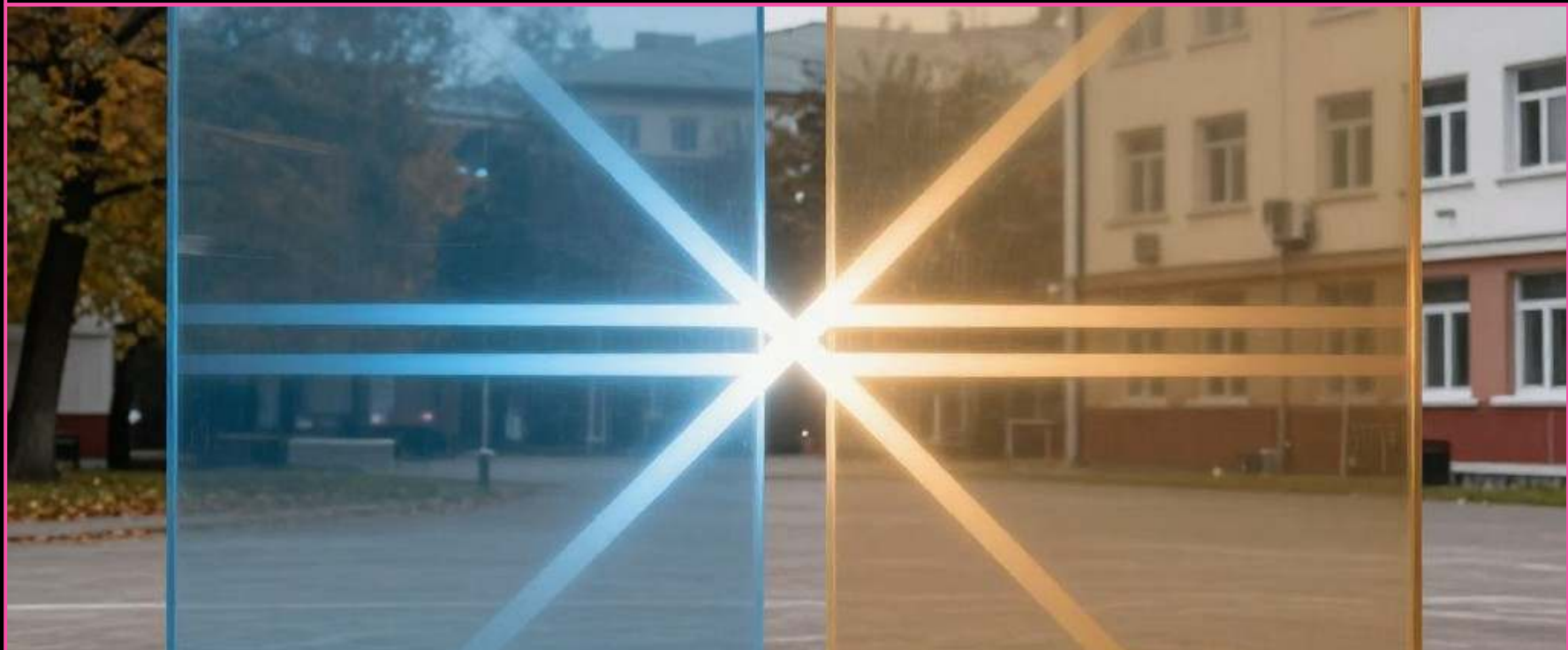


СИСТЕМЫ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И РЕАЛЬНЫЕ СИТУАЦИИ



Два условия — одна пара неизвестных.



ПОЧЕМУ АЛГЕБРЕ НУЖНЫ ТАКИЕ МОДЕЛИ

Когда неизвестных два, одно уравнение уже не помогает. Система объединяет два условия и позволяет найти точный ответ, который подходит сразу обеим связям задачи.



ЧТО НАЗЫВАЮТ СИСТЕМОЙ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Два уравнения

Система включает два линейных уравнения с двумя переменными, обычно x и y . Они записывают два разных условия одной задачи и рассматриваются одновременно.

Общий ответ

Решением называют пару чисел, которая делает верными оба уравнения сразу. Именно такая пара удовлетворяет всем условиям задачи без противоречий.

Возможные случаи

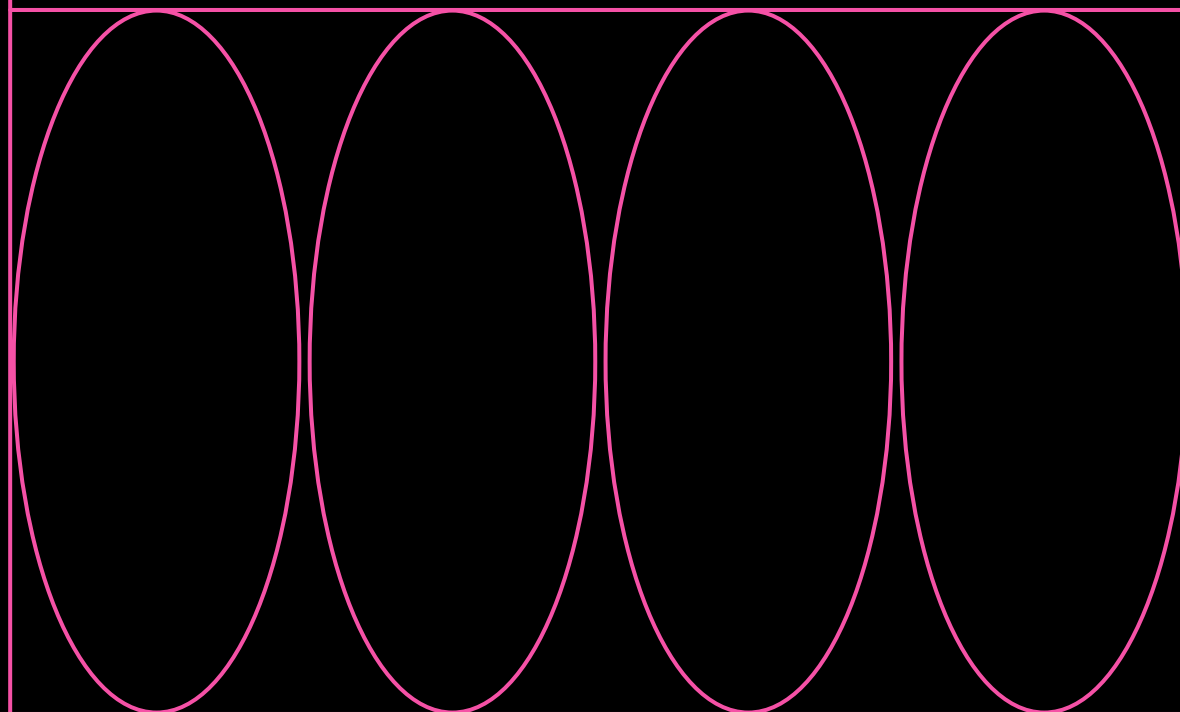
У системы может быть одно решение, ни одного решения или бесконечно много решений. Всё зависит от того, как связаны два уравнения между собой.

