



Умножение одночленов и возведение одночлена в степень

Осваиваем правила, которые упрощают алгебраические выражения и формулы.



Зачем изучают одночлены в 7 классе

Одночлены помогают кратко записывать формулы площади, периметра и объёма. Правила умножения и возведения в степень ускоряют вычисления, уменьшают число действий и готовят к работе с многочленами и уравнениями.



Что такое одночлен



Состав выражения

Одночлен — это произведение числа и одной или нескольких переменных, каждая из которых записана с неотрицательной целой степенью.



Части записи

В одночлене выделяют коэффициент, буквенную часть и показатели степеней. Эти элементы помогают быстро понять, как устроено выражение и как его преобразовывать.



Примеры

К одночленам относятся $7x$, $-4a^2b$, $\frac{1}{2}mn^3$ и $-9x^2y$. В каждом примере есть числовой множитель и буквенные множители.



Что не подходит

Выражение $x + 3$ не является одночленом, потому что в нём есть сложение. Одночлен должен записываться как одно произведение, а не как сумма.

Правило умножения одночленов

.1

Умножаем числа

Сначала перемножают коэффициенты одночленов и определяют знак результата. Числовая часть вычисляется отдельно от буквенной, чтобы не потерять порядок действий.

.2

Работаем с буквами

Одинаковые буквы с одинаковыми основаниями объединяют в одну степень. Показатели таких множителей складываются, например $x^2 \cdot x^3 = x^5$.

.3

Разные буквы не смешивают

Если переменные разные, их просто записывают рядом: $ab \cdot c = abc$. Показатели складываются только у одинаковых оснований.

.4

Получаем новый одночлен

После всех преобразований запись должна быть компактной и стандартной. В результате умножения всегда получается новый одночлен с верной числовой и буквенной частью.

Примеры умножения одночленов

В таблице показано, как по шагам меняются коэффициенты и показатели степеней.

Во всех примерах числа перемножаются, а одинаковые буквы дают новую степень. Знак результата определяется знаками коэффициентов.

Школьные правила умножения одночленов; примеры составлены по стандартным преобразованиям

Пример	Действие	Ответ
$2x \cdot 3x$	$2 \cdot 3$ и $x+x$	$6x^2$
$-4a^2 \cdot 5a$	$-4 \cdot 5$ и a^2+a	$-20a^3$
$3m^2n \cdot 2mn^3$	$3 \cdot 2$ и m^2+m , $n+n^3$	$6m^3n^4$
$-2p^3q \cdot (-7pq^2)$	$-2 \cdot -7$ и p^3+p , $q+q^2$	$14p^4q^3$

Пошаговый разбор умножения на примере



Числовая часть

В выражении $4x^2y \cdot (-3xy^3)$ сначала перемножают коэффициенты: $4 \cdot (-3) = -12$. Именно числовая часть задаёт знак и величину результата.

Буквенные множители

Дальше объединяют одинаковые буквы: $x^2 \cdot x = x^3$, $y \cdot y^3 = y^4$. Показатели складываются только у одинаковых оснований.

