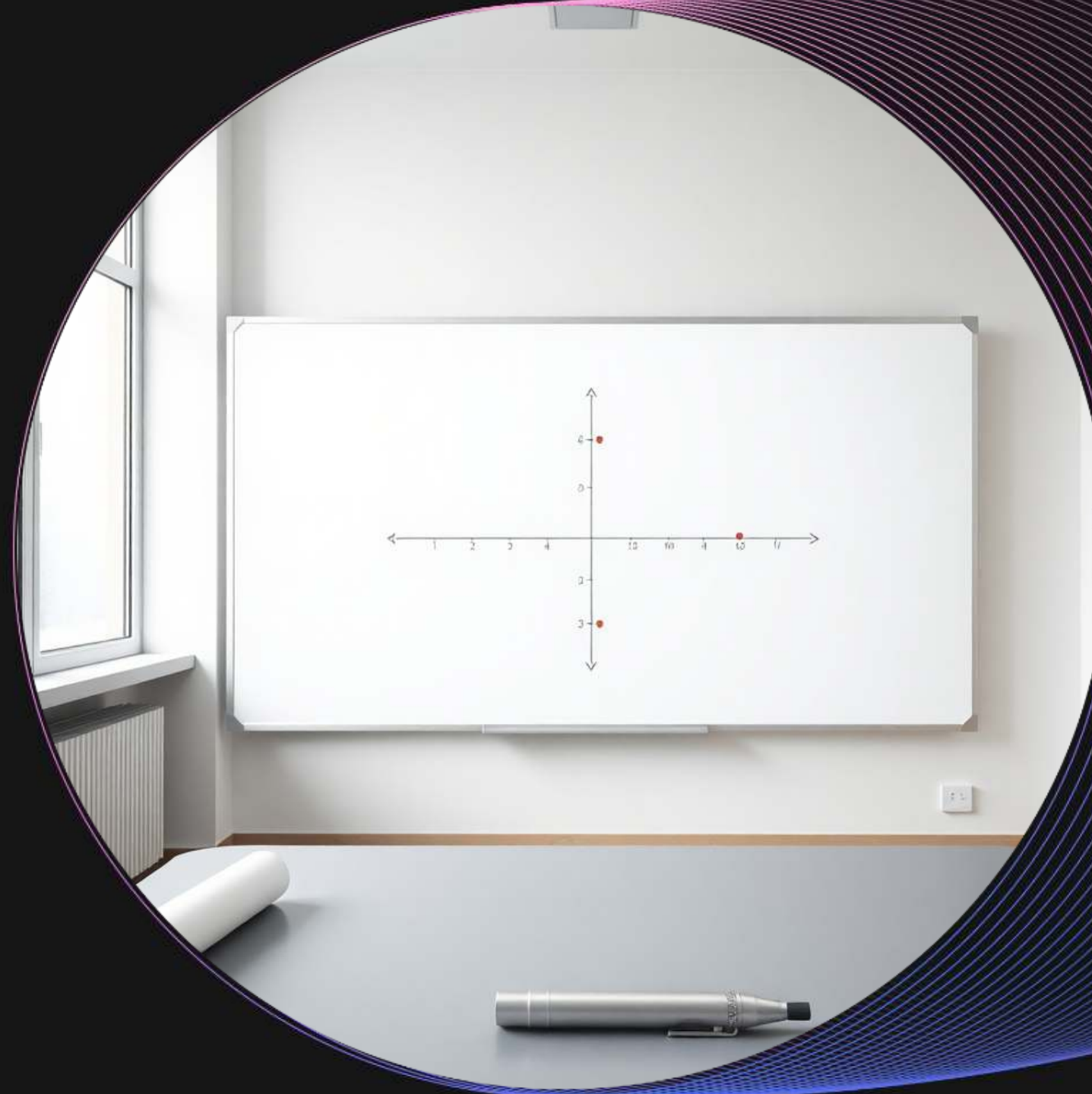


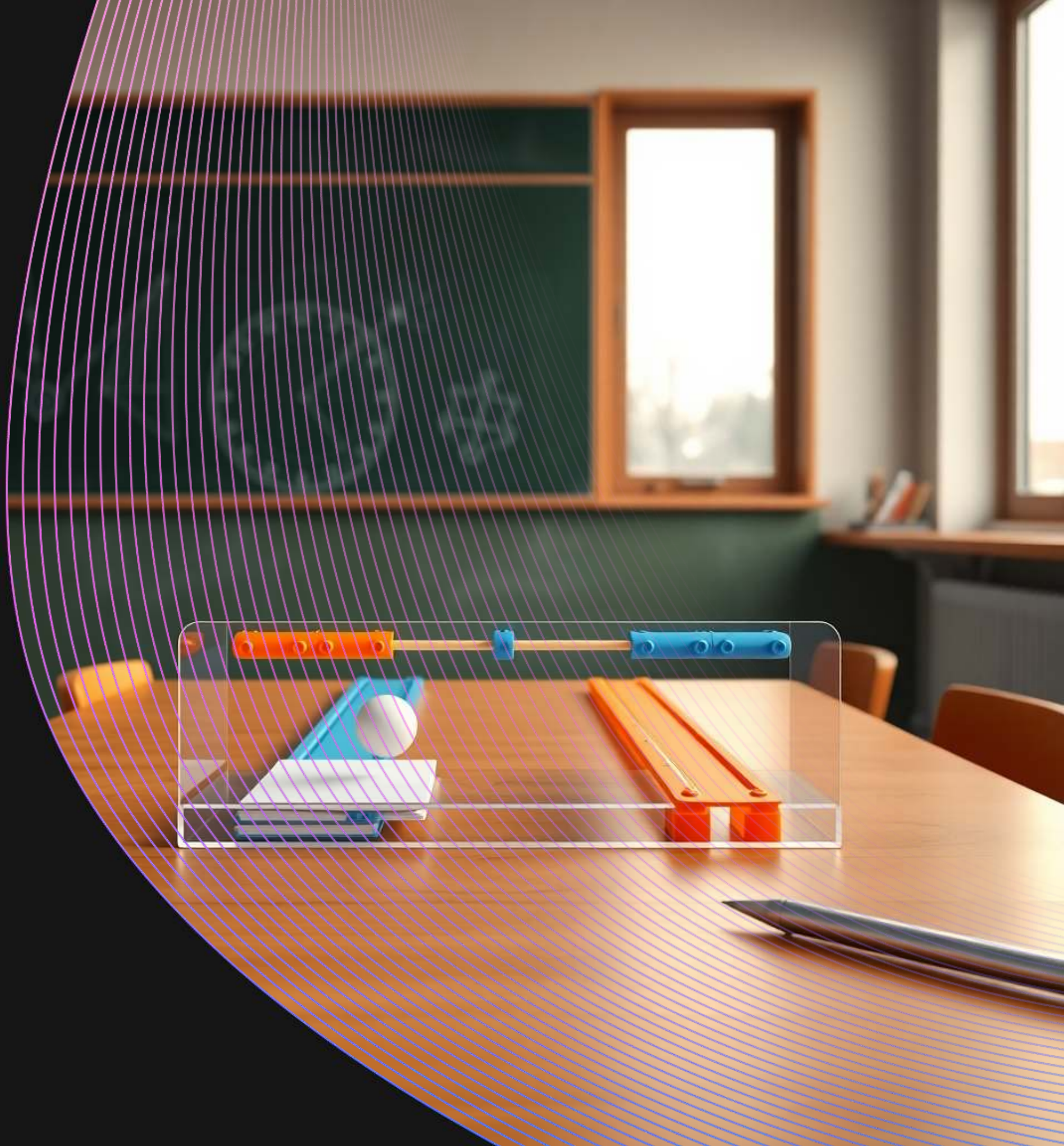
Линейное уравнение с двумя переменными и его график

Уравнение и его график связывают числа
и точки на плоскости.



Зачем изучать такие уравнения

Линейные уравнения с двумя переменными встречаются в задачах про покупки, движение и зависимости между величинами. Они помогают переходить от чисел к графикам и готовят к изучению функций в 7 классе и дальше.



Две переменные и пара чисел как решение

1 Что обозначают x и y

Переменные x и y могут принимать разные значения, поэтому одно уравнение описывает не один ответ, а целый набор возможных пар чисел.

2 Когда пара подходит

Пара чисел становится решением, если после подстановки вместо x и y получается верное равенство. Тогда уравнение выполнено точно.

3 Проверка на примере

Для уравнения $x + y = 5$ пара $(2; 3)$ подходит, потому что $2 + 3 = 5$. Пара $(2; 2)$ не подходит, так как $2 + 2 = 4$.

4 Решений может быть много

Одно линейное уравнение обычно имеет много решений, потому что разным значениям x соответствуют разные подходящие значения y .

5 Главная идея темы

Важно искать не отдельное число, а пару чисел, которая одновременно удовлетворяет уравнению и может быть изображена точкой на плоскости.

Общий вид линейного уравнения

Запись уравнения

Линейное уравнение с двумя переменными записывают в виде $ax + by = c$. Здесь x и y — переменные, а a , b , c — числа.

Коэффициенты

Числа a и b показывают, как именно связаны переменные в одном равенстве. Они не могут оба быть нулём, иначе переменные исчезнут.

Примеры

К линейным уравнениям относятся $x + y = 7$, $2x - y = 4$ и $3x + 2y = 12$. Во всех них есть две переменные и связь между ними.

Почему это важно

По общей записи легче узнавать такие уравнения, сравнивать их и переходить к построению графика на координатной плоскости.

Связь с графиком

Каждое уравнение такого вида задаёт множество точек-решений, а вместе эти точки образуют одну прямую линию.

График уравнения на координатной плоскости

— Каждое решение — точка

Если пара чисел является решением, ей соответствует точка с координатами $(x; y)$ на координатной плоскости.

