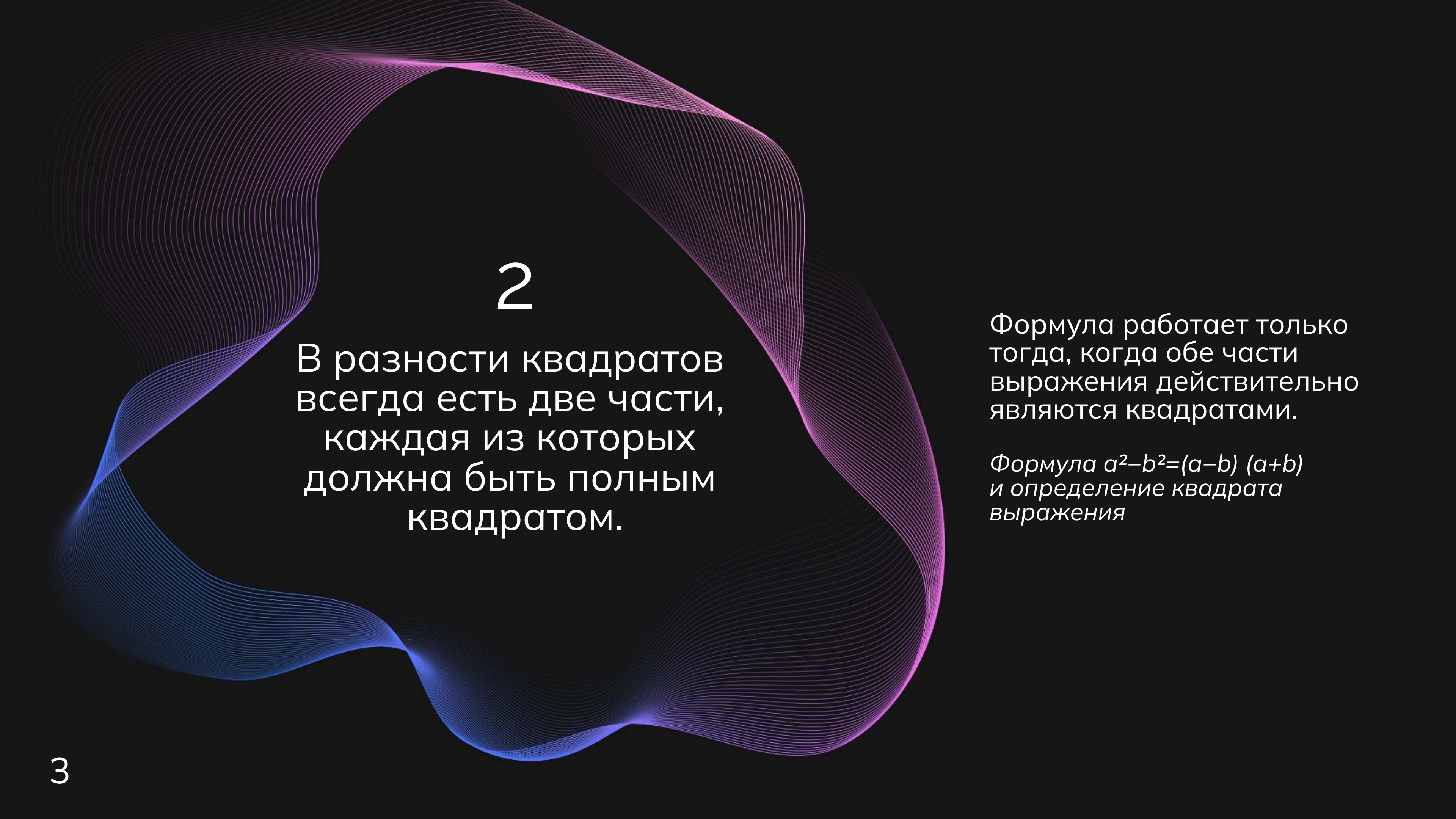
Короткая формула для быстрого
упрощения и разложения выражений.



Почему эту формулу нужно знать

Разность квадратов — одна из первых формул сокращённого умножения. Она показывает, как умножение связано с разложением на множители, и помогает быстрее упрощать выражения, проверять вычисления и решать простые уравнения.





2

В разности квадратов
всегда есть две части,
каждая из которых
должна быть полным
квадратом.

Формула работает только
тогда, когда обе части
выражения действительно
являются квадратами.

*Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
и определение квадрата
выражения*

Основная формула разности квадратов

1 Левая часть

В записи $a^2 - b^2$ сначала стоят два квадрата, между которыми находится знак минус. Именно эта структура позволяет распознать выражение как разность квадратов и применить готовое преобразование.

2 Правая часть

После разложения получаются две скобки: $(a - b)$ и $(a + b)$. В них используются те же выражения, но с разными знаками, поэтому результат сохраняет исходное значение.