Вид уравнений

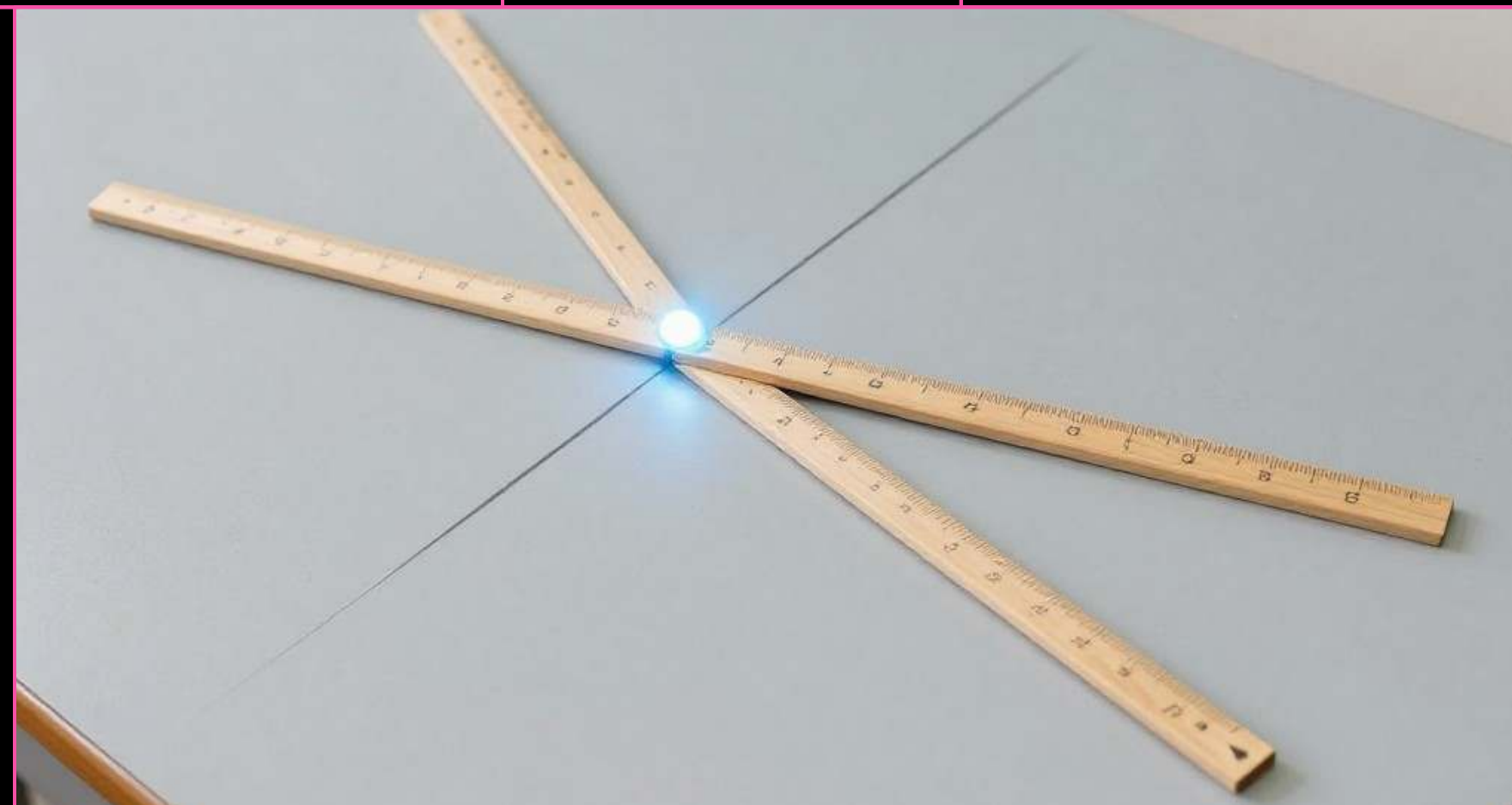
Линейные уравнения в этой теме обычно записывают в форме $ax + by = c$, где a , b и c – числа, а x и y – неизвестные.

Смысл модели

Система помогает перевести текст задачи на язык алгебры и получить конкретные значения величин, которые одновременно выполняют оба условия.