— Несколько точек на одной линии

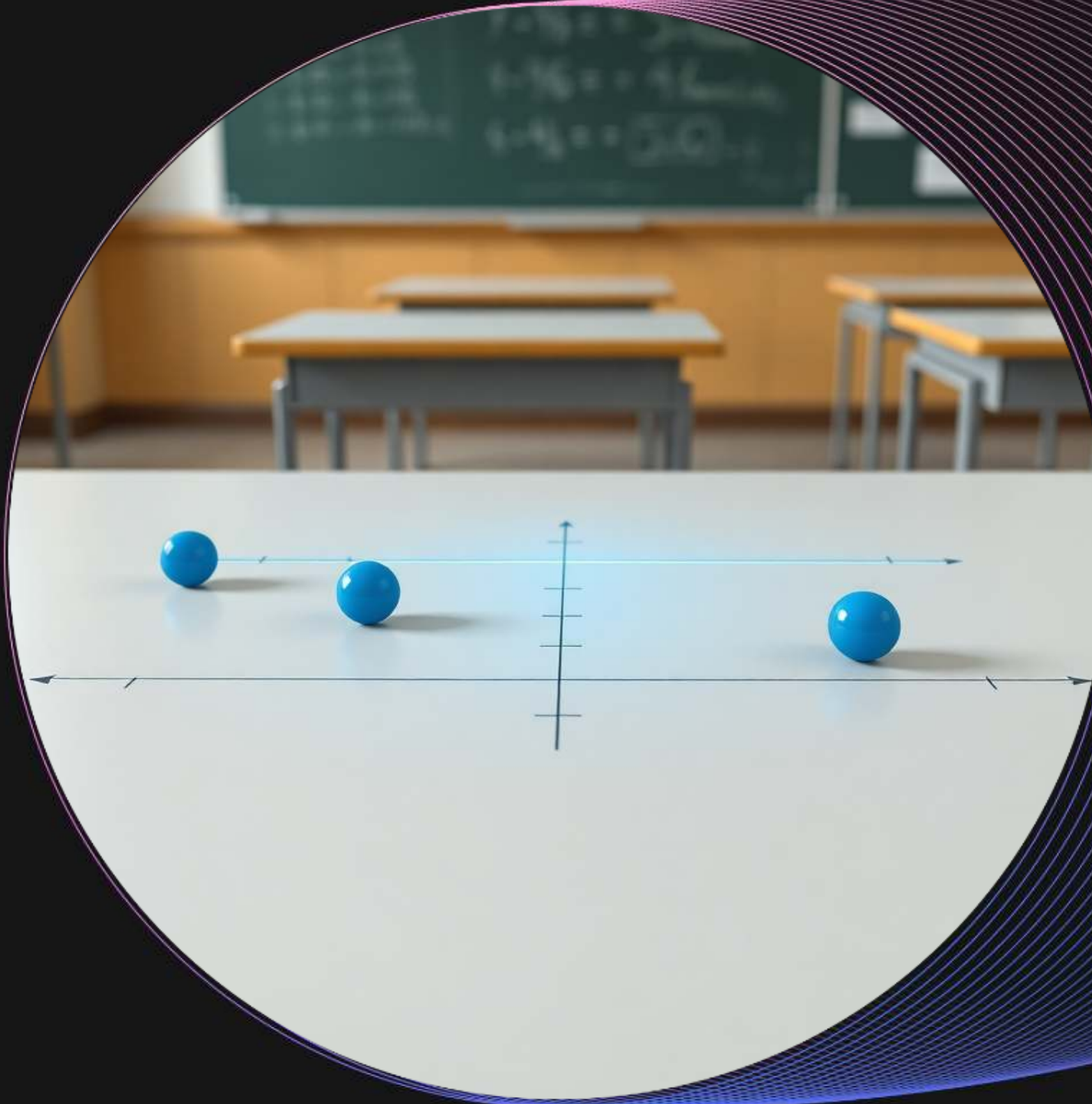
Когда отмечают несколько точек-решений, они оказываются на одной прямой. Это показывает, что уравнение описывает целую линию, а не одну точку.

— Пример для $x + y = 5$

Подходят точки $(0; 5)$, $(1; 4)$, $(2; 3)$ и $(3; 2)$. Все они лежат на одной прямой.

— Что показывает рисунок

На графике удобно видеть, какие точки удовлетворяют уравнению, и сразу понимать, как выглядит множество всех решений.



Примеры уравнений и их решений

Уравнение	Две пары	График
$x+y=5$	(0; 5), (2; 3)	прямая
$2x+y=6$	(0; 6), (3; 0)	прямая
$y=4$	(1; 4), (3; 4)	горизонтальная
$x=2$	(2; 1), (2; 5)	вертикальная

— Сравнение показывает, что разные линейные уравнения могут задавать разные прямые, но принцип остаётся одним: множество решений изображается линией.

Любое такое уравнение задаёт прямую, но её положение и направление зависят от коэффициентов.

Примеры составлены по правилам линейных уравнений с двумя переменными.

Как проверить пару чисел

1 Подставить значения

Сначала вместо x и y подставляют предложенные числа в уравнение. Так проверяют, действительно ли пара может быть решением.

2 Вычислить левую часть

После подстановки находят значение левой части уравнения. Все действия нужно выполнять аккуратно, особенно со знаками.