3 Условие применимости

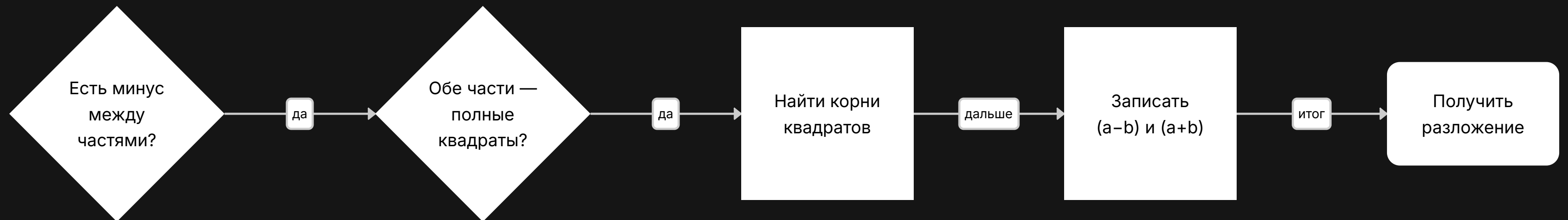
Формула подходит для чисел, букв и более сложных выражений, если оба слагаемых можно записать в виде полных квадратов. Это делает её универсальным инструментом алгебры.

4 Главная идея

Разность квадратов заменяет длинное умножение более короткой записью. Благодаря этому проще упрощать выражения, находить множители и видеть скрытую структуру алгебраической записи.

Как распознать разность квадратов

Алгоритм выделения формулы $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ по шагам.



Геометрический смысл формулы

Площадь большого квадрата

Квадрат со стороной a имеет площадь a^2 . Если представить эту площадь геометрически, становится понятнее, почему в формуле участвует именно квадрат величины.

Прямоугольные части

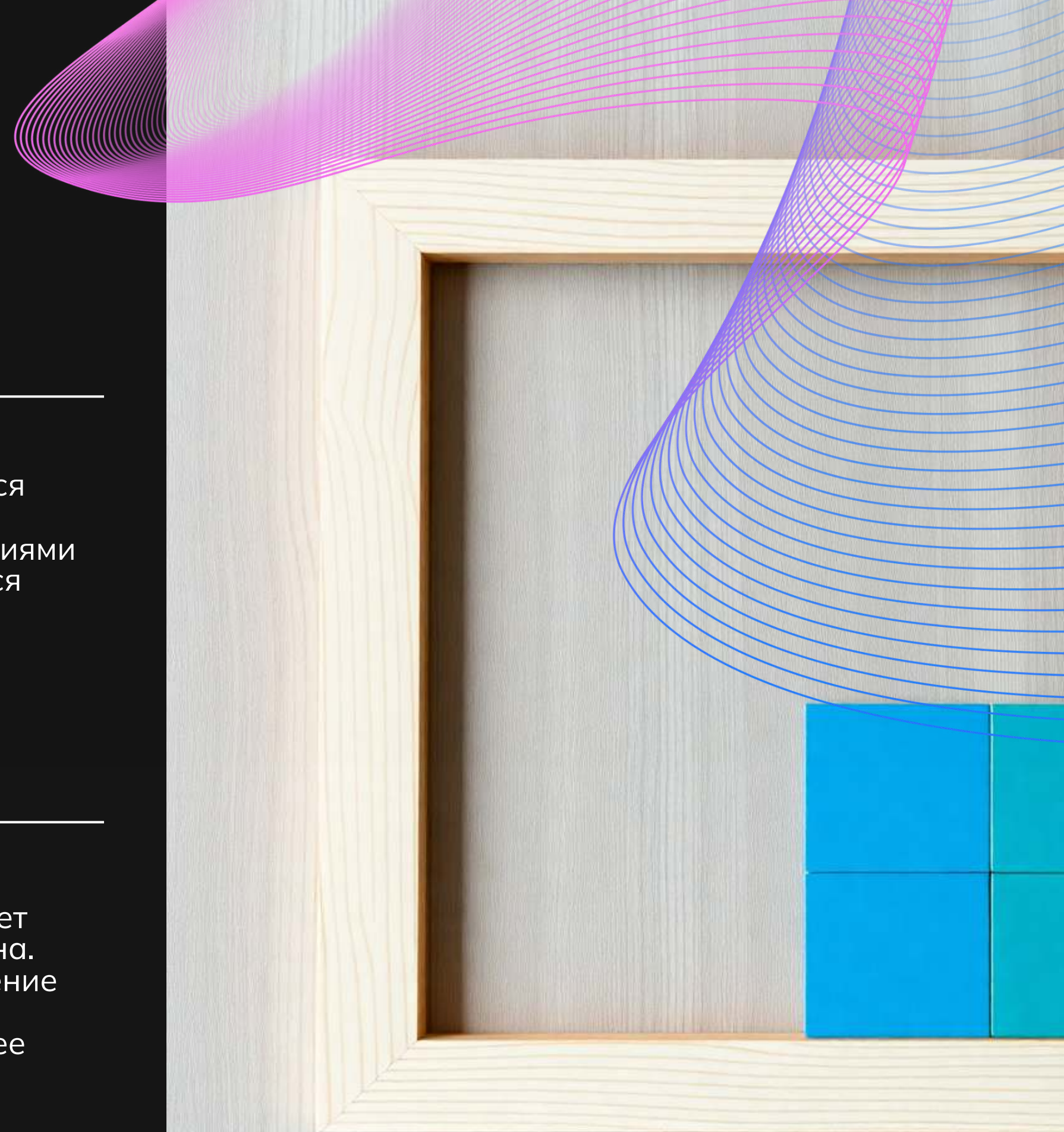
Оставшаяся фигура распадается на две прямоугольные области. Их стороны связаны с выражениями $(a-b)$ и $(a+b)$, поэтому появляется произведение двух скобок.