Итоговая запись

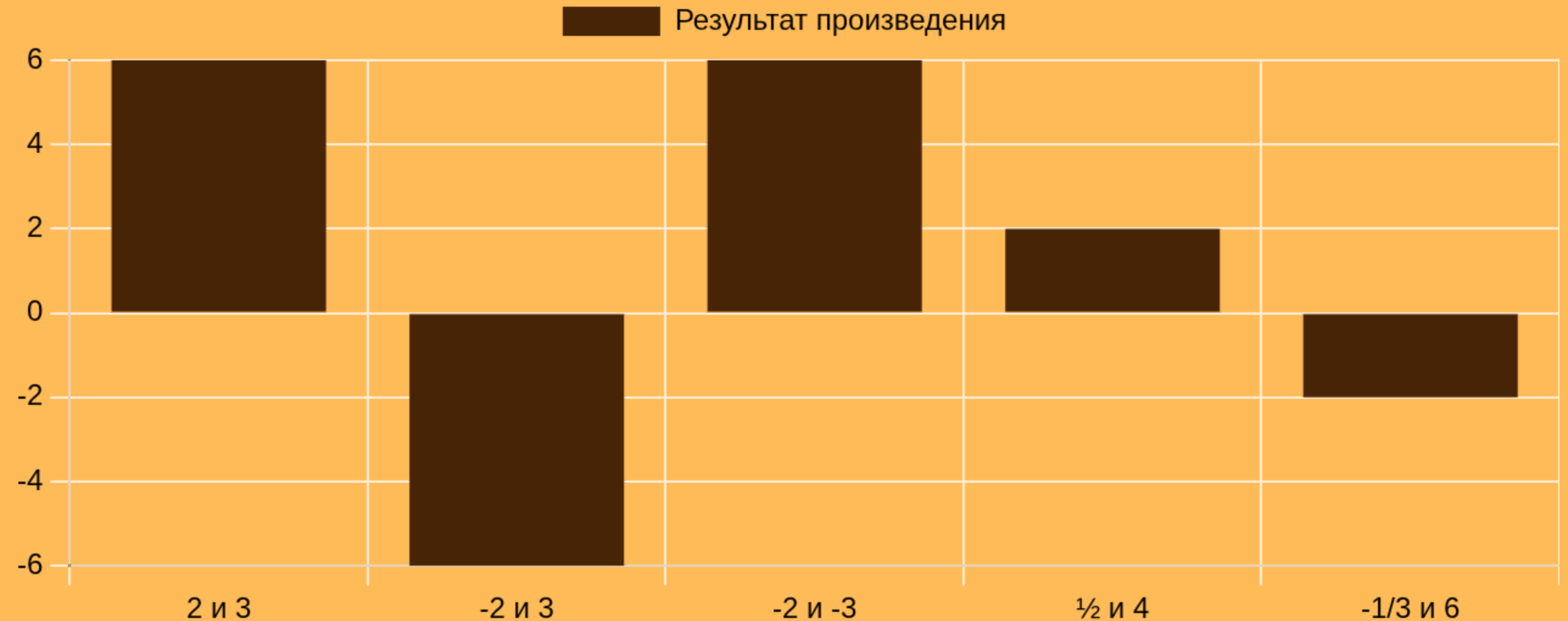
После объединения всех множителей получают ответ $-12x^3y^4$. Такой способ помогает не пропустить ни один множитель и записать результат в стандартном виде.

Как знаки влияют на произведение коэффициентов

На диаграмме показаны пары множителей с разными знаками и дробными значениями. Это напоминает, что при умножении важны и знак, и числовая величина каждого коэффициента.

Положительный результат получается при одинаковых знаках, отрицательный — при разных. Это правило напрямую переносится на умножение одночленов.

Правило знаков при умножении чисел, используемое в школьной алгебре



5

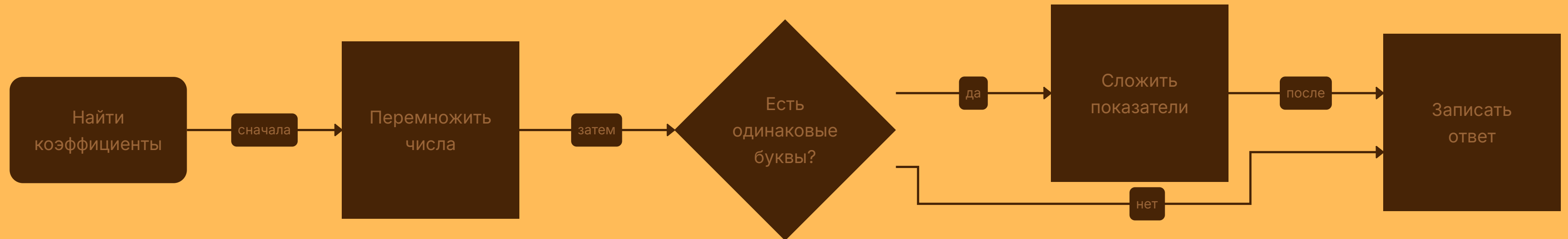
одинаковых множителей x
получается в записи $x^2 \cdot x^3$,
поэтому результат равен x^5 .