3 Сравнить с правой частью

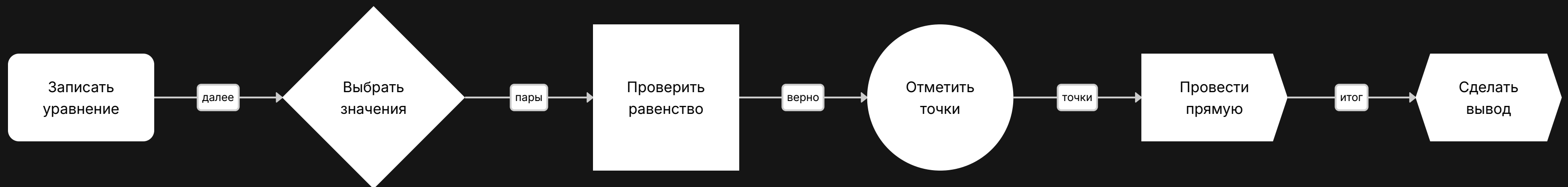
Если левая часть совпала с правой, равенство верно, а пара чисел подходит. Если нет — это не решение.

4 Пример проверки

Для уравнения $2x + y = 6$ пара $(1; 4)$ подходит, потому что $2 \cdot 1 + 4 = 6$. Пара $(2; 2)$ не подходит, так как получается 6 только случайно неверным способом записи.

Как построить график линейного уравнения

Последовательность шагов при работе с уравнением и точками-решениями

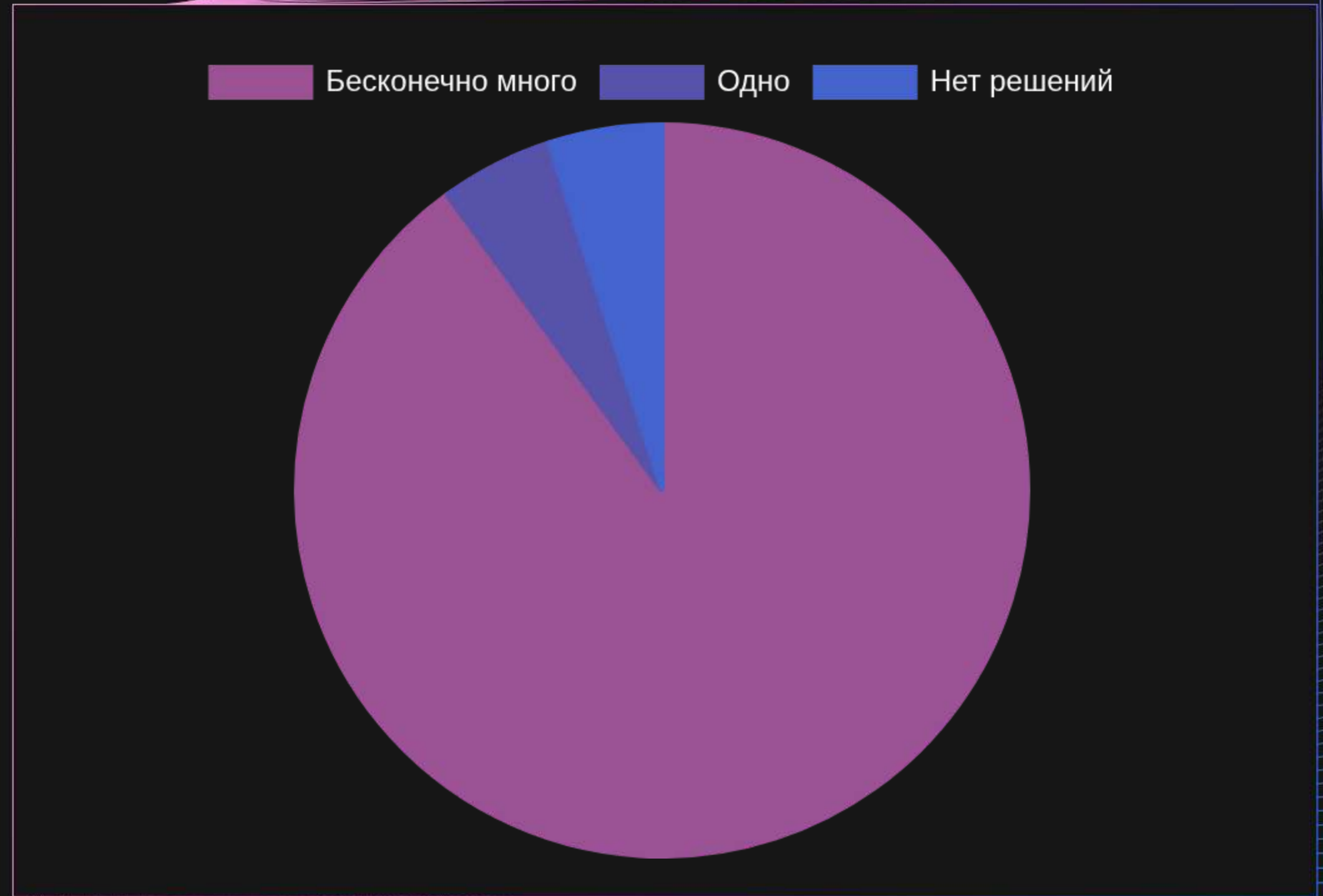


Сколько решений имеет линейное уравнение

— Диаграмма показывает не статистику, а свойства уравнений: для одного линейного уравнения с двумя переменными обычно подходят многие пары чисел.