Площадь малого квадрата

Квадрат со стороной b имеет площадь b^2 . Разность двух площадей можно увидеть как удалённую часть большого квадрата, которую нужно выразить через простые множители.

Наглядность формулы

Геометрическая модель помогает понять, что формула не случайна. Она отражает реальное разбиение фигуры на части и делает разложение на множители более понятным.



Примеры разложения на множители

Выражение	Разложение	Корни
x^2-9	$(x-3)(x+3)$	$x, 3$
$4y^2-25$	$(2y-5)(2y+5)$	$2y, 5$
$49-m^2$	$(7-m)(7+m)$	$7, m$
a^2-1	$(a-1)(a+1)$	$a, 1$

— Сравни исходные выражения и их разложение по формуле разности квадратов.

Сначала выделяют полные квадраты, затем извлекают их корни и записывают две скобки с противоположными знаками.

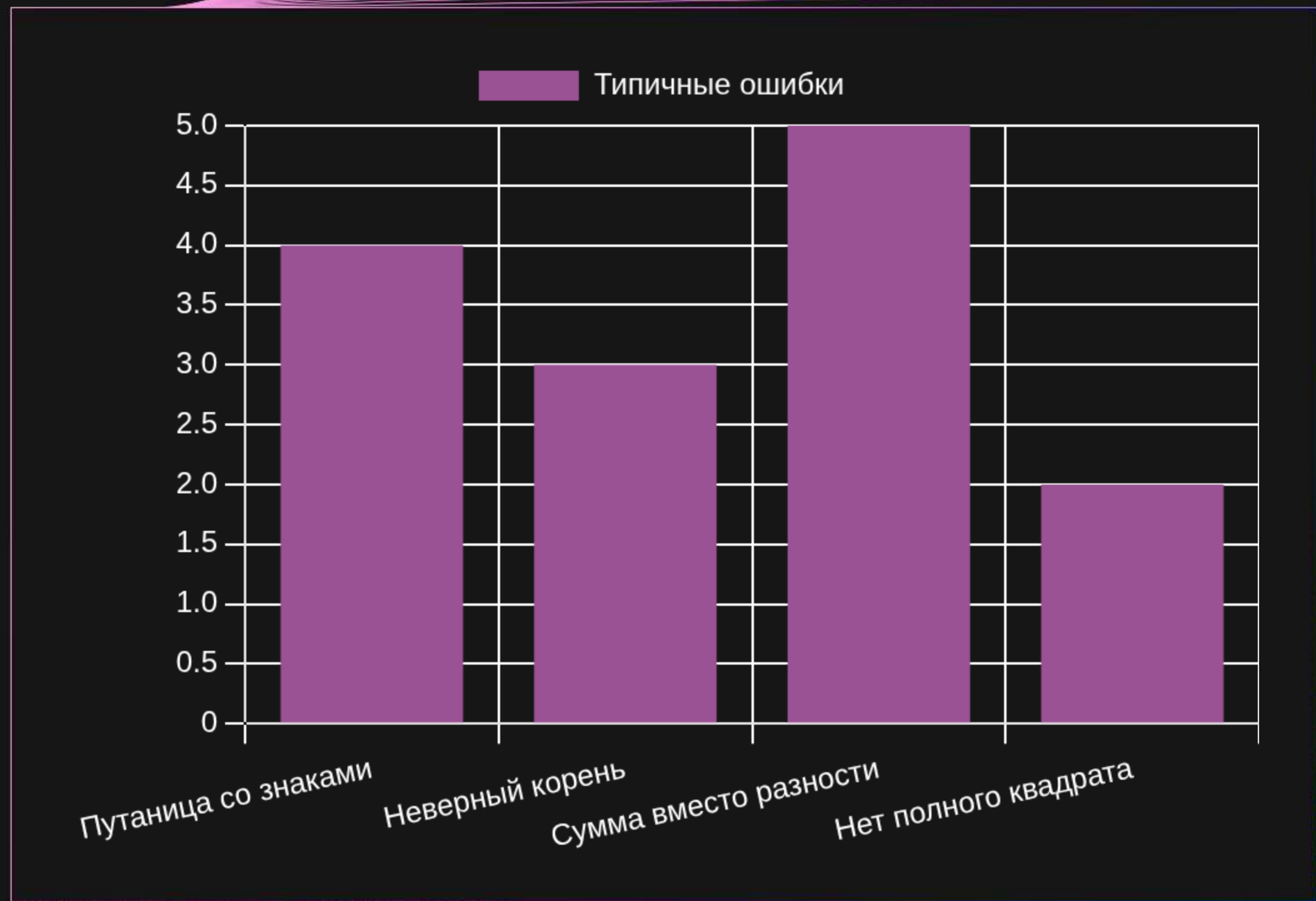
Школьная алгебра, формула $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

Частые ошибки при применении формулы

Ошибки чаще появляются, когда ученик торопится и не проверяет, действительно ли оба слагаемых являются квадратами.

