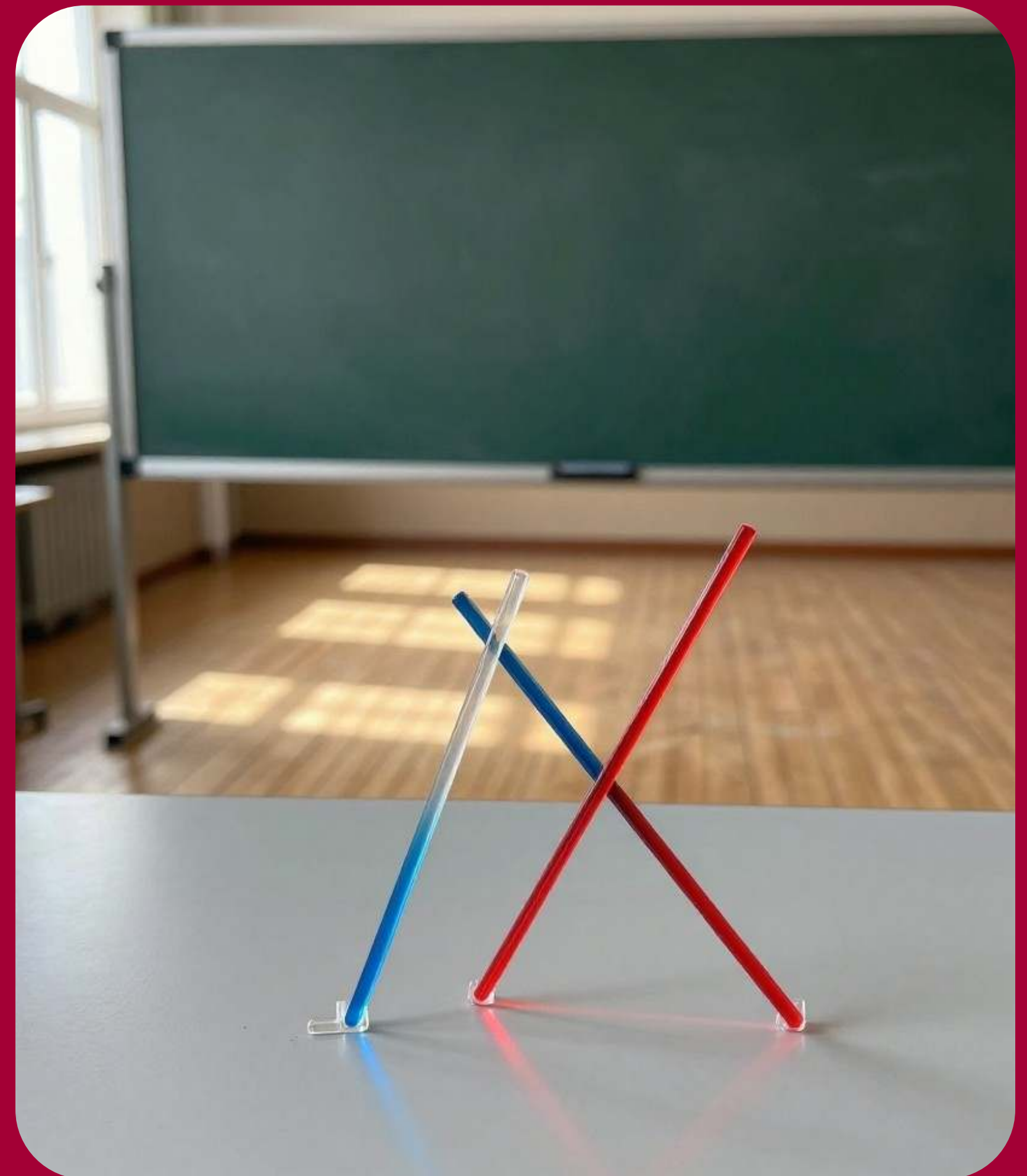


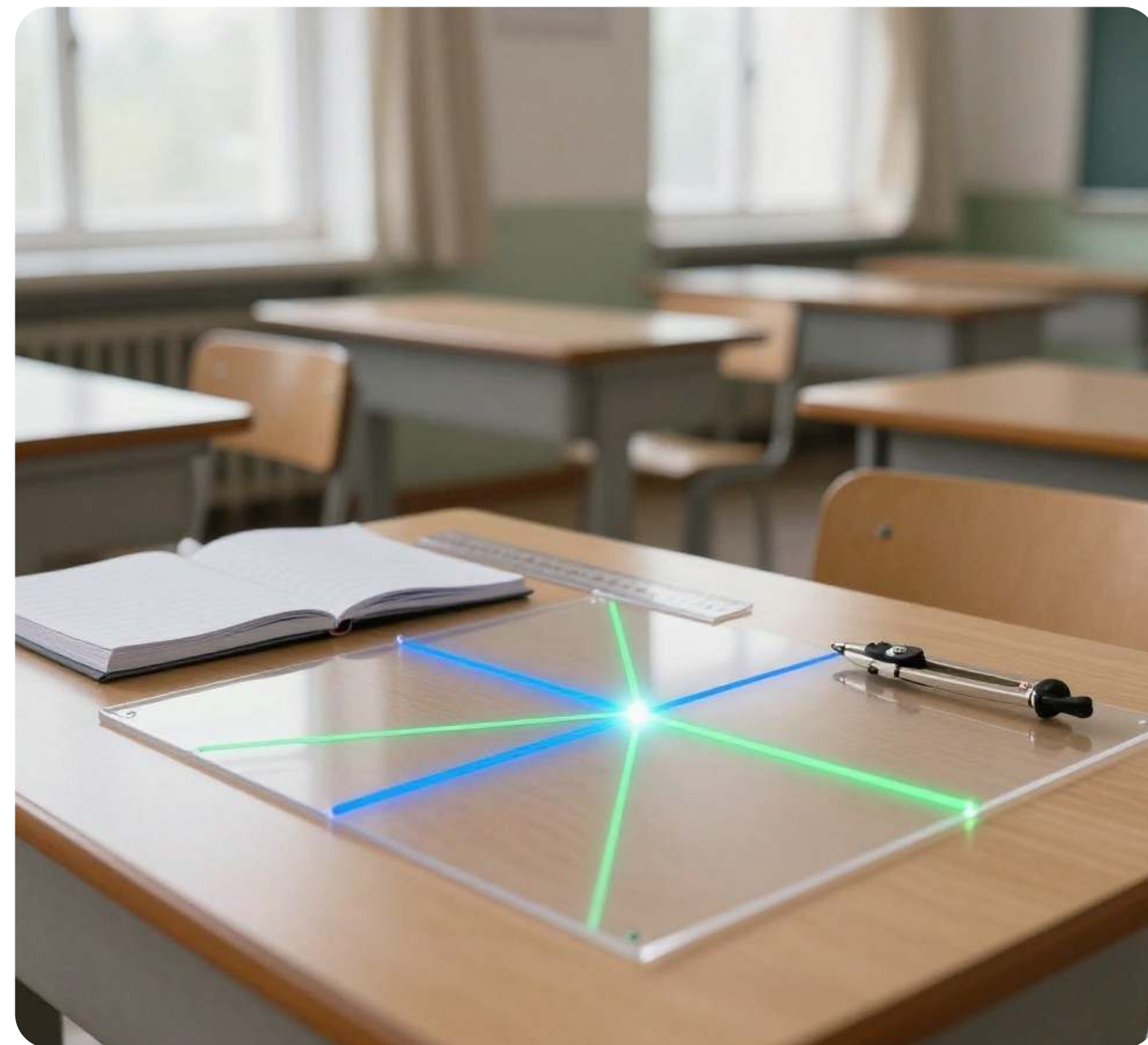
Линейные уравнения с двумя переменными и их системы

Уравнения, прямые и системы:
учимся находить общие решения.



Зачем нужны такие уравнения

Эти уравнения помогают описывать покупки, движение и другие ситуации, где важно сразу учитывать два условия. Они учат связывать числа, строить графики и находить подходящую пару значений.