Главная идея: график такого уравнения — прямая, поэтому решений не одно, а бесконечно много.

Схема составлена по свойствам линейного уравнения с двумя переменными; не статистические данные.



Пересечения с осями координат

✕ Точка на оси x

Если в уравнении положить $y = 0$, можно найти точку, где прямая пересекает ось x . Такая точка особенно удобна для быстрого построения графика.

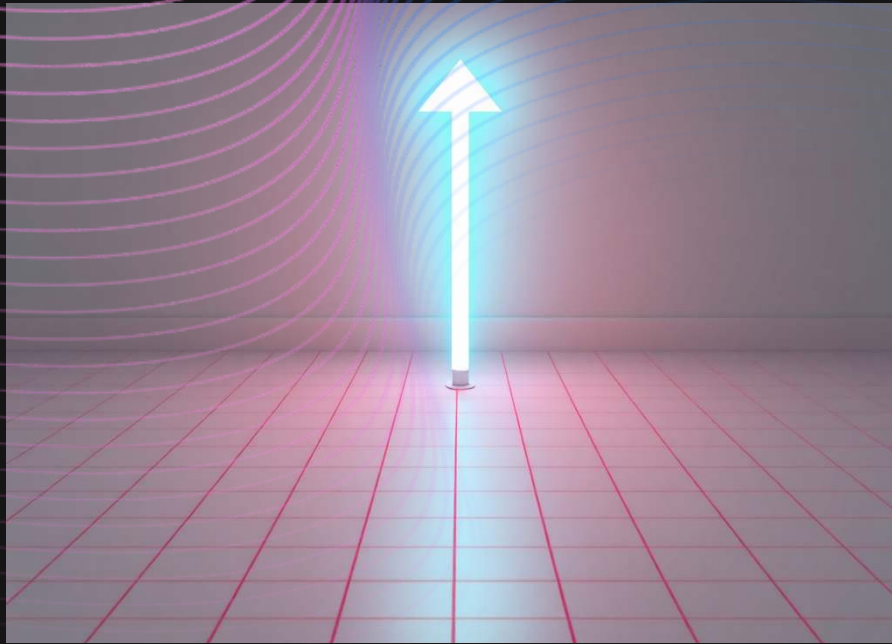
✚ Достаточно двух точек

Для уравнения $2x + y = 6$ пересечения с осями — это $(3; 0)$ и $(0; 6)$. По ним легко провести всю прямую без дополнительных вычислений.

У Точка на оси y

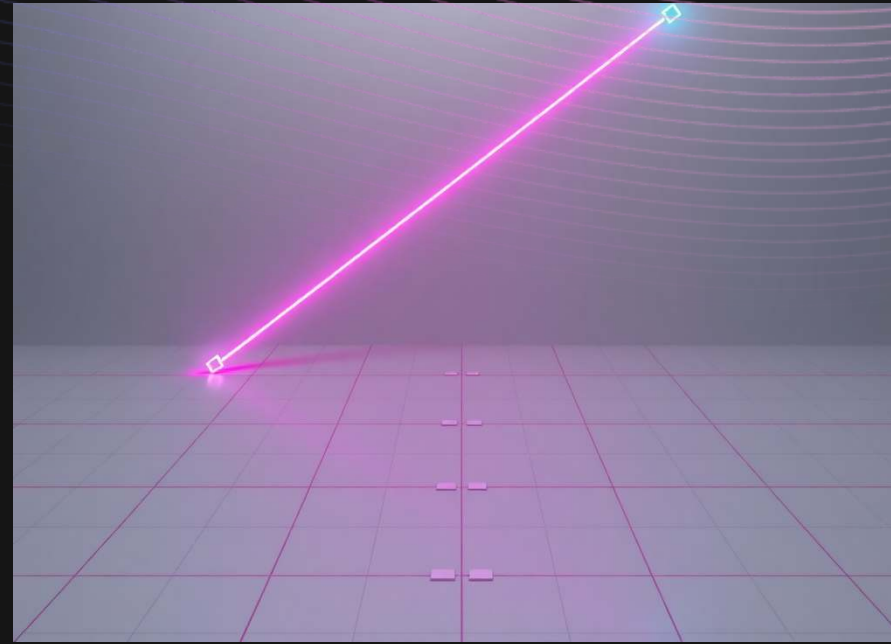
Если положить $x = 0$, получаем точку пересечения с осью y . Она показывает, где прямая проходит через вертикальную ось на плоскости.