Самая рискованная ситуация — попытка применить формулу к сумме квадратов; такой пример нужно сразу распознавать как неподходящий.

Учебный разбор типичных ошибок при изучении формулы разности квадратов



Проверка разложения умножением обратно

— Раскрываем скобки

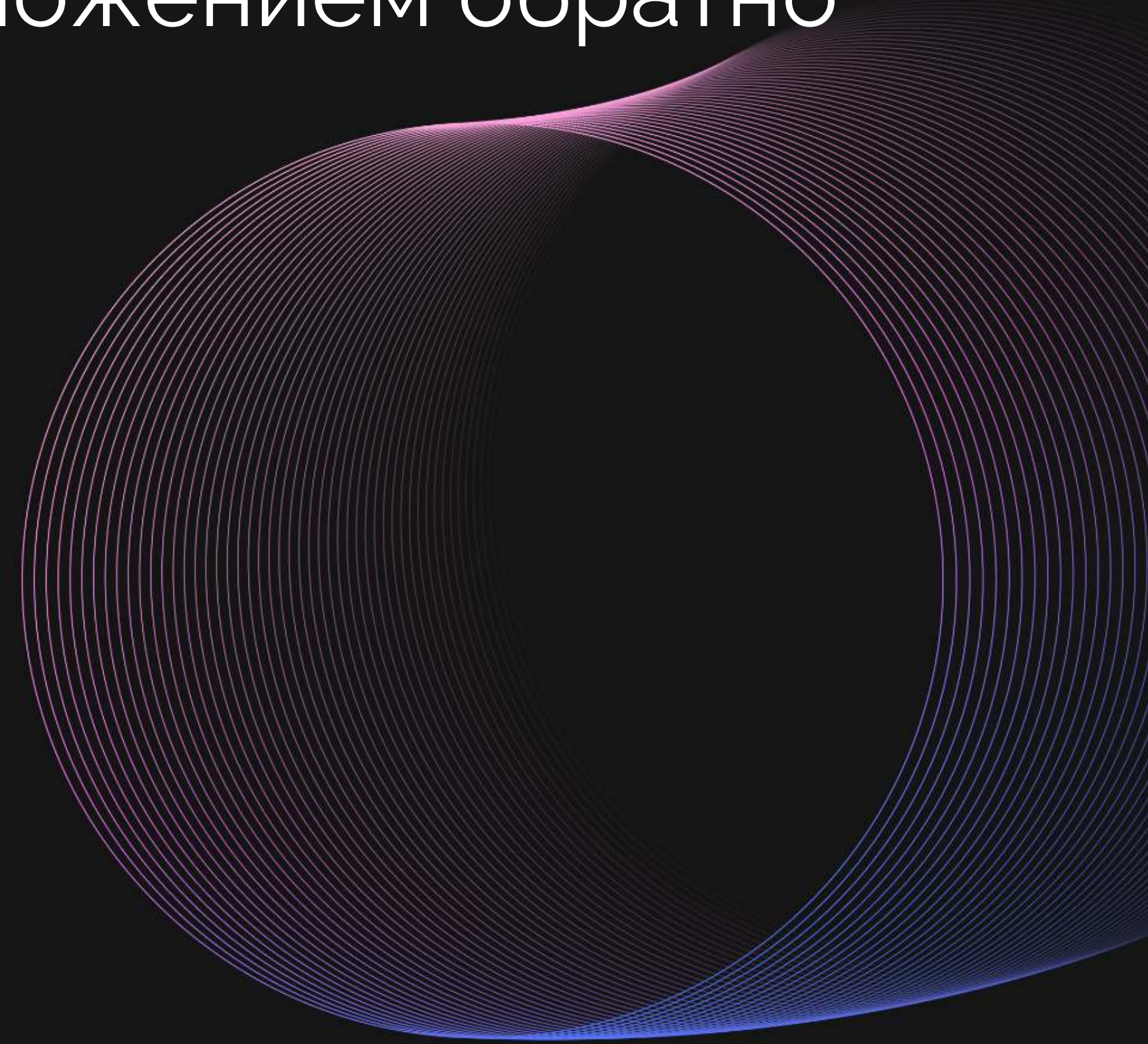
Чтобы проверить ответ, нужно перемножить полученные множители. При раскрытии скобок видно, что формула должна вернуть исходное выражение без изменений по значению.