ГРАФИЧЕСКИЙ СМЫСЛ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ



КАЖДОЕ УРАВНЕНИЕ — ПРЯМАЯ

На координатной плоскости каждое линейное уравнение с двумя переменными изображается прямой. Поэтому вся система превращается в задачу о двух линиях.

ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

Если прямые пересекаются, их общая точка и есть решение системы. Её координаты подходят обоим уравнениям сразу.

ТРИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СЛУЧАЯ

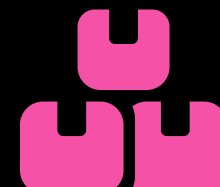
Пересечение даёт одно решение, параллельные прямые не имеют общих точек, а совпадающие прямые означают бесконечно много решений.

КАК ОБОЗНАЧАЮТ НЕИЗВЕСТНЫЕ В ЗАДАЧЕ



ЦЕНА ТОВАРА

Если речь идёт о покупке, буквами удобно обозначить цену каждого предмета. Тогда легко записать, сколько стоят несколько одинаковых товаров.



КОЛИЧЕСТВО ПРЕДМЕТОВ

Когда нужно узнать число тетрадей, книг или деталей, одна буква обозначает одно количество. Это делает уравнения короткими и понятными.



СКОРОСТЬ И ВРЕМЯ

В задачах на движение переменные часто отвечают за скорость и время. Важно заранее решить, какая буква что обозначает, чтобы не перепутать смысл.



ДРУГИЕ ВЕЛИЧИНЫ

В задачах на смеси, работу или проценты буквы обозначают массу, производительность, долю вещества или другие связанные величины. Обозначение должно точно соответствовать условию.



КАК ЧИТАТЬ УСЛОВИЕ ТЕКСТОВОЙ ЗАДАЧИ

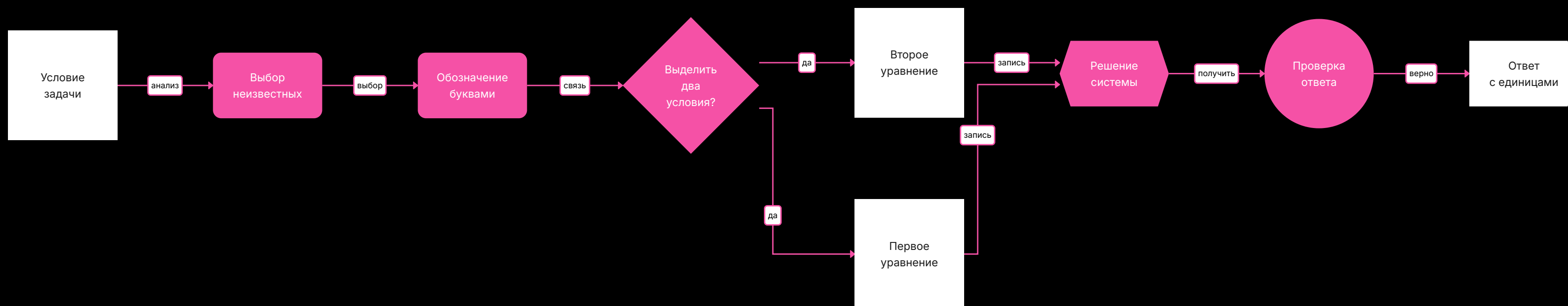
Шаг	Что делаем
Дано	Известные числа
Искомые	Что найти
Переменные	Выбор букв
Связи	Два уравнения
Проверка	Подстановка ответа

Условие удобно разбирать по шагам: что известно, что нужно найти, какие буквы выбрать и какие связи превратить в уравнения.

Точное чтение условия помогает сразу выделить два равенства, а значит – правильно составить систему и проверить ответ по смыслу задачи.

Путь от условия к системе уравнений

Последовательность действий при решении текстовой задачи на составление системы





ОСНОВНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ

ПОДСТАНОВКА

Этот способ удобен, когда одну переменную легко выразить через другую. Тогда в системе остаётся одно уравнение, которое решается привычным способом.

01

СЛОЖЕНИЕ

Если коэффициенты при одной переменной уже равны или их можно быстро сделать равными, уравнения складывают. Так одну переменную удаётся убрать из записи.

02

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД

Здесь каждое уравнение изображают прямой на координатной плоскости. По взаимному положению линий видно, сколько решений имеет система.