Показатель степени показывает,
сколько раз повторяется
множитель. Когда одинаковые
основания перемножаются,
число повторений просто
суммируется.

Определение степени и правило
умножения степеней с одинаковым
основанием

Алгоритм умножения одночленов

Последовательность действий при преобразовании произведения одночленов

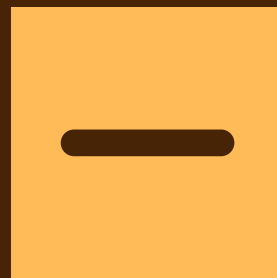


Закон знаков при умножении



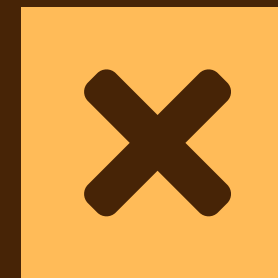
Плюс на плюс

Два положительных множителя дают положительный результат. Это самый простой случай, который удобно использовать для проверки вычислений в примерах с одночленами.



Минус на плюс

Если один множитель отрицательный, а другой положительный, произведение получается отрицательным. Знак меняется, хотя числовая величина перемножается обычным способом.



Минус на минус

При умножении двух отрицательных чисел результат становится положительным. Это важное правило помогает не ошибаться в коэффициентах одночленов.



Несколько множителей

У произведения из нескольких одночленов знак зависит от общего числа отрицательных множителей. Чётное количество даёт плюс, нечётное — минус.

Тренировочные примеры с ответами

В таблице показаны примеры умножения одночленов и краткая проверка ответа по коэффициенту и степеням.

Числовая часть умножается отдельно, а показатели одинаковых букв складываются; знак результата зависит от знаков коэффициентов.

Примеры составлены по правилам умножения одночленов из школьного курса алгебры.

Выражение	Ответ	Проверка
$3a \cdot 2a$	$6a^2$	$3 \cdot 2, a+a$
$-5x \cdot 4x^2$	$-20x^3$	$-5 \cdot 4, x^1+x^2$
$2m^2n \cdot (-3mn)$	$-6m^3n^2$	$2 \cdot (-3), m^2+m, n+n$
$-2p^3 \cdot (-7p)$	$14p^4$	$-2 \cdot (-7), p^3+p$
$6k^2 \cdot (-k^4)$	$-6k^6$	$6 \cdot (-1), k^2+k^4$

Типичные ошибки при умножении одночленов

adding instead of multiplying coefficients



Складывают числа вместо умножения

Одна из самых частых ошибок — заменить умножение коэффициентов сложением. В выражении $2x^2 \cdot 3x^3$ нужно получить $6x^5$, а не $5x^5$. Если числовую часть посчитать неверно, весь ответ будет ошибочным.



Путают показатели степеней

Иногда ученики начинают перемножать или вычитать показатели одинаковых букв. На самом деле при умножении одночленов показатели складываются: $x^2 \cdot x^3 = x^5$. Для разных букв степени не объединяются и записываются отдельно.