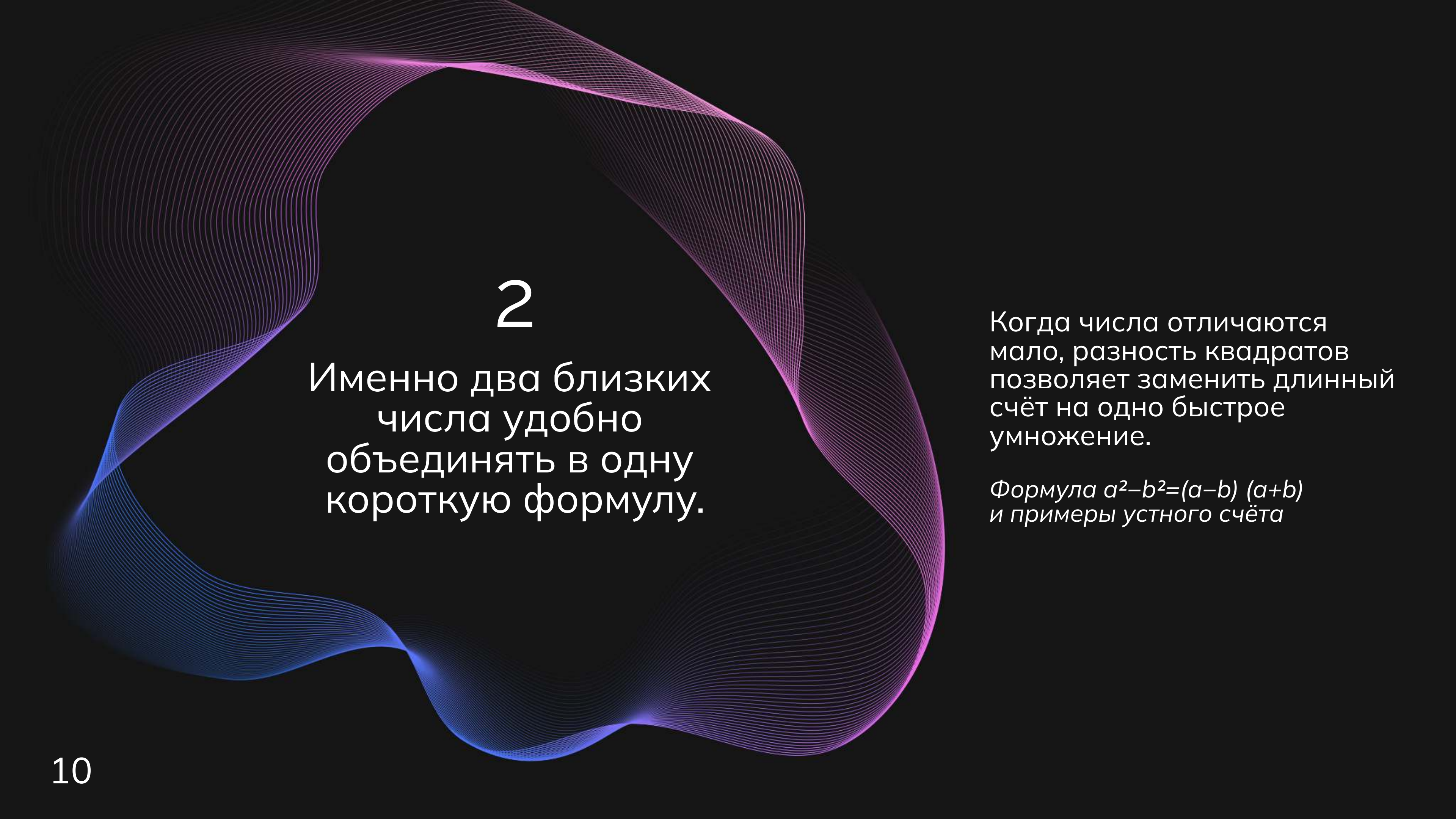
— Средние члены сокращаются

В произведении появляются члены ab и $-ab$. Они взаимно уничтожаются, поэтому остаётся только разность квадратов $a^2 - b^2$, как и должно быть.

— Проверка на ошибки

Если при проверке результат не совпал с исходным выражением, значит, где-то неверно записан знак или сам множитель. Такой способ сразу показывает ошибку.





2

Именно два близких
числа удобно
объединять в одну
короткую формулу.

Когда числа отличаются
мало, разность квадратов
позволяет заменить длинный
счёт на одно быстрое
умножение.

*Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
и примеры устного счёта*

Разность квадратов с буквенными выражениями

1 Сначала выделить квадраты

Сначала нужно убедиться, что обе части выражения действительно являются квадратами. В примере $((x+2)^2-9)$ первое слагаемое уже записано как квадрат, а второе можно представить как (3^2) .

2 Найти корни

После распознавания квадратов извлекают их корни: из $((x+2)^2)$ получается $(x+2)$, а из (9) — число 3. Именно эти выражения станут основой для новых скобок.