03

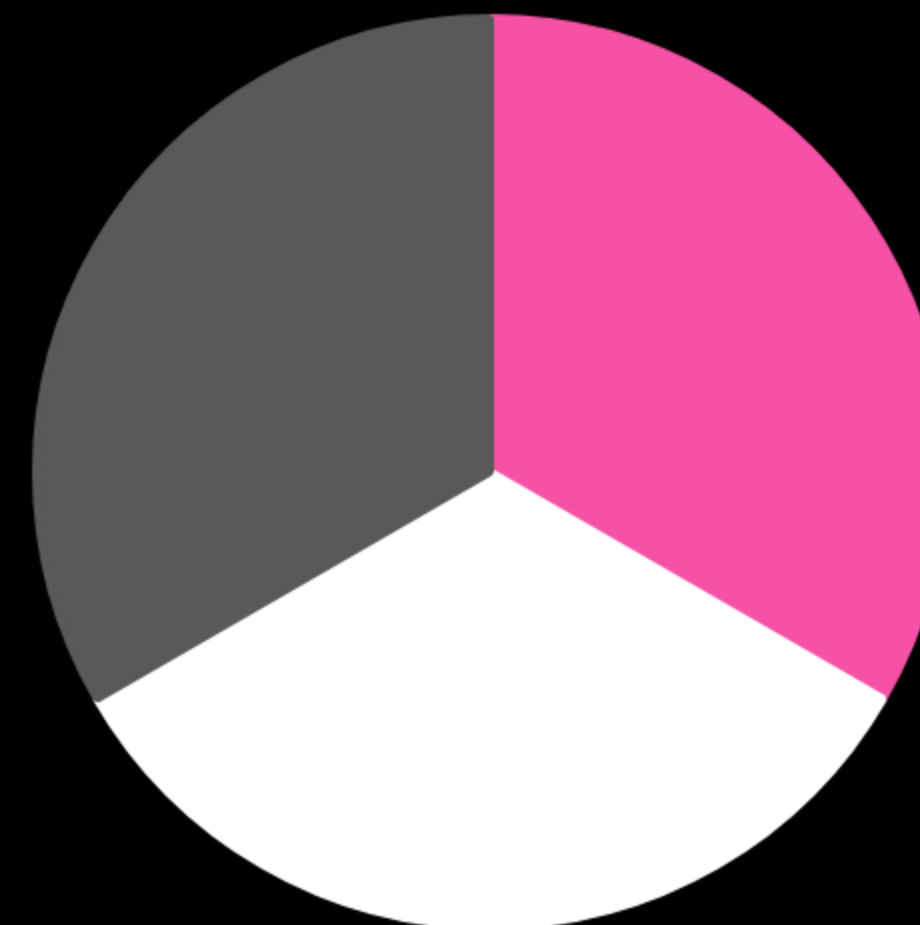
СКОЛЬКО РЕШЕНИЙ МОЖЕТ БЫТЬ У СИСТЕМЫ

Разные ответы системы связаны не с вычислениями, а с положением двух прямых на плоскости.

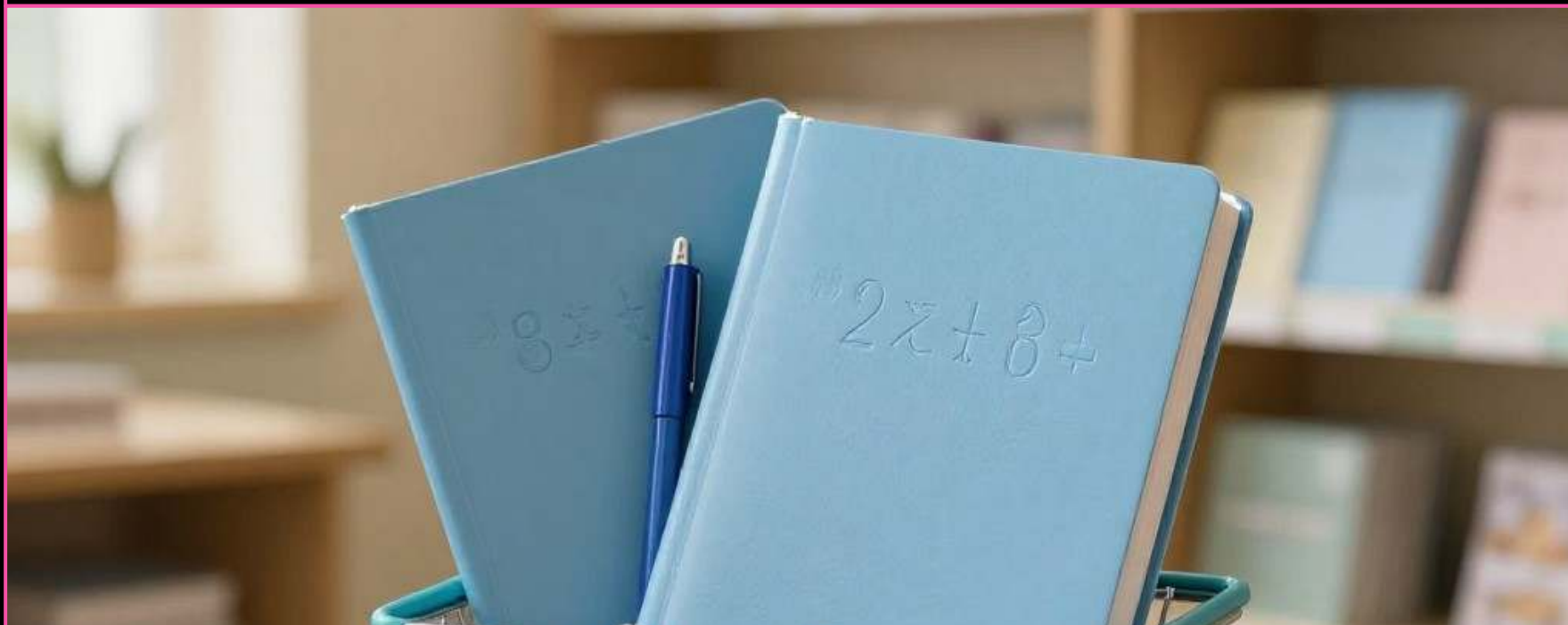
Если прямые пересекаются – решение одно, если параллельны – решений нет, если совпадают – решений бесконечно много.

Одно решение
 Нет решений

 Бесконечно много решений



ПРИМЕР ИЗ ПОКУПКИ В МАГАЗИНЕ



Две тетради и одна ручка

В магазине два одинаковых набора дают одну и ту же сумму, но состав покупок разный. Если цена тетради равна x , а цена ручки – y , то первое условие записывается как $2x + y = 70$. По нему видно, как стоимость складывается из нескольких предметов.



Одна тетрадь и две ручки

Второе условие превращается в уравнение $x + 2y = 80$. Теперь система описывает обе покупки сразу и позволяет найти цену каждого товара отдельно. После решения можно проверить, подходят ли найденные числа к обеим суммам и не противоречат ли смыслу задачи.