Что такое линейное уравнение с двумя переменными

Общий вид

Линейное уравнение с двумя переменными записывают в виде $ax + by = c$. Здесь x и y — неизвестные, а a , b и c — числа, которые задают условия равенства.

Почему оно линейное

Переменные входят только в первой степени, без квадратов, корней и произведения x на y . Поэтому график такого уравнения всегда оказывается прямой линией на координатной плоскости.

Что считается решением

Решением называют пару чисел, которая делает уравнение верным. Каждая такая пара записывается как $(x; y)$ и подходит только тогда, когда после подстановки получается правильное равенство.

Пример решений

Для уравнения $x + y = 6$ подходят пары $(0; 6)$, $(1; 5)$ и $(2; 4)$. Все они дают одно и то же значение суммы, поэтому являются решениями.

График линейного уравнения

○ Прямая на плоскости

Графиком линейного уравнения $ax + by = c$ является прямая. Каждая точка этой прямой соответствует одной паре чисел, которая удовлетворяет данному уравнению.

○ Двух точек достаточно

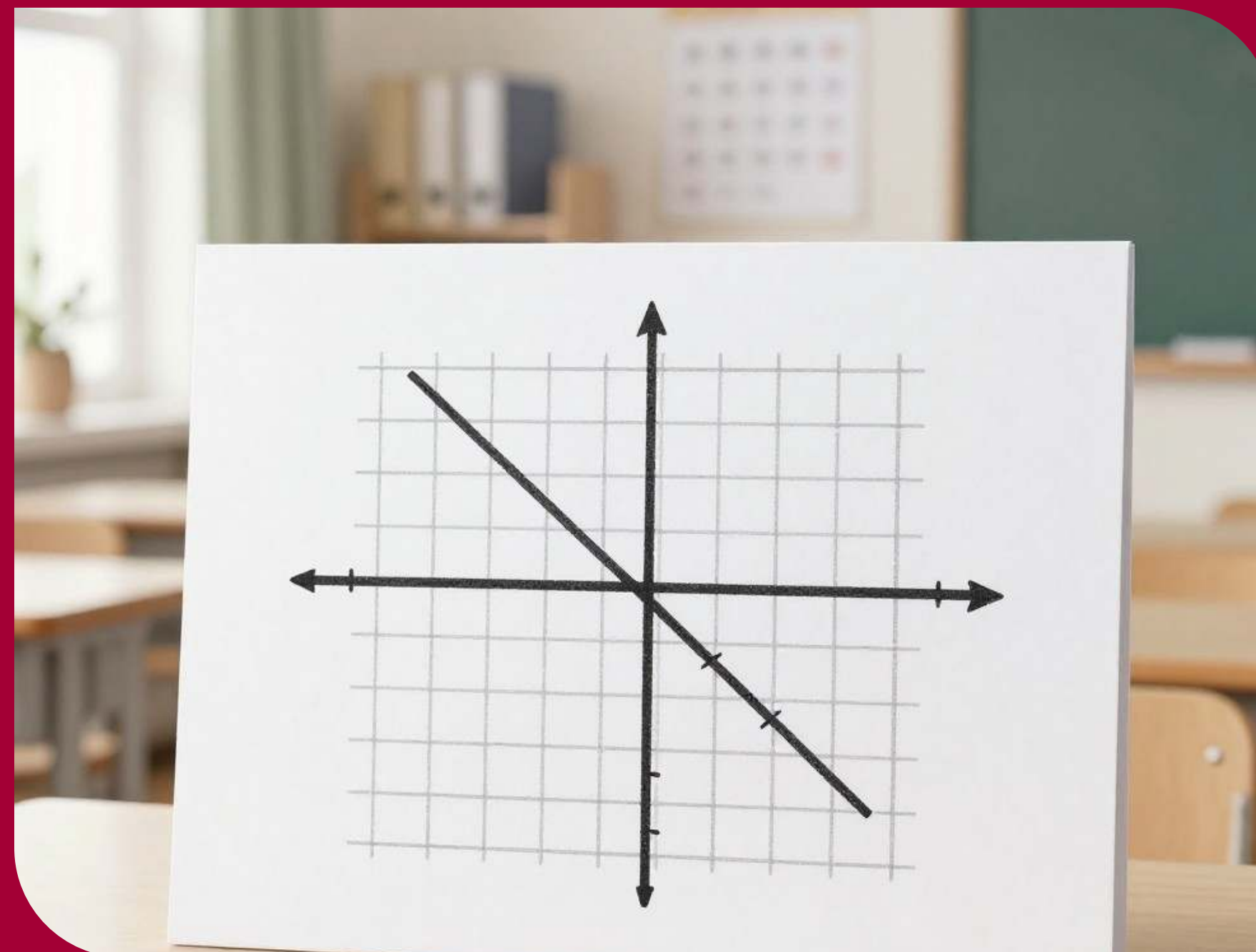
Чтобы построить прямую, обычно находят две подходящие пары чисел. По двум отмеченным точкам можно провести единственную прямую, а значит, увидеть весь график уравнения.