3 Записать две скобки

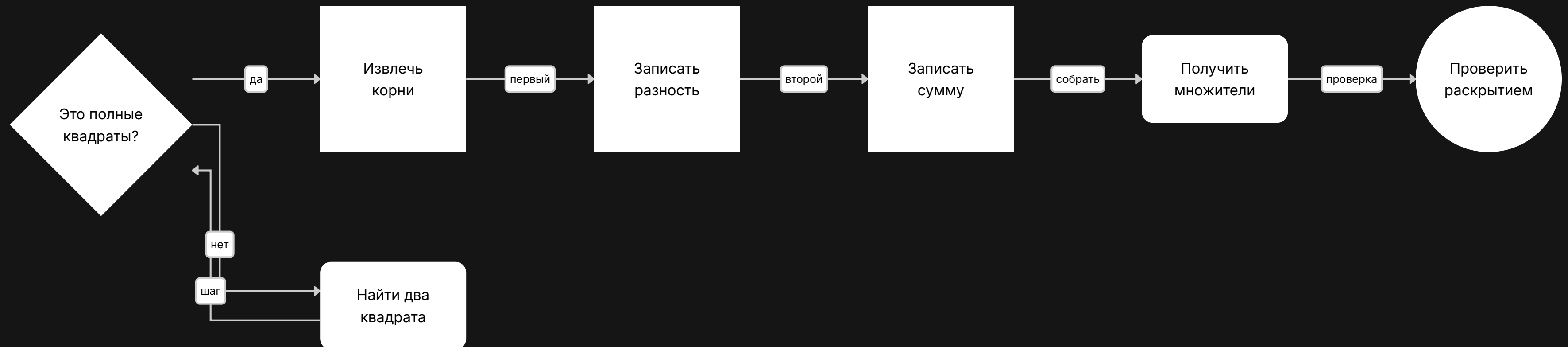
По формуле составляют две скобки с одинаковыми выражениями и разными знаками. В нашем примере получается $((x+2-3)(x+2+3))$, то есть $((x-1)(x+5))$.

4 Проверить результат

После разложения полезно раскрыть скобки и убедиться, что исходное выражение восстановилось. Такая проверка особенно важна, когда в примере есть буквы, дроби или выражения в скобках.

Алгоритм разложения на множители

Пошаговый способ для выражений вида x^2-49 , $9a^2-16$, $25-y^2$.