Как коэффициенты влияют на направление прямой



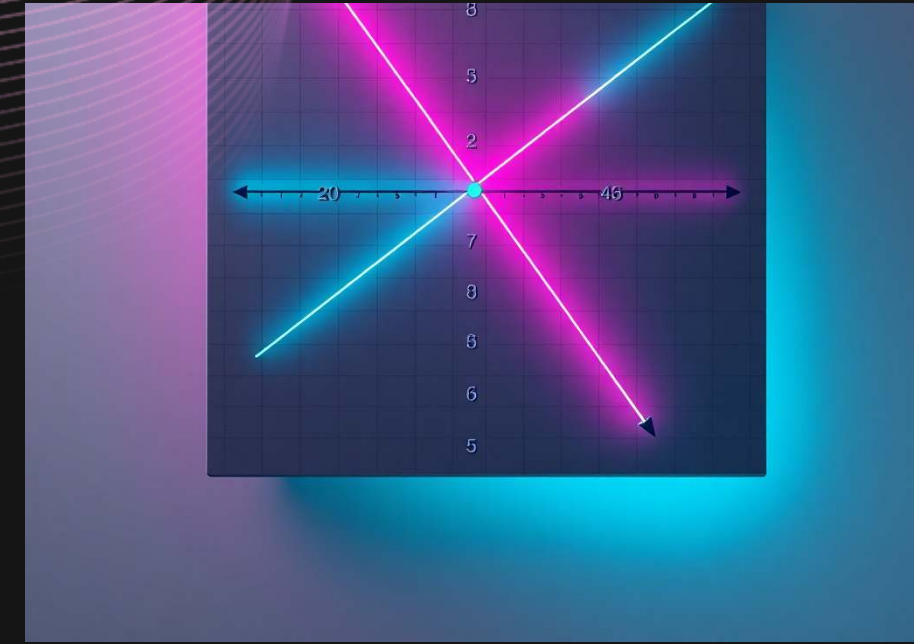
Знак задаёт направление

Если уравнение можно записать как $y = kx + b$, знак коэффициента k сразу показывает, куда «смотрит» прямая. При $k > 0$ она поднимается вправо вверх, а при $k < 0$ — опускается вправо вниз.



Чем больше наклон, тем круче линия

Коэффициент k влияет не только на направление, но и на крутизну. Чем больше его модуль, тем сильнее меняется y при каждом шаге по x . На рисунке это видно по более «крутой» прямой.



Одна плоскость — несколько прямых

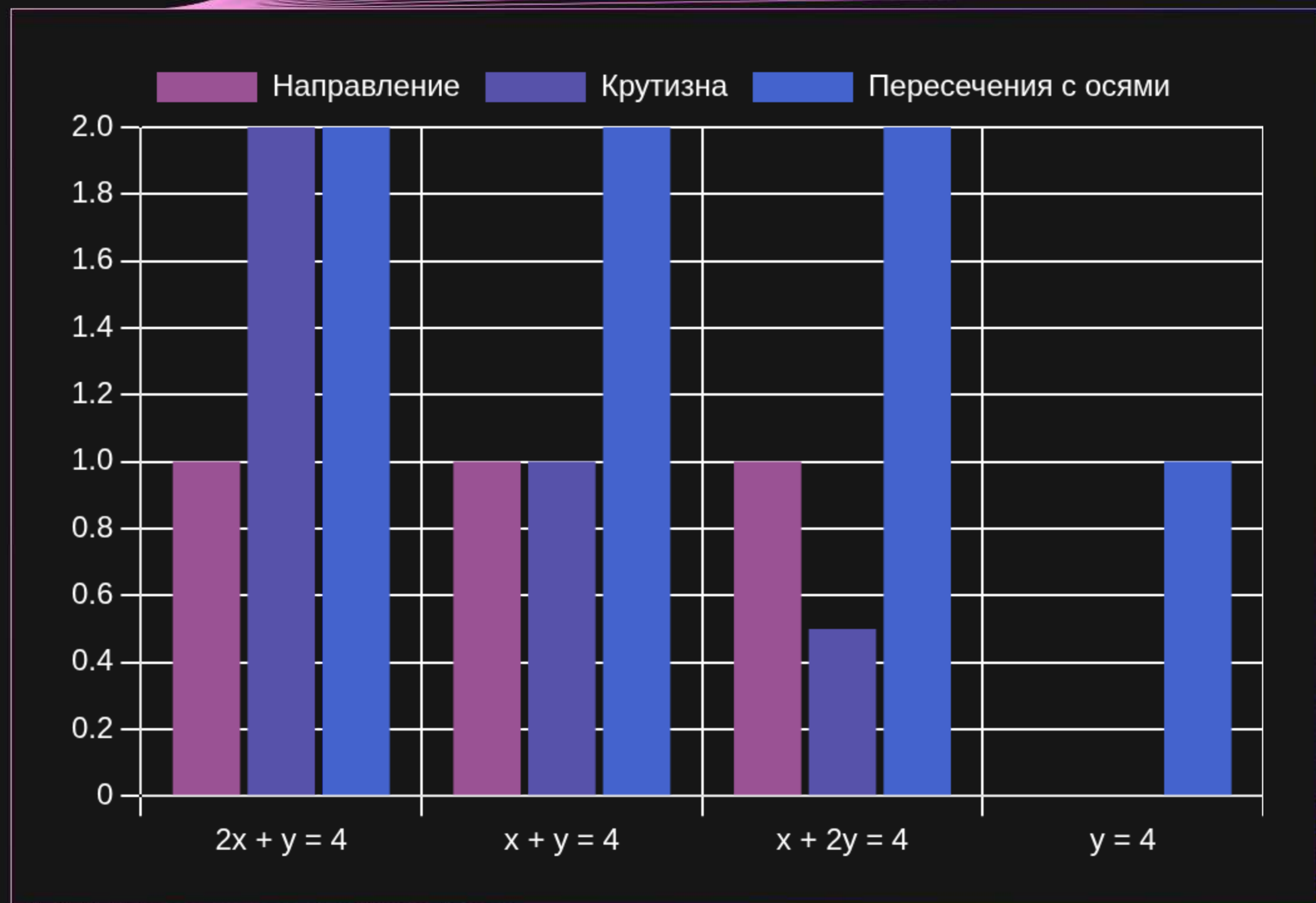
Если построить несколько уравнений на одной координатной плоскости, сразу заметно, что линии могут быть похожими или резко отличаться. Это удобно для сравнения: по виду графика легко понять, как изменились коэффициенты.