ПРОВЕРКА НАЙДЕННОГО ОТВЕТА

ПОДСТАВЬТЕ В ОБА УРАВНЕНИЯ

Найдённую пару чисел сначала подставляют в первое уравнение, затем во второе. Если оба равенства становятся верными, значит, решение системы найдено правильно.

01

СВЕРЬТЕ ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

В текстовой задаче важно проверить не только числа, но и единицы: рубли, штуки, километры, минуты или литры. Ответ должен быть записан в тех же величинах, что и условие.

02

ОЦЕНИТЕ СМЫСЛ РЕЗУЛЬТАТА

Иногда вычисления выполнены верно, но ответ не подходит по смыслу задачи. Проверка помогает заметить такие случаи и исправить ошибку в составлении уравнений или в решении.

03

КАКИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ ВСТРЕЧАЮТСЯ В РАЗНЫХ ЗАДАЧАХ

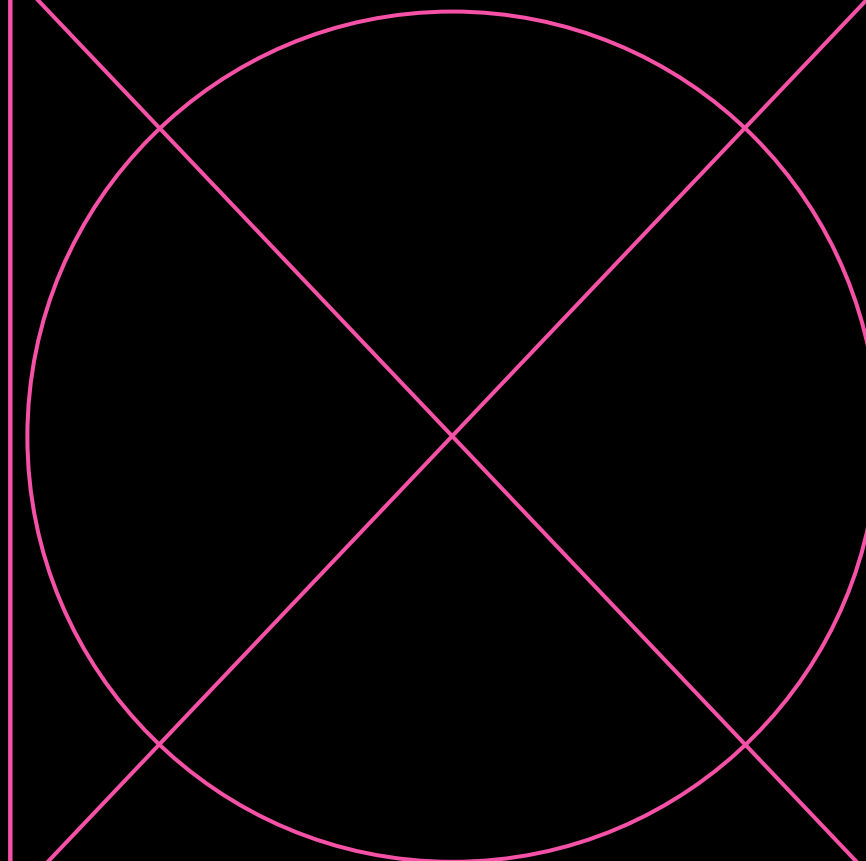
В разных типах задач одни и те же системы описывают разные реальные величины. Выбор переменных зависит от того, что известно и что требуется найти.

Во всех случаях система связывает две величины, которые нужно найти одновременно. Главный шаг – выбрать переменные так, чтобы они точно соответствовали условию.

Тип задачи	Что ищем	Пример переменных
Покупки	цена и количество	x, y
Движение	скорость и время	v, t
Работа	производительность и время	p, t
Смеси	масса и доля	m, d



ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ



1. Выбираем величины

Сначала определяют, какие данные известны: путь, время встречи, разность скоростей или направление движения. Затем выбирают переменные для скорости, времени или расстояния.

01

2. Записываем формулы

Для каждого участника движения используют связь $\text{путь} = \text{скорость} \times \text{время}$. Из условия получают два равенства, которые вместе образуют систему уравнений.

02

3. Находим и проверяем

Решение системы показывает скорость или время каждого участника. Затем ответ обязательно сверяют с условием: он должен быть не только верным, но и правдоподобным.

03

ЗАДАЧИ НА СМЕСИ И РАСТВОРЫ



ЧТО ВАЖНО УЧИТЫВАТЬ

В таких задачах сначала определяют массу смеси и количество чистого вещества. Эти величины связаны с концентрацией, поэтому без них нельзя составить правильную систему уравнений.

01

КАК СКЛАДЫВАЮТСЯ ЧАСТИ

Если смешивают два раствора, количество вещества в итоговой смеси равно сумме его частей из каждого раствора. Именно это правило позволяет записать первое уравнение.

02

ЧТО ОПИСЫВАЕТ ВТОРОЕ УСЛОВИЕ

Второе уравнение обычно связывает общую массу смеси с массами исходных растворов. Оно помогает найти обе неизвестные величины и проверить, соответствует ли состав условию.