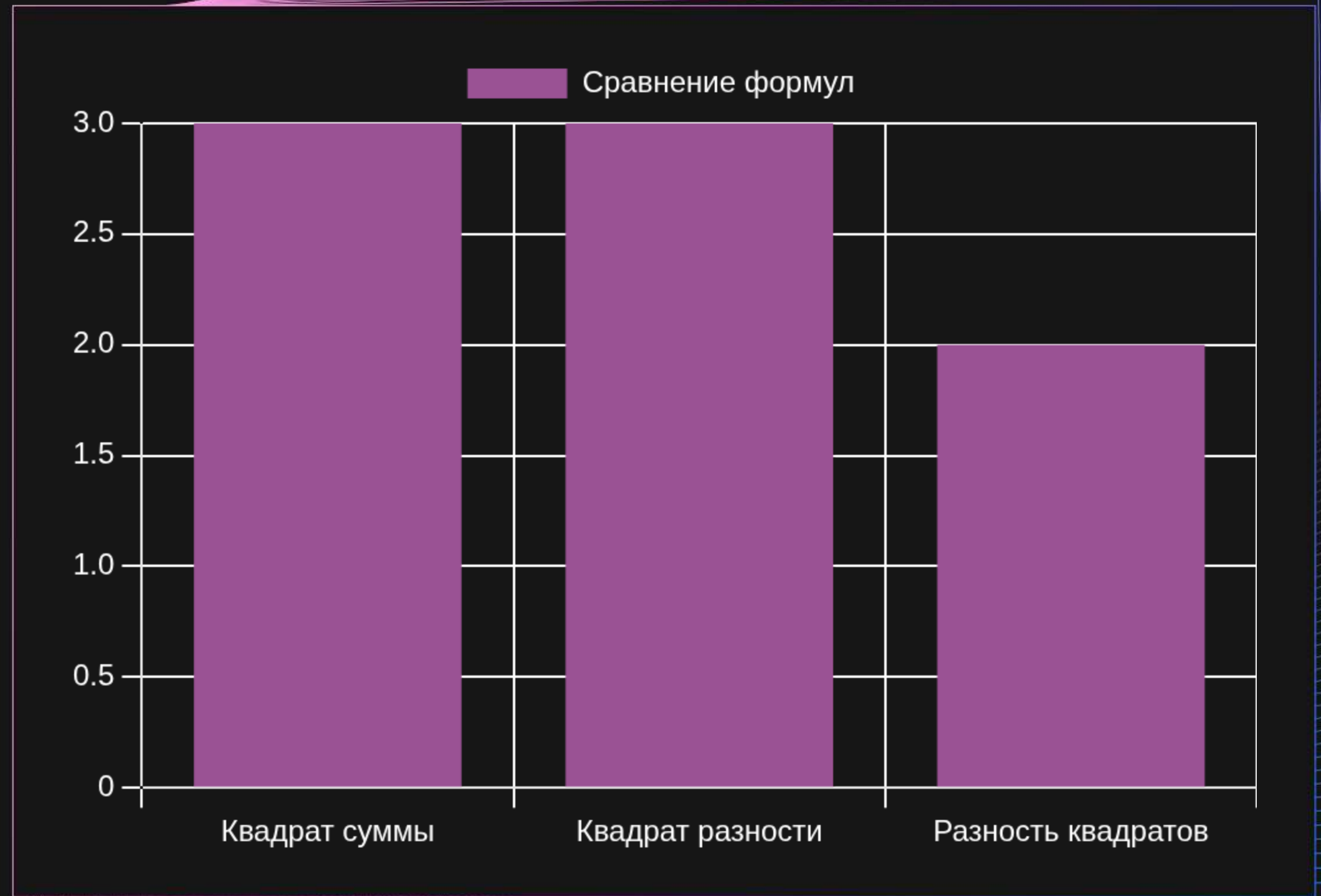


Сравнение трех формул сокращенного умножения

— Все три формулы связаны с одними и теми же буквами, но устроены по-разному. У разности квадратов меньше всего слагаемых, поэтому она легко заметна среди других.

Разность квадратов отличается отсутствием среднего члена, а значит, ее проще выделить в выражении и быстрее применить при преобразованиях.

Школьный курс алгебры, тема «Формулы сокращенного умножения»



Связь с решением уравнений

1 Разложить левую часть

Если уравнение можно записать как разность квадратов, сначала его раскладывают на множители. Для $(x^2 - 25 = 0)$ получаем $((x - 5)(x + 5) = 0)$, и задача становится гораздо короче.

2 Применить правило нуля

Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один множитель равен нулю. Поэтому сразу получаются два простых уравнения: $(x - 5 = 0)$ и $(x + 5 = 0)$.

3 Записать ответы

Из двух линейных уравнений находятся корни $(x = 5)$ и $(x = -5)$. Такой способ показывает, как разложение на множители помогает решать квадратные уравнения без сложных вычислений.

Тренировочные примеры для 7 класса

Выражение	Разложение	Корни
$16-x^2$	$(4-x)(4+x)$	4 и x
$9p^2-q^2$	$(3p-q)(3p+q)$	3p и q
$36m^2-1$	$(6m-1)(6m+1)$	6 m и 1
a^2-64	$(a-8)(a+8)$	a и 8

В таблице удобно видеть, как из квадратов получаются пары скобок с противоположными знаками.

Во всех примерах сначала распознаются полные квадраты, затем извлекаются их корни и записываются две скобки с разными знаками.

Учебные задания по алгебре 7 класса

Правила, которые нужно помнить

— Минус между квадратами

Формула работает только тогда, когда между двумя квадратами стоит знак минус. Если вместо него стоит плюс, выражение уже не относится к разности квадратов.

√x Полные квадраты

Каждый член должен быть полным квадратом числа, буквы или выражения. Сначала проверяют, можно ли извлечь корень без остатка, и только потом применяют формулу.

🔗 Две противоположные скобки

После извлечения корней записывают две скобки: сначала разность, затем сумму. Порядок можно менять, но знаки внутри скобок должны быть противоположными.

✓ Проверка умножением

Любое разложение полезно проверить раскрытием скобок. Если где-то допущена ошибка в знаке или корне, результат умножения сразу покажет несоответствие исходному выражению.

Визуальный образ для запоминания формулы



Два квадрата, одна разница

Представьте большой квадрат со стороной a и маленький квадрат со стороной b . Если из большой площади убрать маленькую, останется фигура, которую можно разрезать на две прямоугольные части. Их размеры подсказывают ответ: $((a-b)(a+b))$.