Сравнение графиков с разными коэффициентами

Уравнения с одинаковой правой частью, но разными коэффициентами, дают разные прямые. Это видно по наклону и по тому, где линия пересекает оси.

Изменение коэффициентов меняет вид графика: прямая может стать круче, положе или горизонтальной, но остаётся прямой.

*Сравнение уравнений
из школьного курса алгебры*



Как появляются частные случаи

Шаг 1. Один коэффициент равен нулю

Когда $b = 0$, уравнение упрощается до $ax = c$. Тогда x становится постоянным, и график превращается в вертикальную прямую.

Шаг 2. Другой коэффициент равен нулю

Если $a = 0$, остаётся уравнение $by = c$. В этом случае значение y не меняется, поэтому получается горизонтальная прямая.

Шаг 3. Линейность сохраняется

Оба случая по-прежнему относятся к линейным уравнениям с двумя переменными. Они показывают, что прямая может иметь разное положение на плоскости.

Три способа получить график прямой

Способ	Что находят	Когда удобно
Две точки	координаты	есть готовые данные
Пересечения с осями	точки на осях	легко подставить 0
Таблица значений	несколько решений	нужно увидеть правило

Разные способы построения помогают выбрать самый удобный путь в зависимости от вида уравнения и имеющихся данных.

Все три способа дают одну и ту же прямую, если точки найдены правильно и вычисления выполнены без ошибок.

Методы построения графика линейного уравнения

Таблица значений как удобный способ

1 Выбираем x

Начинают с удобных значений x , чтобы быстро получить несколько пар чисел. Для уравнения $x + y = 6$ удобно брать 0, 1, 2 и 3.

2 Находим y

Каждое выбранное значение x подставляют в уравнение и вычисляют y . Получаются пары (0; 6), (1; 5), (2; 4), (3; 3), которые легко проверить.

3 Видим закономерность

Таблица показывает, как значения меняются шаг за шагом. Если x увеличивается на 1, то y уменьшается на 1, и это помогает заметить правило.