○ Пример построения

Уравнение $x + y = 6$ проходит через точки $(0; 6)$ и $(6; 0)$. Эти точки удобно отмечать на сетке, потому что обе координаты легко проверить в уме.

○ Что видно на рисунке

На координатной плоскости изображают сетку, прямую и подписи к точкам. Такой рисунок помогает сразу понять, какие пары чисел подходят уравнению, а какие — нет.



Виды записи линейных уравнений

Запись	Пример	Что задаёт
$ax + by = c$	$x + y = 6$	Общий вид
$y = kx + b$	$y = 2x + 1$	Удобно строить
$x = \text{const}$	$x = 3$	Вертикальная прямая
$y = \text{const}$	$y = -2$	Горизонтальная прямая

Одна и та же прямая может быть записана по-разному, но смысл остаётся одинаковым.

Разные записи помогают выбирать удобный способ работы с графиком, но во всех случаях графиком остаётся прямая.

Как проверить, является ли пара чисел решением

01

Подставить числа

Сначала вместо x и y подставляют данную пару чисел в уравнение. Это позволяет проверить, выполняется ли равенство именно для выбранных значений.

02

Сравнить обе части

Затем вычисляют левую и правую части уравнения. Если получаются одинаковые числа, то пара подходит; если нет, она не является решением.

03

Проверить пример

Для уравнения $x + y = 6$ пара $(2; 4)$ подходит, потому что $2 + 4 = 6$.
А пара $(1; 4)$ не подходит, потому что $1 + 4 = 5$.

Как находят точки для построения прямой

Алгоритм получения двух точек по уравнению



Что такое система линейных уравнений

01

Два уравнения вместе

Система линейных уравнений — это два уравнения с одними и теми же переменными, записанные рядом. Они рассматриваются как одна задача, в которой нужно выполнить оба условия сразу.

02

Общее решение

Решением системы является такая пара чисел, которая подходит каждому уравнению одновременно. Если пара верна только для одного равенства, она не решает систему.

03

Зачем это нужно

Системы помогают решать задачи, где известны сразу два условия, например количество предметов и общая стоимость. Тогда можно найти единственную подходящую пару значений.

Сколько решений может иметь система

Количество решений зависит от того, как расположены две прямые на плоскости. Один рисунок может привести к трём разным результатам.

Пересечение, параллельность и совпадение прямых полностью определяют число решений системы.

Графический способ решения системы

Построить обе прямые

Каждое уравнение системы сначала изображают как отдельную прямую на одной координатной плоскости. Для этого находят по две точки, подходящие каждому уравнению.

Найти общую точку

Если прямые пересекаются, их точка пересечения и есть решение системы. Её координаты должны одновременно удовлетворять обоим уравнениям, поэтому их обязательно проверяют.