Как рисунок помогает запомнить

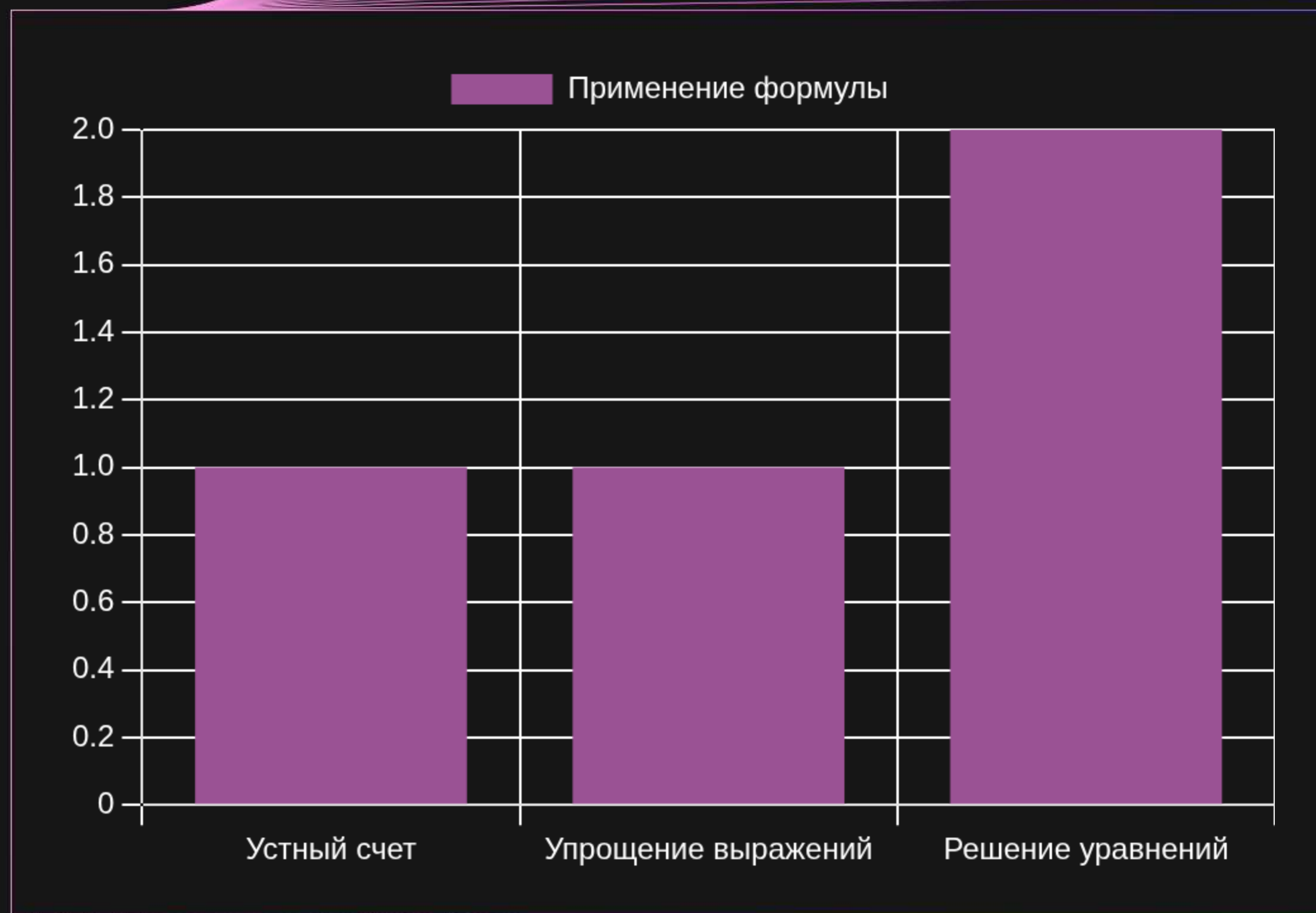
На схеме хорошо видно, что формула не берется «из воздуха», а отражает геометрию. Один квадрат отвечает за (a^2) , другой — за (b^2) , а оставшееся пространство складывается в прямоугольники, удобные для умножения и разложения.

Где формула экономит вычисления

Формула полезна не только в упражнениях, но и в быстрых вычислениях. Она позволяет заменить длинное преобразование коротким разложением на множители.

В каждом из трех случаев разность квадратов сокращает путь решения и делает вычисления заметно короче.

Примеры из школьного курса алгебры 7 класса

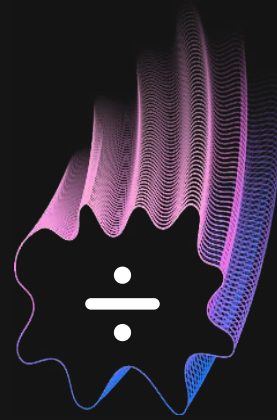


Что должен уметь ученик после изучения темы



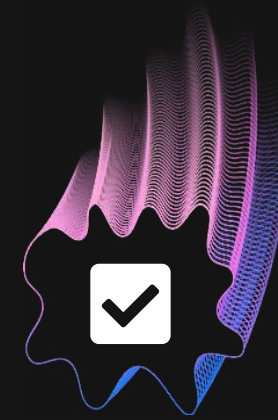
Распознавать форму

Ученик видит выражение вида $\sqrt{a^2 - b^2}$ и понимает, что перед ним именно разность квадратов, а не сумма или другое алгебраическое выражение.



Разлагать на множители

По формуле $\sqrt{a^2 - b^2} = (a - b)(a + b)$ он быстро записывает две скобки и правильно выбирает знаки, не выполняя лишних вычислений.



Проверять ответ

После разложения ученик умеет раскрыть скобки обратно и убедиться, что полученное выражение совпадает с исходным, если знаки выбраны верно.



Применять в вычислениях

Формула помогает считать быстрее, упрощать записи и решать простые уравнения. Это делает ее одним из базовых инструментов темы «Формулы сокращенного умножения».

Разность квадратов — короткий путь к ответу

Формула $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$ помогает быстрее упрощать выражения, проверять вычисления и решать уравнения. Чем лучше ученик ее узнает, тем увереннее работает с алгеброй.