4 Готовим точки для графика

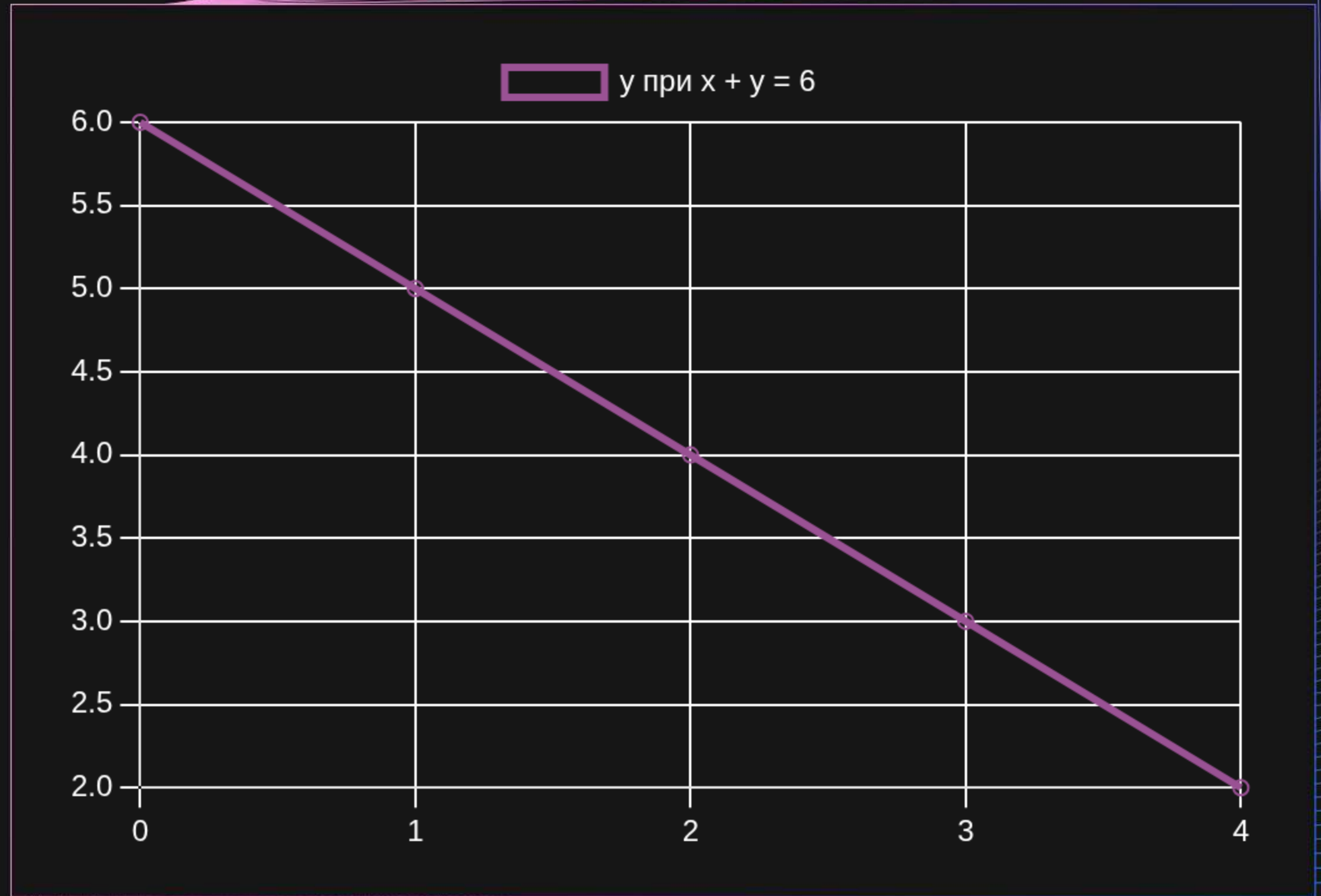
По таблице удобно выбрать точки для построения прямой. Чем больше верных пар чисел найдено, тем надёжнее и аккуратнее получится график.

Как меняется y при изменении x

На графике видно одинаковое изменение: каждый шаг вправо на 1 уменьшает y на 1. Это и есть признак линейной зависимости.

Равномерное изменение значений подтверждает, что точки лежат на прямой, а не на кривой.

Точки, полученные из уравнения $x + y = 6$



Примеры из жизни и учебных задач



Тетради и цена покупки

Если одна тетрадь стоит одинаково, то общая стоимость зависит от количества купленных тетрадей. Такая зависимость удобно записывается линейным уравнением: чем больше предметов, тем больше сумма.



Поездка с постоянной скоростью

При равномерном движении путь связан со временем. Если скорость не меняется, то за каждый одинаковый промежуток времени проходит одинаковое расстояние, и эта связь описывается линейной зависимостью.

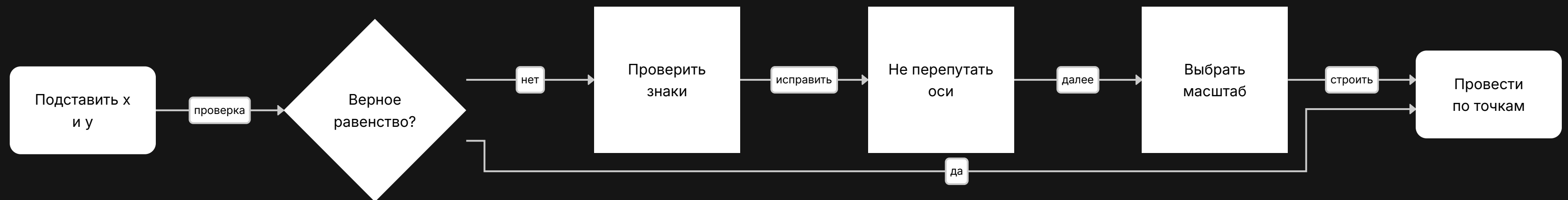


Билеты и количество мест

Когда цена одного билета известна, можно заранее подсчитать стоимость нескольких билетов. Здесь переменная показывает число билетов, а вторая — итоговую цену, которая меняется по одному правилу.

Типичные ошибки при построении графика

Последовательность шагов помогает заметить, где чаще всего возникают неточности при работе с уравнением и координатной плоскостью.



Сводка основных понятий темы

Понятие	Смысл	Пример
Переменные	x и y	$x = 2, y = 3$
Решение	верная пара	$(2; 3)$
График	все точки	прямая линия
Коэффициент	число перед буквой	$2x, -y$

— Короткая таблица помогает связать термины с их смыслом и быстрее вспомнить, как читать и строить график уравнения.

Уравнение задаёт не одну точку, а множество решений, а график показывает их все сразу на координатной плоскости.

Основные определения темы

Главное о линейном уравнении и его графике

Линейное уравнение с двумя переменными связывает числа и рисунок на плоскости. Если уметь находить решения, проверять их и строить прямую, задачи становятся понятнее и решаются увереннее.