Забывают про знак и запись

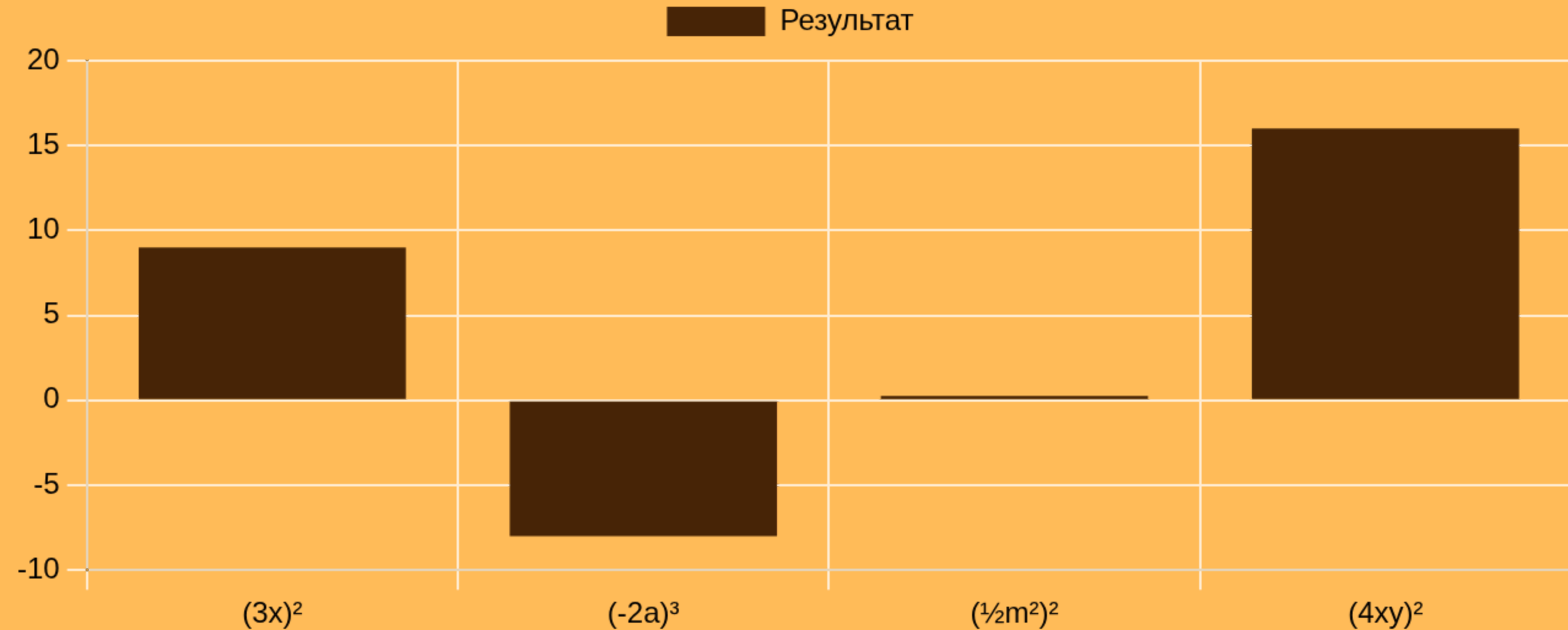
Ещё одна ошибка связана со знаком произведения и стандартной записью. Отрицательный коэффициент нужно учитывать сразу, а буквы с показателем 1 нельзя терять. Тогда ответ остаётся полным и читается без затруднений.

Возведение одночлена в степень

Степень относится ко всему одночлену целиком: и к числу, и к каждой переменной внутри скобок.

При возведении в степень повторяется весь одночлен, поэтому коэффициент и показатели переменных изменяются одновременно.

Примеры по теме «Возведение одночлена в степень» из курса алгебры 7 класса.



.1

Возводим коэффициент

Сначала возводят в степень числовой коэффициент одночлена. Если число отрицательное, знак результата зависит от чётности степени: при чётной степени он положительный, при нечётной — отрицательный.

.2

Умножаем показатели

Показатель каждой переменной умножают на показатель степени всего одночлена. Поэтому из x^2 получается x^6 , если выражение возводят в третью степень, а из a^3 — a^6 при квадрате.

.3

Работаем со всеми буквами

Каждая переменная внутри скобок изменяется отдельно. В выражении $(2a^3b)^2$ степень получают и a , и b , а разные буквы не объединяются между собой в одну степень.