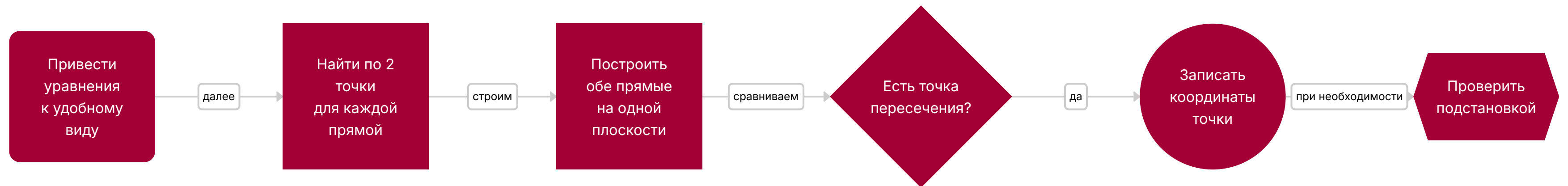
Оценить результат

Когда прямые не пересекаются, решений нет. Если же они совпадают, подходят все точки этой прямой, и система имеет бесконечно много решений.



Алгоритм решения системы графическим способом

Последовательность действий: от подготовки уравнений до проверки найденной точки пересечения



Способ подстановки



Выражаем переменную

В одном уравнении удобно выразить одну переменную через другую, чтобы получить более простую запись. После этого выражение подставляют во второе уравнение и сводят систему к одному неизвестному.



Находим вторую переменную

Когда одно значение найдено, его подставляют обратно в исходное уравнение и получают вторую переменную. Так находят общую пару чисел, которая подходит обоим равенствам системы.



Когда метод удобен

Подстановка особенно хороша, если переменная уже почти выражена или не возникает дробей. Тогда решение получается короче и аккуратнее, а вычисления занимают меньше времени.

Способ сложения

01

Сделать коэффициенты удобными

Сначала смотрят на коэффициенты при одной из переменных. Если они уже противоположны, можно сразу складывать уравнения; если нет, одно или оба уравнения умножают на нужное число.

02

Исключить одну переменную

После приведения коэффициентов уравнения складывают или вычитают так, чтобы одна переменная исчезла. Остаётся уравнение с одной неизвестной, которое легко решить.

03

Найти и проверить ответ

Получив значение одной переменной, подставляют его в любое исходное уравнение и находят вторую. Затем обязательно проверяют пару чисел в обоих уравнениях системы.

Сравнение способов решения систем

Способ	Плюс	Ограничение
Графический	Наглядный	Не всегда точен
Подстановка	Удобен при выражении	Может быть длинным
Сложение	Быстро убирает переменную	Нужны подходящие коэффициенты

Краткое сравнение помогает выбрать способ решения по виду системы и удобству вычислений.