03

ПОЧЕМУ НУЖЕН СМЫСЛОВОЙ КОНТРОЛЬ

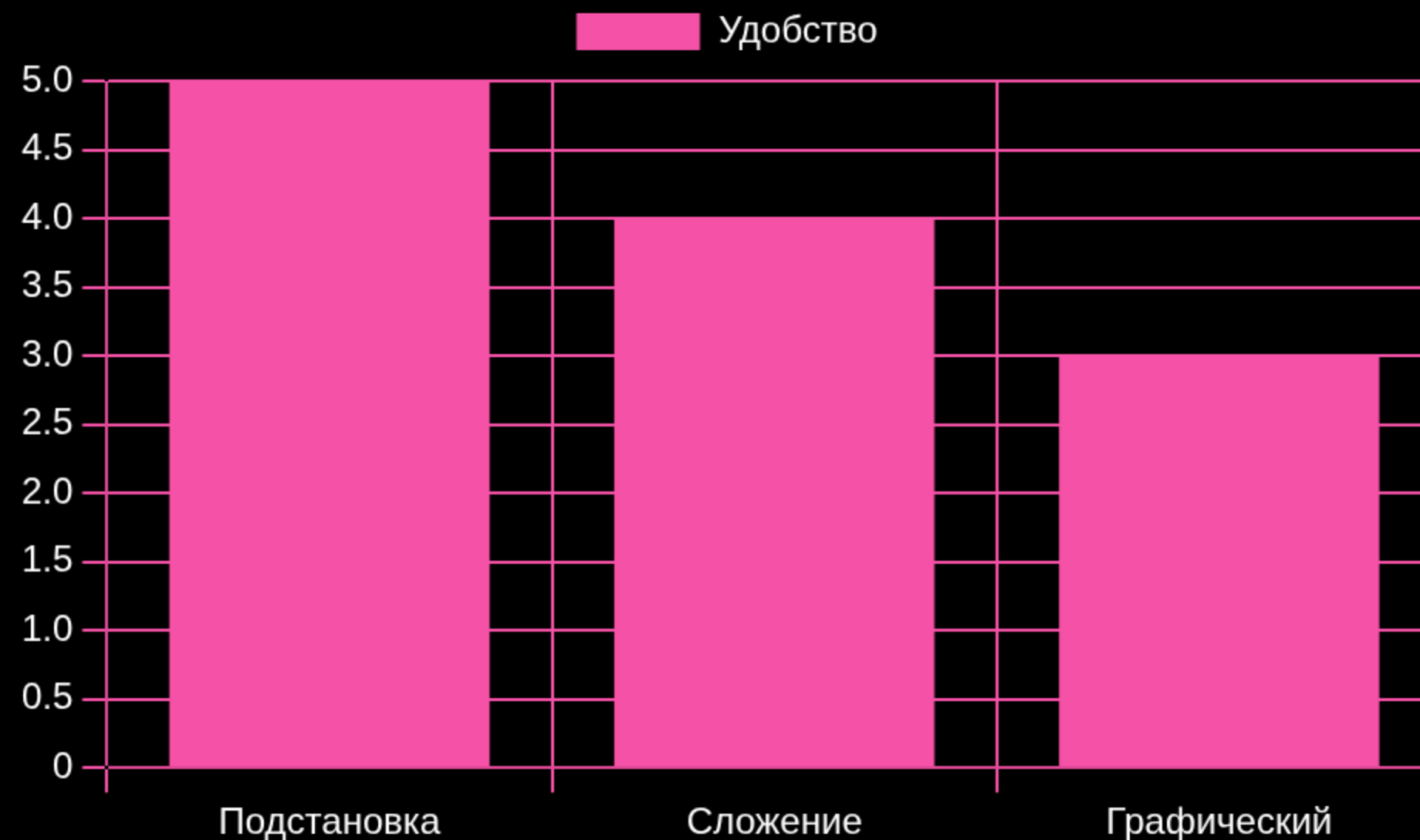
После вычислений важно убедиться, что концентрация и масса получились реалистичными. Если результат невозможен, значит, при составлении уравнений была допущена ошибка.

04

КАКОЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ УДОБНЕЕ

Оценка условная: подстановка и сложение чаще дают точный ответ, а графический способ особенно полезен для наглядного понимания, но требует аккуратного построения.

Выбор метода зависит от вида уравнений. Если нужна точность и удобные вычисления, чаще выбирают подстановку или сложение; для объяснения связи между уравнениями полезен график.





ЧАСТЫЕ ОШИБКИ ПРИ РЕШЕНИИ СИСТЕМ

Неверные переменные

Если буквы обозначают не те величины, вся модель становится неудобной или даже неверной. Сначала нужно точно понять, что требуется найти по условию.

Уравнение не по тексту

Иногда одно из равенств записывают неточно: пропускают часть условия или неправильно связывают величины. Тогда система уже не соответствует задаче.