.4

Записываем ответ удобно

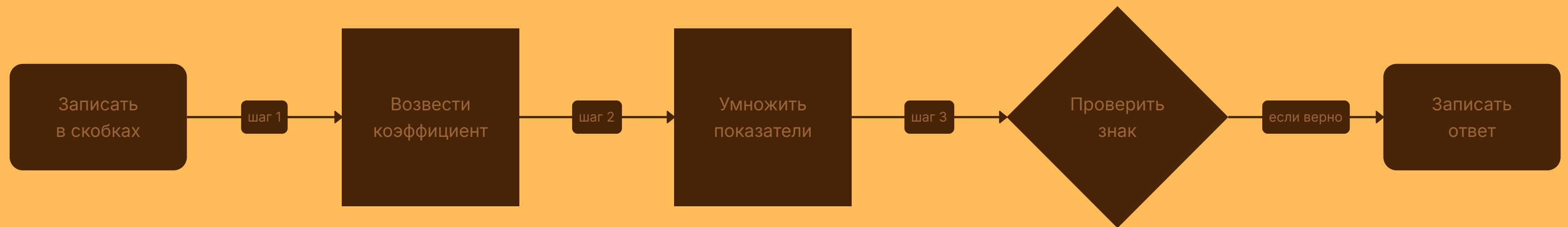
После вычислений ответ записывают в стандартном виде: сначала числовой множитель, затем буквенную часть. Так легче проверить знак, не потерять переменные и быстро увидеть правильный результат.

Правило возведения одночлена в степень



Как возводить одночлен в степень

Пошаговый алгоритм по примерам из школьной алгебры.



Сравнение двух правил

Таблица показывает, чем отличается умножение одночленов от возведения одночлена в степень, и что у этих действий общего.

В обоих случаях нужно внимательно следить за одинаковыми буквами и знаком результата, но способ работы с коэффициентом и степенями различается.

Сравнение составлено по основным правилам преобразования одночленов в алгебре 7 класса.

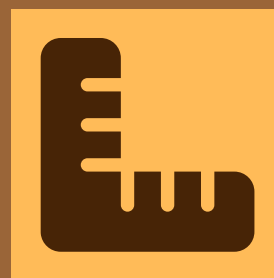
Действие	Коэффициент	Показатели
Умножение	Перемножают	Складывают
Степень	Возводят в степень	Умножают

Где эти правила встречаются в задачах



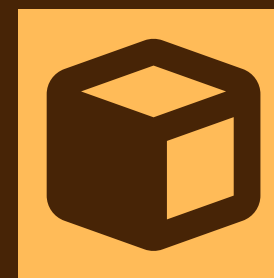
Площадь фигур

При нахождении площади часто появляются одночлены с одинаковыми буквами. Умножение $3x \cdot 2x$ помогает быстро получить $6x^2$ и упростить вычисления без длинной записи.



Периметр и длина

В задачах на периметр и линейные величины одночлены позволяют компактно записывать одинаковые отрезки. Это удобно, когда нужно складывать или умножать выражения с одной переменной.



Объём тел

Возведение в степень встречается в формулах объёма и в задачах, где одна и та же длина повторяется несколько раз. Например, $(2a)^3$ даёт $8a^3$.