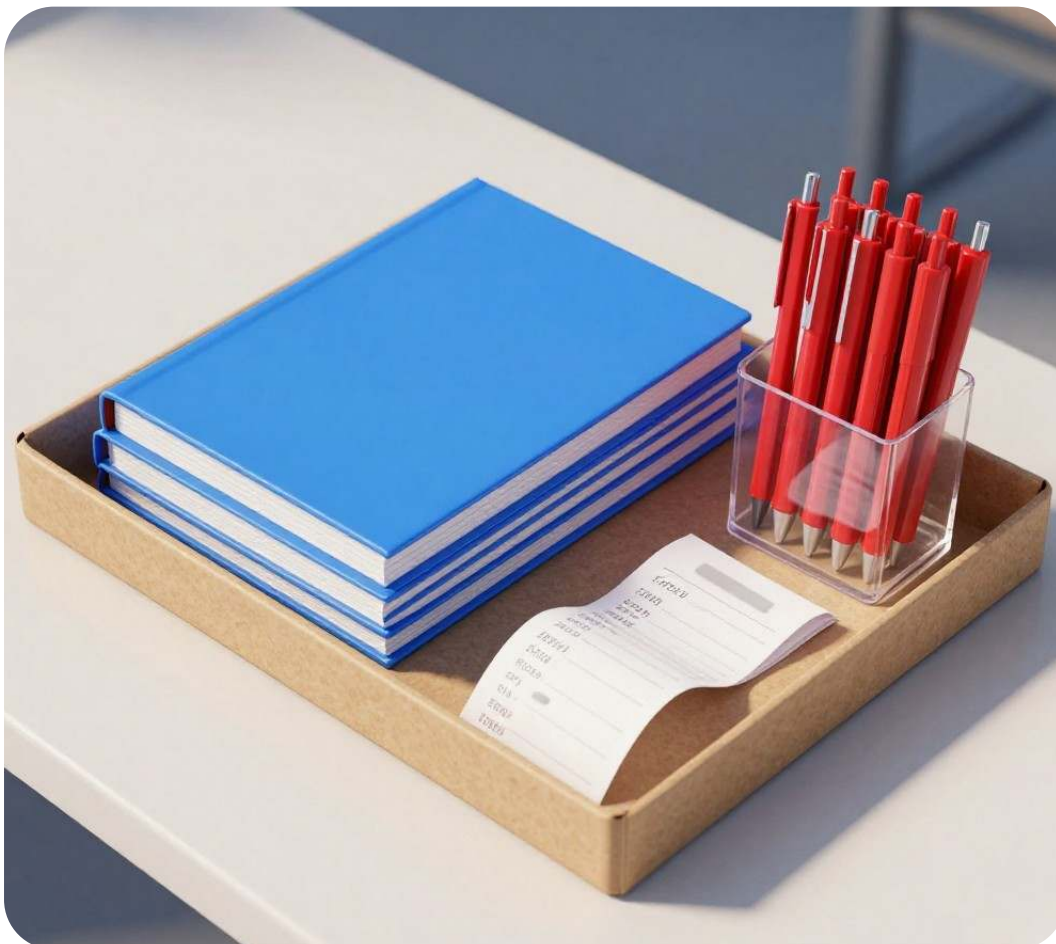
Выбор способа зависит от структуры системы: для наглядности подходит график, для простого выражения — подстановка, для близких коэффициентов — сложение.