Ошибки со знаками

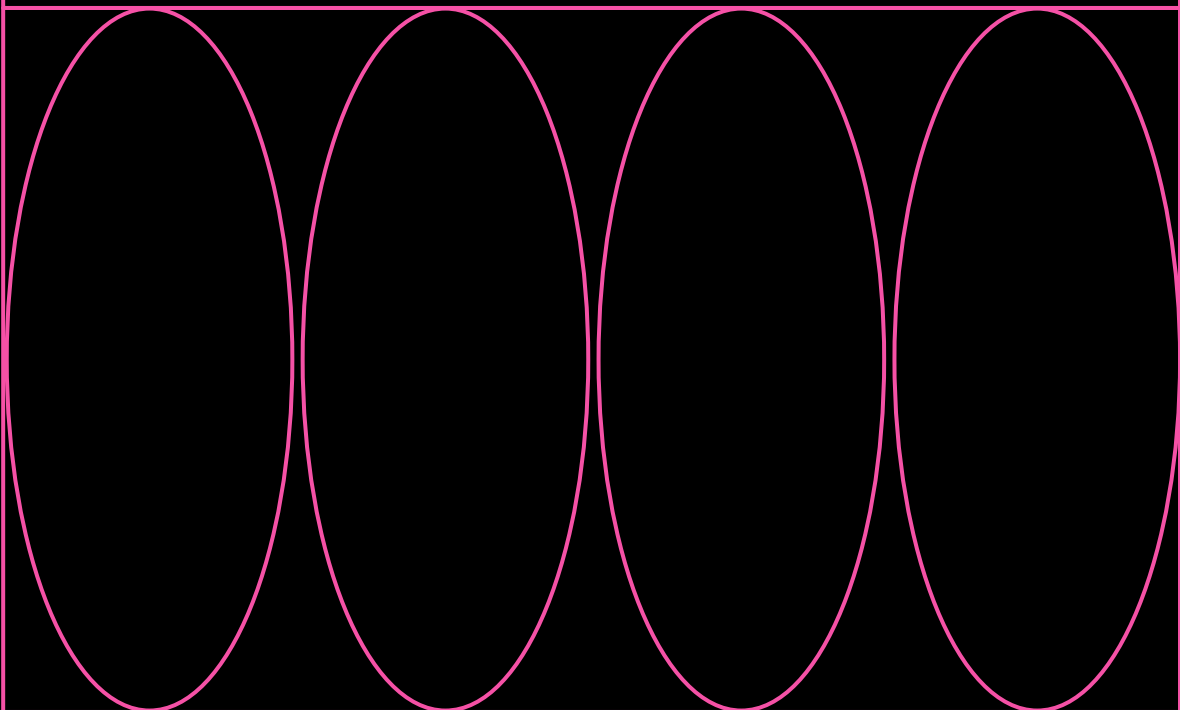
При переносе слагаемых и раскрытии скобок легко перепутать плюс и минус. Одна такая неточность меняет ответ и делает решение неверным.

Потеря единиц

Число может быть правильным, но без единиц измерения ответ неполный. В задачах важно указывать рубли, километры, минуты, штуки или литры.

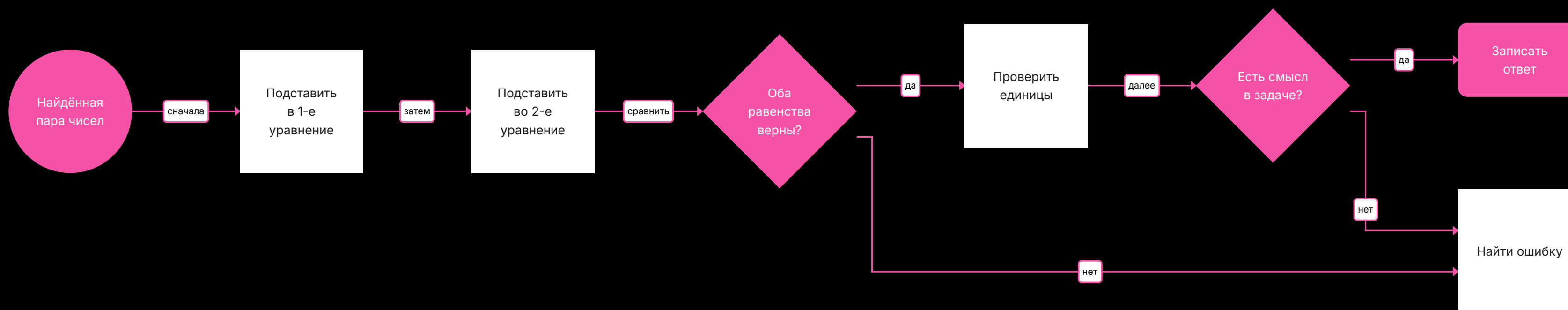
Нет проверки

Если не подставить найденную пару чисел обратно в оба уравнения, можно не заметить ошибку. Проверка часто сразу показывает, где допущена неточность.



ПРОВЕРКА ОТВЕТА В ЗАДАЧЕ

Последовательность действий при проверке решения системы двух линейных уравнений

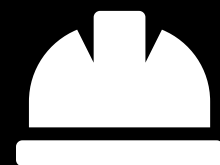


ГДЕ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ



ЭКОНОМИКА

Системы помогают находить цены, выручку, количество товаров и другие величины, которые связаны сразу двумя условиями. Это удобно при решении задач о покупках и расходах.



СТРОИТЕЛЬСТВО

При расчётах важно определить количество материалов, их массу или объём. Система уравнений помогает связать план работ с реальными числами и не ошибиться в подсчётах.



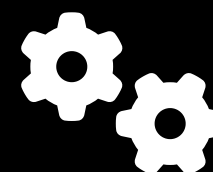
НАУКА И ШКОЛА

В учебных и научных задачах системы развивают умение переводить текст в формулы. Это полезный навык для работы с моделями, таблицами и графиками.



ТРАНСПОРТ

В задачах о движении системы используют для поиска скорости, времени и расстояния. Они показывают, как связаны встречное движение, совместное движение и время встречи.



ТЕХНИКА

В технике системы применяют для анализа работы механизмов, расхода материалов и времени выполнения операций. Они позволяют точно описать две связанные характеристики процесса.