Удобство вычислений

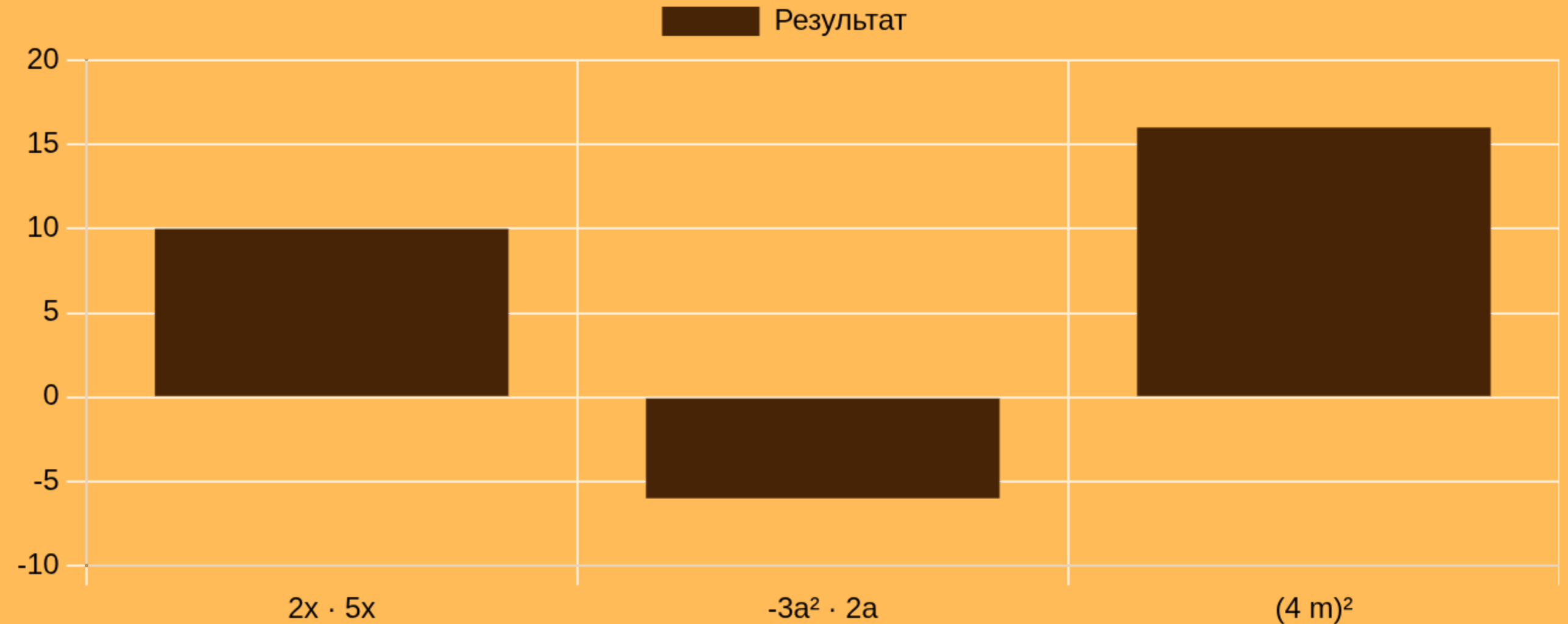
Оба правила сокращают запись и делают формулы понятнее. Вместо длинных повторов можно сразу получить компактный одночлен и перейти к следующему шагу решения.

Проверка на трёх примерах

На графике удобно сравнить знак, коэффициент и степень каждого ответа сразу после вычисления.

Все три примера подтверждают одно правило: числовая часть считается отдельно, а показатели одинаковых букв либо складываются, либо умножаются по условию действия.

Учебные примеры по теме умножения одночленов и возведения одночлена в степень.



Что нужно запомнить по теме

.1

Коэффициенты считаем отдельно

При умножении одночленов сначала перемножают числовые коэффициенты. Это позволяет сразу определить знак и величину результата, а затем аккуратно перейти к буквенной части.

.2

Одинаковые буквы объединяем

Если основания букв совпадают, их показатели складывают при умножении. Именно так $x^2 \cdot x^3$ превращается в x^5 , а не в какое-то другое выражение.

.3

В степени работает повторение

При возведении одночлена в степень повторяется весь одночлен целиком. Поэтому коэффициент возводят в степень, а показатель каждой переменной умножают на этот же показатель.

.4

Следим за знаком

Знак ответа зависит от числа отрицательных множителей или от чётности степени отрицательного коэффициента. Проверка знака помогает избежать самых частых ошибок в вычислениях.

.5

Пишем стандартно

Ответ удобно записывать в стандартном виде: сначала число, потом буквенная часть. Такая запись делает выражение короче, понятнее и помогает быстрее проверять результат.

Главное из темы

Умножение одночленов и возведение одночлена в степень помогают быстро преобразовывать алгебраические выражения. Если помнить про коэффициенты, показатели и знак, решения становятся точными и понятными.