Школьный курс алгебры 7 класса

Пример задачи из жизни

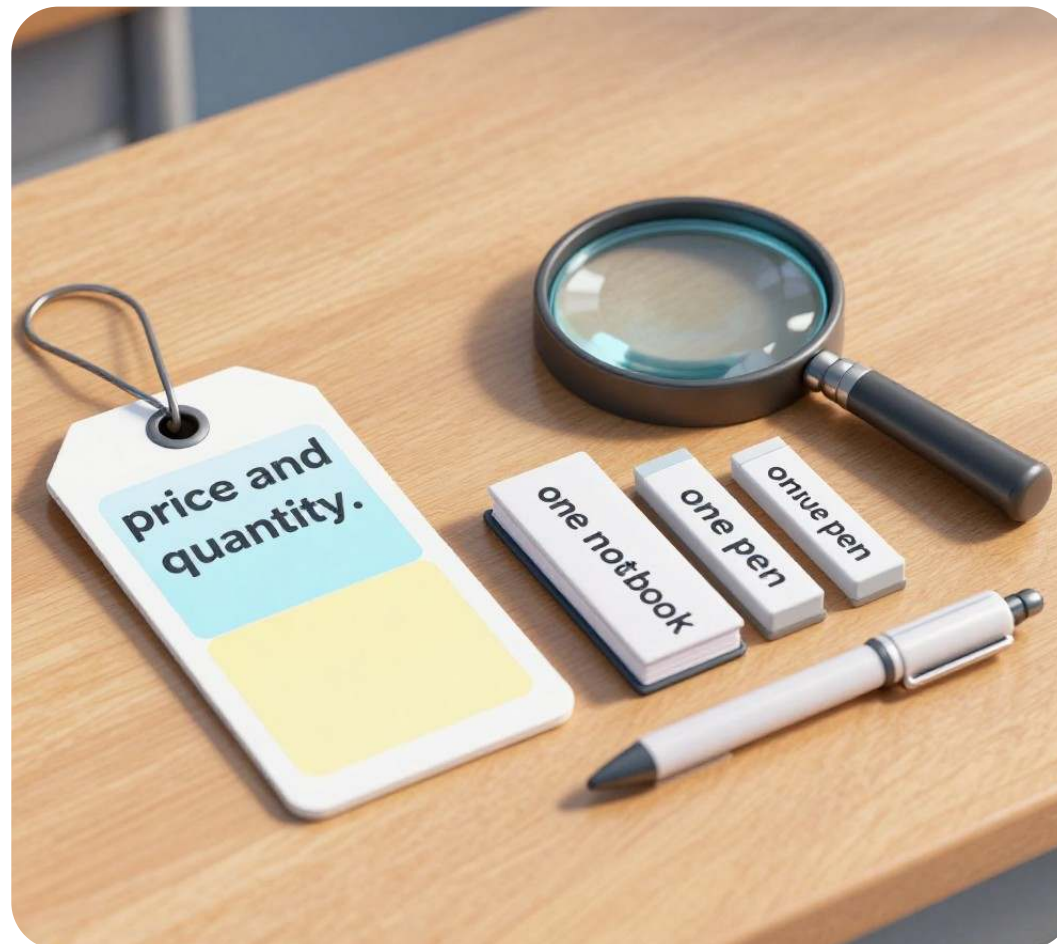
Покупка для класса

В магазине купили тетради и ручки, а в чеке указаны общее количество и общая стоимость. Обозначив количество тетрадей и ручек переменными, можно составить систему и узнать, сколько купили каждого товара.



Цена и количество

Если известны цена одной тетради, цена одной ручки и сумма покупки, задача сводится к двум уравнениям. Одно описывает количество предметов, другое — общую стоимость всей покупки.



Перевод текста в математику

Сначала выделяют, что неизвестно, затем записывают два условия отдельно. Так реальные данные превращаются в систему уравнений, которую уже можно решать знакомыми способами.



Типичные ошибки при решении

Чаще всего ошибки связаны не с идеей метода, а с вычислениями и знаками. Поэтому полезно писать каждый шаг отдельно и не торопиться.

Наибольший риск дают знаки и арифметика: именно они чаще всего меняют правильный ход решения на неверный ответ.

Обобщение типичных ошибок по теме «Линейные уравнения с двумя переменными и их системы», алгебра 7 класса

Проверка ответа системы

01

Подставить пару

Найденные значения x и y подставляют сразу в оба уравнения системы. Если в каждом случае получается верное равенство, ответ можно считать правильным и полным.

02

Сравнить результаты

Если хотя бы в одном уравнении равенство нарушено, пара чисел не подходит. Тогда нужно вернуться к решению и найти место, где допущена ошибка.

03

Зачем это делать

Проверка особенно полезна после подстановки и сложения, потому что одна неточность в вычислениях может быть незаметной. Она помогает избежать лишних ошибок в ответе.

Главные термины темы

Термин	Что означает
Переменные	x и y
Коэффициенты	a и b
Свободный член	c
Решение уравнения	Пара чисел
Решение системы	Общая пара
График	Прямая линия

Основные понятия удобно держать рядом: они помогают читать условие, записывать решения и объяснять ход рассуждений.

Эти термины связывают запись уравнения, его решение и график, поэтому их важно понимать без путаницы.

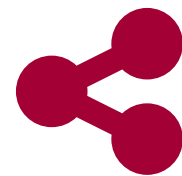
Курс алгебры 7 класса

Связь уравнений и графиков



Одно уравнение — одна прямая

График линейного уравнения на плоскости всегда является прямой линией. Каждая точка этой прямой задаёт пару чисел, которая делает равенство верным.



Система сравнивает две прямые

Когда записаны два уравнения, на плоскости строят две прямые. Их взаимное положение сразу показывает, сколько решений может иметь система.



Три возможных случая

Если прямые пересекаются, решение одно;
если параллельны, решений нет;
если совпадают, решений бесконечно много. По графику это можно увидеть очень быстро.

Что важно запомнить

Линейное уравнение с двумя переменными задаёт прямую, а система ищет общую пару чисел для двух прямых. График, подстановка и сложение помогают решать такие задачи уверенно.