ОТ ТЕКСТА ЗАДАЧИ К МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

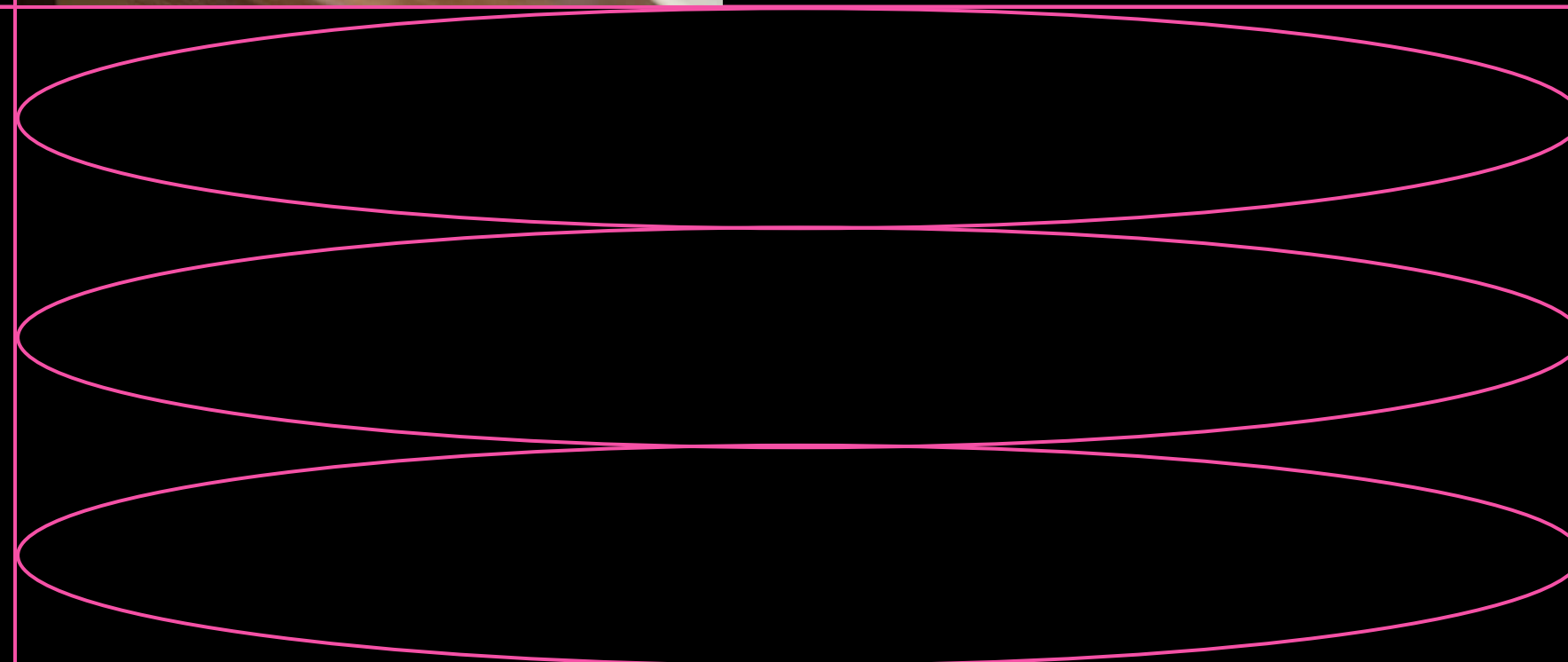
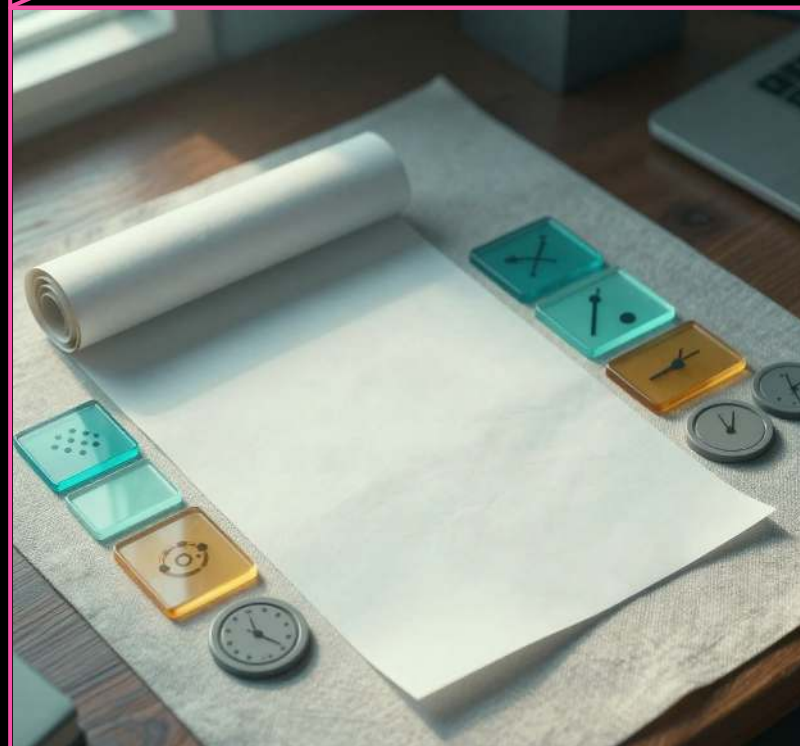
ПОТОМ — ЗАПИСАТЬ И РЕШИТЬ

После выбора букв составляют два уравнения, которые отражают одно и то же событие с разных сторон. Решение системы даёт конкретную пару чисел, а проверка показывает, подходит ли она к реальной ситуации и к смыслу задачи.



СНАЧАЛА — ПОНЯТЬ УСЛОВИЕ

В текстовой задаче важно выделить данные, связь между величинами и вопрос. Когда эти части становятся ясными, легче выбрать переменные и увидеть, какие два равенства нужны для модели. Такой разбор превращает длинный текст в понятную математическую схему.



***СИСТЕМА
УРАВНЕНИЙ
ПОМОГАЕТ
УВИДЕТЬ ОТВЕТ
ЗА ЧИСЛАМИ***



Система двух линейных уравнений связывает математическую запись с реальной ситуацией. Она учит выбирать переменные, строить модель, решать её и проверять ответ по смыслу, а не только по вычислениям.